



Manipulation et caractérisation du champ électrique optique: applications aux impulsions femtosecondes

Stéphanie Grabielle

► To cite this version:

Stéphanie Grabielle. Manipulation et caractérisation du champ électrique optique: applications aux impulsions femtosecondes. Optique [physics.optics]. Ecole Polytechnique X, 2011. Français. NNT : . pastel-00680293

HAL Id: pastel-00680293

<https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00680293>

Submitted on 19 Mar 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Spécialité :

Physique

Présentée par :

Stéphanie GRABIELLE

Pour obtenir le grade de :

Docteur de l'École Polytechnique

Titre de la thèse :

*Manipulation et caractérisation du champ électrique optique :
applications aux impulsions femtosecondes*

Soutenue le 9 Décembre 2011 devant le jury composé de :

M. JOFFRE	Président du jury
O. GOBERT	Directeur de thèse
D. KAPLAN	Co-directeur de thèse
E. CORMIER	Rapporteur
F. DRUON	Rapporteur

Merci, merci, mille mercis

Je tiens tout d'abord à remercier Manuel Joffre, Eric Cormier et Frédéric Druon de m'avoir fait l'honneur de faire partie du jury. Merci à Eric Cormier et Frédéric Druon d'avoir accepté la lourde tâche de rapporter ces 377 pages de manuscrit qui comme tu l'as fait remarquer, Frédéric, n'ont de light que le FASTLITE.

Mes remerciements vont ensuite, tout naturellement, à mon directeur de thèse, Olivier Gobert et mon co-directeur de thèse Daniel Kaplan.

Olivier, sans toi, je n'aurais sûrement pas fait de thèse. Tes arguments ont eu raison de mes réticences. Je ne te remercierai jamais assez pour nos heures passées à reposer chaque problème au tableau et pour nos nombreuses discussions. Merci d'avoir toujours été partant pour toutes les manips que j'ai voulu réaliser même à des heures tardives. Merci pour tous tes enseignements et tes conseils.

Daniel, merci de m'avoir si bien accueillie au sein de FASTLITE et de m'avoir fait partager tous les nouveaux développements. J'ai particulièrement apprécié ton enthousiasme aussi bien pour les résultats expérimentaux que pour toutes ces nouvelles idées qui ont émergé de la pause déjeuner. Mille mercis pour tes précieux conseils sur l'introduction et la conclusion qui ont permis de rendre beaucoup plus limpide la lecture de ce manuscrit.

Je n'oublie bien sûr pas Thomas Oksenhendler et Nicolas Forget qui m'ont encadrée au quotidien côté FASTLITE. Merci Thomas d'avoir monté cette thèse CIFRE, de m'avoir introduite à FASTLITE et fait participer à de nombreux projets en pleine ébullition.

Nicolas, je ne te remercierai jamais assez pour toute l'aide que tu m'as apportée pour ce manuscrit. Sans cette aide, le manuscrit n'aurait jamais pu être envoyé à temps et compterait quelques pages supplémentaires... ! Merci de m'avoir fait partager ton enthousiasme et ta grande curiosité.

Je continuerai par remercier toutes les personnes que j'ai côtoyées au CEA en commençant par l'équipe SLIC : Mouhamad Al-Sayed-Ali, Michel Comte, Nikita Fedorov, David Garzella, Delphine Guillaumet, Jean-François Hergott, Fabien Lepetit, Amar Mokrani, Michel Perdrix, Fabrice Reau, Olivier Tcherbakoff et Pascal d'Oliveira.

Merci Michel C. pour ta constante bonne humeur, tes blagues, tes proverbes et tes montages photos. La recherche du signal à 1.6 μm en sortie d'OPA restera un très bon souvenir

grâce à toi.

Merci Michel P. de m'avoir accompagnée dans ce long chemin semé d'embûches qu'a été le montage de l'OPA. Merci d'avoir supporté les montages " pas très académiques ". Toutes les petites astuces que tu m'as apprises m'ont été et me sont encore bien précieuses.

Merci à Fabien et Delphine d'avoir toujours été partant pour m'aider à aligner mes différentes expériences. Merci Delphine pour ton aide lors du rangement de " feu mon montage OPA ". Merci Fabien pour toutes ces discussions sur Labview. Je pars avec le regret de n'avoir pu utiliser le PC quatre coeurs pour mes programmes Labview... Je n'oublierai bien sûr pas tous nos échanges tennistiques qui ont peuplé ces années.

Merci Jean-François pour ton aide sur les premières manip d'interférométrie spectrale, pour toutes nos discussions et tous tes conseils. Merci à toi, à Fabrice, Olivier T. et Pascal de m'avoir dépannée maintes fois en me prêtant du matériel optique.

Merci David de m'avoir initiée à cet aspect des sciences jusqu'alors obscur pour moi : le financement et le fonctionnement de la recherche aussi bien au niveau du laboratoire qu'au niveau européen. Merci pour toutes ces discussions passionnantes que nous avons eues.

Je tiens également à remercier Thierry Auguste, Bertrand Carré, Christian Cornaggia, Michel Comte, Fabien Quéré et Olivier Gobert pour leurs avis éclairés lors des répétitions de soutenance. Merci Christian pour ton accueil sur la chaîne Sofockle et cette collaboration qui a permis de mesurer des impulsions de 11.7 fs sur 50 dB de dynamique temporelle !

Un grand merci également à Didier Guyader et André Fillon pour les pièces mécaniques d'une partie des montages expérimentaux, à Gilles Le-Chevallier et Sarah Kieffer pour leur aide sur les problèmes d'électronique ainsi qu'à Michel Bougeard pour toutes les impressions de posters.

Merci à toutes les personnes des équipes ATTO et PHI pour toutes nos discussions scientifiques et non scientifiques et tous ces moments de rigolade autour de la machine à café.

Merci à Pascal d'Oliveira et Cécile Reynaud pour leur accueil chaleureux au sein du SPAM. J'ai particulièrement apprécié l'intérêt que vous avez toujours porté à mes travaux.

Enfin, merci à Didier Normand de m'avoir accueillie au sein de l'institut IRAMIS.

Mes remerciements vont ensuite à tous ceux de FASTLITE : Antoine Bourget, Sébastien Coudreau, Vincent Crozatier, Marie-Christine Denis, Grégory Gitzinger, Richard Herzog, Mathias Herzog, Ivan Jelacic, Hervé Jousset, Romain Lavalard, Raman Maksimenka, Bertrand Mennesson, Antoine Moulet, Thibault Vieille, Emmanuelle Tournois,

Pascal Tournois et Pierre Tournois pour votre aide, votre soutien et pour m'avoir fait partager cette formidable aventure de tous les jours qu'est FASTLITE.

Je tiens tout particulièrement à te remercier Antoine M. pour tous les développements que tu as faits sur la technique SRSI et les manips que nous avons effectuées sur la chaîne Sofockle. Un grand merci à Sébastien de m'avoir fait découvrir ce formidable outil qu'est Labview et dont je ne peux plus me passer aujourd'hui. Merci d'avoir patiemment répondu à mes questions de béotienne. Mon ordinateur te doit également beaucoup ! Merci Richard pour tous les générateurs (j'insiste sur le pluriel, quitte à faire des jaloux...) que tu m'as prêtés. Merci Vincent pour tes avis toujours très pertinents sur les abstracts et articles. Merci Bertrand, Hervé et Pascal pour m'avoir fait découvrir ce qu'est un marché de niche technologique. Merci Pierre pour ton accueil au sein de FASTLITE ainsi que toutes nos discussions scientifiques et non scientifiques passionnantes.

Merci à tous pour vos conseils lors des répétitions de soutenance.

Je tiens aussi à remercier Vincent Lorient pour nos discussions sur la reconstruction du spectre et de la phase spectrale d'une impulsion à partir d'une trace LSC.

Un petit clin d'oeil à Daniel L'hermite et François Farriault qui m'ont, les premiers, détournée de la chimie en me faisant découvrir le monde des lasers. Merci Daniel d'avoir aiguisé ma curiosité sur le domaine des femtosecondes et de m'avoir incitée à faire un stage dans ce domaine.

Un grand merci à tous mes amis et ma famille pour leur éternel soutien. Merci à Clara et Sébastien d'avoir bravé Air France et la SNCF pour venir à ma soutenance ainsi qu'à Mathieu et Aurélie d'y avoir courageusement assisté. Merci à mon parrain et ma tante de m'avoir honorée de leur présence et pour leur écoute religieuse. Tante Christiane je n'oublierai pas ce long périple semé d'embûches que tu as parcouru pour venir me voir. Mille mercis à Anne-Lise, ses parents et Antoine pour leur relecture courageuse du manuscrit.

Enfin je terminerai par remercier mes parents pour leur soutien inégalable et indéfectible depuis toujours. Un grand merci à ma mère qui, la première, a relu ce manuscrit.

Table des matières

I	Notion, génération et amplification d'impulsions courtes	31
1	Notion d'impulsions courtes	33
1.1	Des ondes monochromatiques aux impulsions courtes	34
1.1.1	Superposition de deux ondes monochromatiques	35
1.1.2	Généralisation au cas d'une impulsion	37
1.2	Largeur spectrale et durée d'une impulsion	44
1.2.1	Définitions	44
1.2.2	Produit "temps-fréquence" (Time Bandwidth Product, TBP)	45
1.2.3	Limites des définitions :	47
1.3	Zoologie des phases spectrales rencontrées dans cette thèse	48
1.3.1	Phase spectrale nulle	49
1.3.2	Phase spectrale constante non nulle	50
1.3.3	Phase spectrale linéaire	51
1.3.4	Phase spectrale quadratique	52
1.3.5	Phase spectrale cubique	53
1.3.6	Phase spectrale d'ordre 4 et ordres supérieurs	54
1.3.7	Phase spectrale sinusoïdale	55
1.3.8	Saut de phase	57
2	Génération et amplification d'impulsions courtes	59
2.1	Génération d'impulsions courtes : l'oscillateur	59
2.2	Amplification d'impulsions courtes par la technique CPA	61
2.2.1	Le système amplificateur	62
2.2.2	Le couple Etireur-Compresseur	65
2.2.3	Défauts des chaînes CPA	68
2.2.4	Bilan et enjeux	70
II	Caractérisation d'un dispositif de façonnage linéaire du champ : l'AOPDF	73
3	Le filtre acousto-optique dispersif programmable (AOPDF)	75
3.1	Principe	75

3.1.1	L'AOPDF comme ligne à retard programmable	76
3.1.2	Diffraction acousto-optique - Analogie avec la somme de fréquence .	79
3.1.3	Colinéarité des vecteurs de Poynting acoustique et optique incident	84
3.1.4	Relation entre pulsation acoustique et pulsation optique	86
3.1.5	L'AOPDF comme filtre optique linéaire	87
3.2	L'AOPDF en pratique	88
3.2.1	Description	89
3.2.2	Synchronisation des impulsions acoustique et optique	90
3.2.3	Calcul de l'impulsion électrique	92
3.2.4	Alignement et calibration du dispositif	93
3.2.5	Grandeurs caractéristiques	98
3.3	Effets fins	99
3.3.1	Précision sur le façonnage en phase	99
3.3.2	Dispersion optique de l'AOPDF	100
3.3.3	Déviations du faisceau diffracté	101
4	Interférométrie spectrale	107
4.1	Principe de l'interférométrie spectrale	108
4.2	Traitement numérique	109
4.2.1	Interférométrie spectrale par transformée de Fourier (FTSI)	109
4.2.2	Reconstruction de la différence de phase spectrale $\Delta\varphi(\omega)$	111
4.2.3	Reconstruction des amplitudes spectrales	113
4.2.4	Choix du retard	114
4.2.5	Choix du filtre temporel	115
4.2.6	Echantillonnage des pulsations à pas non constant	118
4.3	Extension à deux dimensions x, ω	120
4.3.1	Traitement numérique par FTSI	121
4.3.2	Reconstruction de la différence de phase $\Delta\varphi(x, \omega)$	124
4.3.3	Reconstruction des amplitudes spectrales	126
4.4	Montage expérimental d'interférométrie spectrale	126
4.4.1	L'interféromètre de Mach-Zehnder	127
4.4.2	Le spectromètre imageur	127
4.4.3	Contraste des impulsions	128
4.4.4	Objectifs des expériences de caractérisation de l'interféromètre . . .	129
4.5	Dispersion différentielle de l'interféromètre	130
4.5.1	Méthodologie	131
4.5.2	Phase moyenne reconstruite sur 21 mesures	131
4.5.3	Origine de la phase résiduelle	132
4.6	Caractérisation de l'effet du fonctionnement non-idéal du spectromètre sur la précision de mesure	133
4.6.1	Effet d'une erreur de calibration du spectromètre en longueurs d'onde	133

4.6.2	Effet de la fonction de transfert du spectromètre	138
4.6.3	Dynamique spectrale et dynamique temporelle	141
4.6.4	Conclusion sur l'effet du fonctionnement non-idéal du spectromètre sur la précision de mesure	146
4.7	Couplage amplitude-phase	147
4.7.1	Estimation de la précision de reconstruction de la phase spectrale .	147
4.7.2	Dégradation de la précision par la présence de répliques	149
4.7.3	Précision de l'intensité temporelle reconstruite	151
4.7.4	Conclusion	151
5	Caractérisation d'un AOPDF par interférométrie spectrale	153
5.1	Montage expérimental, objectifs et méthodologie	154
5.1.1	Mise en place de l'AOPDF	155
5.1.2	Filtrage spatial en amont de l'interféromètre	156
5.1.3	Spectre des impulsions sur chaque voie	158
5.1.4	Objectifs et présentation des expériences	158
5.1.5	Mesure et reconstruction de la phase appliquée	160
5.1.6	Analyse de la phase mesurée - Notations	162
5.1.7	Signification des coefficients de Taylor - Ordres de grandeurs	166
5.2	Caractérisation de la compensation automatique de la dispersion optique de l'AOPDF	168
5.2.1	Fluctuations tir à tir	170
5.2.2	Précision de la compensation	171
5.2.3	Conclusions	173
5.3	Caractérisation de la précision de génération de phases quadratiques	174
5.3.1	Analyse d'une phase quadratique de $\phi_2 = 1000 \text{ fs}^2$	174
5.3.2	Synthèse des résultats obtenus sur l'ensemble des phases quadra- tiques programmées	177
5.3.3	Conclusion sur la précision de génération de phases quadratiques . .	178
5.4	Phases cubiques	179
5.5	Etude de la génération de doubles impulsions	180
5.5.1	Précision de génération de doubles impulsions décalées d'un retard $\tau_{prog} = 2000 \text{ fs}$	181
5.5.2	Synthèse des résultats obtenus sur les onze séries de doubles impul- sions générées	183
5.5.3	Interprétation	184
5.6	Interprétation des écarts observés expérimentalement	185
5.6.1	Erreur de calibration de l'AOPDF	185
5.6.2	Précision sur la longueur du cristal de TeO_2	188
5.6.3	Précision sur la biréfringence du TeO_2	190
5.6.4	Erreur introduite sur la phase spectrale	191

5.6.5	Comparaison avec les écarts obtenus expérimentalement	192
5.7	Interférométrie spectrale résolue spatialement pour la caractérisation de phases complexes	194
5.7.1	Caractérisation de phases sinusoïdales	197
5.7.2	Caractérisation de sauts de phase	197
III	Caractérisation temporelle d'impulsions courtes	201
6	Local Spectral Compression	205
6.1	Théorie	206
6.1.1	Expression du signal de seconde harmonique	206
6.1.2	"Local Spectral Compression"	207
6.1.3	Comportement asymptotique du spectre de seconde harmonique : approche simplifiée	209
6.1.4	Démonstration rigoureuse de la méthode	211
6.2	Résultats expérimentaux	217
6.2.1	Montage expérimental	217
6.2.2	Optimisation de la compression des impulsions	219
6.2.3	Mesure de phases polynomiales	221
7	Interférométrie spectrale à décalage (SPIDER)	225
7.1	Principe général de la technique SPIDER	226
7.1.1	Principe	226
7.1.2	Traitement numérique simplifié	226
7.2	Décalage spectral	230
7.2.1	Etirement de l'impulsion à caractériser	230
7.2.2	Somme de fréquences	232
7.2.3	Expression du signal SPIDER	233
7.3	Dimensionnement du système	235
7.3.1	Choix des paramètres : τ , Ω , $d\omega$	235
7.3.2	Choix du cristal	237
7.4	Dispositif expérimental et procédure de mesure	238
7.4.1	Procédure de mesure	240
7.5	Résultats expérimentaux	241
7.5.1	Montage expérimental	241
7.5.2	Mesure de phases polynomiales	243
7.5.3	Influence de la largeur spectrale des impulsions	245
8	Self-Referenced Spectral Interferometry	249
8.1	Génération d'une impulsion de référence	249
8.1.1	Génération de polarisation croisée ou XPW	251

8.2	Interférométrie spectrale auto-référencée ou Self-Referenced Spectral Interferometry (SRSI)	256
8.2.1	Reconstruction du champ électrique	257
8.2.2	Validité de la mesure	258
8.3	Résultats expérimentaux	259
8.3.1	Montage expérimental	259
8.3.2	Différences de dispersion entre les dispositifs SRSI et SPIDER . . .	261
8.3.3	Mesure de phases polynomiales	262
8.3.4	Compression d'une impulsion à sa limite de Fourier	264
IV	Annexes	277
A	Définition du champ électrique	279
A.1	Polarisation linéaire induite et indice optique	279
A.1.1	Polarisation linéaire	279
A.1.2	Indice de réfraction	280
A.2	Résolution des équations de propagation linéaire	281
A.2.1	Hypothèse de travail	282
A.2.2	Divergence du champ électrique nulle	282
A.2.3	Approximation en ondes planes	284
A.3	Représentation temps-fréquence	284
B	Couplage entre polarisation ordinaire et polarisation extraordinaire dans un AOPDF	291
C	Conditions d'accord de phase dans un AOPDF	293
C.1	Preliminaires	294
C.2	Accord de phase	295
C.2.1	Expression de δn	295
C.2.2	Expression de $\theta_d - \theta_0$	296
C.2.3	Expression de k_{ac}	297
C.2.4	Relation entre ω_{ac} et ω	297
C.3	Résolution spectrale et acceptance angulaire	298
C.3.1	Résolution spectrale	300
C.3.2	Acceptance angulaire	301
D	Caractérisation d'un spectromètre	303
D.1	Rappel du fonctionnement d'un spectromètre à réseau	303
D.2	Interpolation linéaire d'un interférogramme et erreur introduite	304
D.3	Illustration de l'effet d'une erreur de calibration sur la phase spectrale reconstruite	305

D.3.1	Rappel de l'erreur introduite sur la phase reconstruite	305
D.3.2	Illustration pour une phase polynomiale quadratique	306
D.4	Calibration préliminaire du spectromètre avec une lampe Krypton	307
D.5	Vérification de la calibration du spectromètre par interférométrie spectrale	308
D.6	Détermination de la réponse du spectromètre	310
D.6.1	Préliminaires	310
D.6.2	Implémentation expérimentale	311
D.6.3	Résultats expérimentaux	312
E	Détail de la caractérisation expérimentale de l'AOPDF	315
E.1	Origine des répliques présentes sur le profil temporel des impulsions initiales	315
E.2	Procédure de calcul de l'intensité temporelle à partir de la phase recons- truite par interférométrie spectrale	316
E.3	Dimensionnement du filtre spatial	318
E.4	Analyse 2D du faisceau sur chaque voie	319
E.5	Caractérisation 1D de l'AOPDF ($x = x_0 \sim 3.9$ mm)	320
E.5.1	Etude détaillée de la génération de phases quadratiques	320
E.5.2	Etude détaillée de la génération de phases cubiques	322
E.5.3	Etude détaillée de la génération de phases polynomiales d'ordre 4 .	326
E.5.4	Etude détaillée de la génération de doubles impulsions	330
E.6	Caractérisation 2D de l'AOPDF (support spatial Δx)	332
E.6.1	Etude détaillée de la génération de phases quadratiques	332
E.6.2	Etude détaillée de la génération de phases cubiques	333
E.6.3	Etude détaillée de la générations de doubles impulsions	336
E.7	Problèmes de gigue temporelle des signaux de synchronisation sur la chaîne LUCA	338
E.8	Fluctuations tir à tir de la différence de phase spectrale en l'absence d'AOPDF	339
E.9	Etude des fluctuations tir à tir sur la différence de phase spectrale	340
E.9.1	Effet du dépointé du faisceau sur la différence de phase en sortie d'interféromètre	341
E.9.2	Fluctuations de la différence de phase en sortie d'interféromètre en présence de l'AOPDF	343
E.10	Phase résiduelle intrinsèque dans le mode de compensation automatique de la dispersion optique de l'AOPDF	346
F	Interférométrie spectrale autoréférencée	349
G	Etude préliminaire de la génération d'impulsions large bande stabilisées en CEP	353
G.1	Etude expérimentale de la génération de continuum dans le proche infrarouge	353
G.1.1	Montage expérimental	354

G.1.2	Optimisation expérimentale de la génération de continuum dans le proche infrarouge	359
G.2	Amplification paramétrique optique large bande dans le proche infra-rouge	361
G.2.1	Amplification paramétrique optique large bande et stabilisation de la CEP	361
G.2.2	Montage expérimental	365
G.2.3	Résultats préliminaires d'amplification d'un continuum dans le proche infra-rouge	367

Glossaire des différentes notations utilisées dans le manuscrit

Les notations choisies dans l'ensemble du document sont répertoriées ci-dessous, les exceptions ou changements de notations sont rappelés chapitre par chapitre.

Notations générales

De manière générale, les grandeurs reliées par transformée de Fourier portent un tilde dans le domaine temporel pour différencier domaine spectral et domaine temporel.

Le champ électrique est noté $\tilde{E}(t)$ dans le domaine temporel et $E(\omega)$ dans le domaine spectral.

ω : pulsation optique

t : temps (optique)

La représentation analytique du champ électrique est donnée par $\tilde{\mathcal{E}}(t)$ dans le domaine temporel et $\mathcal{E}(\omega)$ dans le domaine spectral, avec :

$$\mathcal{E}(\omega) = \begin{cases} 2E(\omega) & \text{si } \omega \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

et :

$$\tilde{E}(t) = \text{Re} \left[\tilde{\mathcal{E}}(t) \right]$$

Convention choisie pour les transformées de Fourier :

$$\begin{aligned} \tilde{E}(t) &= \mathcal{TF}[E(\omega)](t) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega) \exp(-i\omega t) \frac{d\omega}{2\pi} \\ E(\omega) &= \mathcal{TF}^{-1}[\tilde{E}(t)](\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}(t) \exp(i\omega t) dt \end{aligned}$$

\otimes : produit de convolution

$|\mathcal{E}(\omega)|$: amplitude spectrale d'une impulsion

$\mathcal{I}(\omega) = |\mathcal{E}(\omega)|^2$: intensité spectrale ou spectre

$\varphi(\omega)$: phase spectrale

$\tau_g(\omega) = \frac{d\varphi}{d\omega}$: retard de groupe

ω_0 : pulsation centrale d'une impulsion ou pulsation autour de laquelle est effectuée le développement de Taylor de la phase (est précisée à chaque fois dans le texte)

$\Delta\omega$: largeur à mi-hauteur de l'intensité spectrale, exprimée en pulsation

$\Delta\lambda$: largeur à mi-hauteur de l'intensité spectrale, exprimée en longueur d'onde

σ_ω : largeur rms de l'intensité spectrale, exprimée en pulsation

$$\sigma_\omega = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \omega_0)^2 |\mathcal{E}(\omega)|^2 \frac{d\omega}{2\pi}}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\mathcal{E}(\omega)|^2 \frac{d\omega}{2\pi}}}$$

où ω_0 désigne ici la pulsation centrale de l'impulsion.

Développement de Taylor de la phase spectrale :

$$\varphi(\omega) = \varphi_0 + \varphi_1(\omega - \omega_0) + \frac{\varphi_2}{2!}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\varphi_3}{3!}(\omega - \omega_0)^3 + \frac{\varphi_4}{4!}(\omega - \omega_0)^4 + \dots$$

où $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ et φ_4 sont les coefficients de Taylor d'ordre respectivement 0, 1, 2, 3 et 4.

$|\tilde{\mathcal{E}}(t)|$: amplitude temporelle

$\mathcal{I}(t) = |\mathcal{E}(t)|^2$: intensité temporelle

$\phi(t)$: phase temporelle

$\omega(t) = \omega_0 - \frac{d\varphi}{dt}$: pulsation instantanée ($\tilde{\mathcal{E}}(t) = |\tilde{\mathcal{E}}(t)| \exp[i(-\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi(t))]$)

τ_0 : barycentre temporel de l'impulsion

Δt : largeur à mi-hauteur de l'intensité temporelle

σ_t : largeur temporelle rms de l'impulsion

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \tau_0)^2 |\tilde{\mathcal{E}}(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{\mathcal{E}}(t)|^2 dt}}$$

σ_T : largeur temporelle rms de l'impulsion calculée sur l'intervalle $[T_1, T_2]$ de largeur $T = T_2 - T_1$

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{\int_{T_1}^{T_2} (t - \tau_0)^2 |\tilde{\mathcal{E}}(t)|^2 dt}{\int_{T_1}^{T_2} |\tilde{\mathcal{E}}(t)|^2 dt}}$$

Une impulsion est dite limitée par Transformée de Fourier ou "impulsion FTL" lorsque le retard de groupe associé est constant (indépendant de la pulsation). La largeur à mi-hauteur de l'intensité temporelle associée sera alors désignée par "durée FTL" et notée Δt_{TL} . La largeur rms associée, calculée sur le même intervalle T sera désignée par "durée rms FTL" et notée σ_T^{TL} .

”Produit temps-fréquence” (Time Bandwidth Product, TBP)

$TBP_{FWHM} = \Delta t \Delta \omega$: produit des largeurs à mi-hauteur spectrale et temporelle

$TBP_{rms} = \sigma_t \sigma_\omega$: produit des largeurs rms spectrale et temporelle

Dynamiques :

D_ω : dynamique spectrale de mesure, définie comme le maximum du signal sur l'écart type du bruit

D_t : dynamique temporelle de mesure, définie comme le maximum du signal sur l'écart type du bruit

Filtre acousto-optique dispersif programmable (AOPDF) :

ω_{ac} : pulsation acoustique

t_{ac} : temps acoustique

α : rapport entre pulsation acoustique et pulsation optique

\vec{k}_{ac} : vecteur d'onde acoustique

\vec{k}_{inc} : vecteur d'onde optique incident dans le cristal de TeO_2 (AOPDF)

\vec{k}_{diff} : vecteur d'onde optique diffracté

θ_o : angle entre \vec{k}_{inc} et l'axe $[110]$ du cristal

θ_a : angle entre \vec{k}_{ac} et l'axe $[110]$

θ_d : angle entre \vec{k}_{diff} et l'axe $[110]$

$\Delta n = n_{e0} - n_o$: biréfringence d'un milieu (n_{e0} : indice extraordinaire principal)

$\Delta \tau_{max}$: capacité maximale de façonnage

$\Delta \lambda_{res}$: résolution spectrale du dispositif exprimée en longueur d'onde

$\tilde{\eta}$: efficacité de diffraction moyenne sur la largeur spectrale de l'impulsion optique incidente

$H(\omega)$: fonction de transfert programmée (domaine spectral)

$|H(\omega)|$: amplitude spectrale programmée

$\eta(\omega)$: intensité spectrale programmée

$\phi(\omega)$: phase spectrale programmée

$\tilde{H}(t)$: fonction de transfert programmée (domaine temporel)

$\mathcal{E}_{inc}(\omega)$: transformée de Fourier inverse de la représentation analytique du champ électrique incident

$\mathcal{I}_{inc}(\omega)$: intensité spectrale associée

$\mathcal{E}_{diff}(\omega)$: transformée de Fourier inverse de la représentation analytique du champ électrique diffracté

$\mathcal{I}_{diff}(\omega)$: intensité spectrale associée

$\tilde{S}_{ac}(t)$: champ acoustique (domaine temporel)

$S_{ac}(\omega)$: transformée de Fourier inverse du champ acoustique (domaine spectral)

τ_{gAOPDF} : retard de groupe introduit par l'AOPDF sur l'impulsion optique incidente

ρ_{AOPDF} : angle de double réfraction dans le TeO_2

φ_{cristal} : phase spectrale introduite sur l'impulsion incidente du seul fait de la propagation dans le cristal de TeO_2

$\phi_{\text{cristal}}(\omega)$: phase spectrale programmée pour compenser la dispersion optique de l'AOPDF

ϕ_{sh} : phase spectrale programmée hors compensation de cette dispersion

Notations spécifiques à certaines parties ou certains chapitres

Chapitre 3 : Le filtre acousto-optique dispersif programmable (AOPDF)

Section 3.1.1

ω_{inc} : pulsation optique incidente

ω_{diff} : pulsation optique diffractée

Section 3.1.2

Notations conformes à la référence bibliographique 41

onde 1 : onde incidente

onde 2 : onde diffractée

Expression des champs :

champs optiques :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_{m=0,1} E_m(z) \exp \left\{ i \left(\omega_m t - \vec{k}_m \cdot \vec{r} \right) \right\} \vec{e}_m + \text{c.c.}$$

où $m = 0, 1$, \vec{e}_0 et \vec{e}_1 sont les directions de polarisation des deux ondes.

champ acoustique :

$$\vec{S}(\vec{r}, t) = S \exp \left\{ i \left(\Omega t - \vec{K} \cdot \vec{r} \right) \right\} \vec{s} + \text{c.c.}$$

ω_0 : pulsation optique incidente

ω_1 : pulsation optique diffractée

Ω : pulsation acoustique

\vec{k}_0 : vecteur d'onde optique incident

\vec{k}_1 : vecteur d'onde optique diffracté

\vec{K} : vecteur d'onde acoustique

Chapitre 5 : Caractérisation d'un AOPDF par interférométrie spectrale

$H_{appl}(x, \omega)$: fonction de transfert appliquée par l'AOPDF pour une fonction de transfert $H(\omega)$ programmée

$|H_{appl}(x, \omega)|$: amplitude spectrale appliquée pour une amplitude spectrale $|H(\omega)|$ programmée

$\varphi(x, \omega)$: phase spectrale appliquée pour une phase spectrale $\phi(\omega)$ programmée

$\varphi_{comp}(x, \omega)$: phase spectrale appliquée pour une phase spectrale $\phi_{comp}(\omega) = \phi_{cristal}(\omega)$ programmée (compensation de la dispersion optique de l'AOPDF)

$\varphi_{sh}(x, \omega)$: phase spectrale appliquée pour une phase spectrale $\phi_{sh}(\omega)$ programmée

$\varphi_{interfero}(\omega)$: différence de phase spectrale mesurée en sortie d'interféromètre à la position $x = x_0 \sim 3.9$ mm en l'absence d'AOPDF

$\tau_{interfero}$: retard introduit par la différence de chemin optique entre les deux voies de l'interféromètre

τ_{AOPDF} : retard introduit en présence de l'AOPDF

N_ω : nombre de pixels sur le détecteur suivant y

N_x : nombre de pixels sur le détecteur suivant x

Δx : largeur à 1/e suivant x de l'amplitude spatiale des impulsions utilisées

$\Phi_j(x_0, \omega)$: j-ième ($j \in [0, 20]$) phase spectrale mesurée à la position x_0 , par interférométrie spectrale, pour une phase $\phi(\omega) = \phi_{sh}(\omega) + \phi_{comp}(\omega)$ programmée

$\Phi_j(x, \omega)$: j-ième phase spectrale mesurée, sur le support spatial Δx , pour une phase $\phi(\omega) = \phi_{sh}(\omega) + \phi_{comp}(\omega)$ programmée

$\varphi_{ref}(x_0, \omega)$: phase de référence mesurée en x_0

$\varphi_{ref}(x, \omega)$: phase de référence mesurée sur le support spatial Δx

τ'_{AOPDF} : retard introduit lors de la mesure de la phase de référence utilisée pour la caractérisation de phases polynomiales d'ordre 2 à 4

$\Delta\varphi_{f_j}(x_0, \omega)$: différence entre les phases spectrales $\Phi_j(x_0, \omega)$ et $\varphi_{ref}(x_0, \omega)$ après soustraction du retard résiduel

$\Delta\varphi_{f_j}(x, \omega)$: différence entre les phases spectrales $\Phi_j(x, \omega)$ et $\varphi_{ref}(x, \omega)$ après soustraction du retard résiduel

$\Delta\varphi_f(x_0, \omega)$: moyenne des 21 phases $\Delta\varphi_{f_j}(x_0, \omega)$ mesurées

$\Delta\varphi_f(x, \omega)$: moyenne des 21 phases $\Delta\varphi_{f_j}(x, \omega)$ mesurées

Développement de Taylor de $\Delta\varphi_{f_j}(x, \omega)$ en $\omega - \omega_0$ et $x - x_0$, exemple à l'ordre 4 :

$$\begin{aligned}
\Delta\varphi_{f_j}(x, \omega) &= \varphi_0 + \varphi_{1x}(x - x_0) + \varphi_1(\omega - \omega_0) && \text{(ordre 0 + 1)} \\
&+ \frac{\varphi_{2x}}{2}(x - x_0)^2 + \frac{\varphi_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \varphi_{x\omega}(x - x_0)(\omega - \omega_0) && \text{(ordre 2)} \\
&+ \frac{\varphi_{3x}}{6}(x - x_0)^3 + \frac{\varphi_{2x\omega}}{2}(x - x_0)^2(\omega - \omega_0) + \frac{\varphi_{x2\omega}}{2}(x - x_0)(\omega - \omega_0)^2 \\
&+ \frac{\varphi_3}{6}(\omega - \omega_0)^3 && \text{(ordre 3)} \\
&+ \frac{\varphi_{4x}}{24}(x - x_0)^4 + \frac{\varphi_{3x\omega}}{6}(x - x_0)^3(\omega - \omega_0) + \frac{\varphi_{2x2\omega}}{4}(x - x_0)^2(\omega - \omega_0)^2 \\
&+ \frac{\varphi_{x3\omega}}{6}(x - x_0)(\omega - \omega_0)^3 + \frac{\varphi_{4\omega}}{24}(\omega - \omega_0)^4 && \text{(ordre 4)}
\end{aligned}$$

coeffs_m : moyenne des 21 coefficients coeffs_j déterminés en ajustant chaque phase $\Delta\varphi_{f_j}(x_0, \omega)$ par un polynôme

coeffs_m^{2D} : moyenne des 21 coefficients coeffs_j^{2D} déterminés en ajustant chaque phase $\Delta\varphi_{f_j}(x, \omega)$ par un polynôme

Estimation de la précision de la mesure :

ϕ_{ref}^{simu} : ajustement polynomial de la phase φ_{ref} utilisé pour estimer la précision de mesure de cette phase

φ_{ref}^{simu} : phase spectrale reconstruite à partir de l'interférogramme calculé pour une différence de phase initiale ϕ_{ref}^{simu}

Φ_{simu} : ajustement polynomial de la phase Φ_j (j quelconque) utilisé pour estimer la précision de mesure de cette phase

Φ_{simu}^{rec} : phase spectrale reconstruite à partir de l'interférogramme calculé pour une différence de phase initiale Φ_{simu}

$\Delta\phi_f^{simu}$: différence entre Φ_{simu} et ϕ_{ref}^{simu}

$\text{coeffs}_{ini}^{simu}$ et $\text{coeffs}2D_{ini}^{simu}$: coefficients de Taylor associés à $\Delta\phi_f^{simu}$ respectivement à la position $x = x_0$ et sur le support spatial Δx

$\Delta\varphi_f^{simu}$: différence entre Φ_{simu}^{rec} et φ_{ref}^{simu}

coeffs^{simu} et $\text{coeffs}2D^{simu}$: coefficients de Taylor associés à $\Delta\varphi_f^{simu}$ respectivement à la position $x = x_0$ et sur le support spatial Δx

La précision est estimée par comparaison de $\Delta\varphi_f^{simu}$ et $\Delta\phi_f^{simu}$.

$\sigma_{interfero}$: écart rms associé à la position $x = x_0$

$$\sigma_{interfero} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N_\omega-1} (\Delta\varphi_f^{simu}(x_0, \omega_i) - \Delta\phi_f^{simu}(x_0, \omega_i))^2}{N_\omega}}$$

$\sigma_{interfero}^{2D}$: écart rms associé sur le support spatial Δx

$$\sigma_{interfero}^{2D} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N_\omega-1} \sum_{k=0}^{N_x-1} (\Delta\varphi_f^{simu}(x_k, \omega_i) - \Delta\phi_f^{simu}(x_k, \omega_i))^2}{N_x N_\omega}}$$

$\epsilon_{coeffs}^{interfero}$: précision sur la détermination des coefficients $coeffs_j$

$$\epsilon_{coeffs}^{interfero} = \frac{coeffs_{ini}^{simu} - coeffs^{simu}}{coeffs_{ini}^{simu}}$$

$\epsilon_{coeffs2D}^{interfero}$: précision sur la détermination des coefficients $coeffs_j^{2D}$

$$\epsilon_{coeffs2D}^{interfero} = \frac{coeffs2D_{ini}^{simu} - coeffs2D^{simu}}{coeffs2D_{ini}^{simu}}$$

Analyse sur les phases $\Delta\varphi_f(x_0, \omega)$ et $\Delta\varphi_f(x, \omega)$:

- en termes de coefficients :

σ_{poly}^j : précision (écart rms) de l'ajustement polynomial de $\Delta\varphi_{f_j}(x_0, \omega)$

σ_{poly2D}^j : précision (écart rms) de l'ajustement polynomial de $\Delta\varphi_{f_j}(x, \omega)$

σ_{poly}^m : moyenne des 21 σ_{poly}^j

σ_{poly2D}^m : moyenne des 21 σ_{poly2D}^j

ϵ_{coeffs} : écart relatif entre le coefficient de Taylor programmé $coeff_{prog}$ et le coefficient moyen $coeffs_m$ mesuré à la position spatiale x_0

$$\epsilon_{coeffs} = \frac{coeffs_{prog} - coeffs_m}{coeff_{prog}}$$

ϵ_{coeffs}^{2D} : écart relatif entre le coefficient de Taylor programmé $coeff_{prog}$ et le coefficient moyen $coeffs_m$ mesuré sur le support spatial Δx

$$\epsilon_{coeffs}^{2D} = \frac{coeffs_{prog} - coeffs_m^{2D}}{coeff_{prog}}$$

σ_{coeffs} : variations rms associées aux 21 coefficients $coeffs_j$

$$\sigma_{coeffs} = \sqrt{\frac{\sum_{j=0}^{20} (coeff_j - coeff_m)^2}{21}}$$

$\sigma_{\text{coeffs}}^{2D}$: variations rms associées aux 21 coefficients coeffs_j^{2D}

$$\sigma_{\text{coeffs}}^{2D} = \sqrt{\frac{\sum_{j=0}^{20} (\text{coeffs}_j^{2D} - \text{coeffs}_m^{2D})^2}{21}}$$

• en termes d'écart rms :

σ_φ : écart rms entre la phase $\Delta\varphi_f(x_0, \omega)$ mesurée et la phase ϕ_{sh} programmée

$$\sigma_\varphi = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N_\omega-1} (\Delta\varphi_f(x_0, \omega_i) - \phi_{sh}(\omega_i))^2}{N_\omega}}$$

σ_φ^{2D} : écart rms entre la phase $\Delta\varphi_f(x, \omega)$ mesurée et la phase ϕ_{sh} programmée

$$\sigma_\varphi^{2D} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N_\omega-1} \sum_{k=0}^{N_x-1} (\Delta\varphi_f(x_k, \omega_i) - \phi_{sh}(\omega_i))^2}{N_x N_\omega}}$$

$\epsilon_{fluct}(\omega)$: variations tir à tir associées aux phases $\Delta\varphi_f^j(x_0, \omega)$

$$\epsilon_{fluct}(\omega) = \sqrt{\frac{\sum_{j=0}^{20} (\Delta\varphi_f^j(x_0, \omega) - \Delta\varphi_f(x_0, \omega))^2}{20}}$$

$\epsilon_{fluct}^{2D}(x, \omega)$: variations tir à tir associées aux phases $\Delta\varphi_f^j(x, \omega)$

$$\epsilon_{fluct}^{2D}(x, \omega) = \sqrt{\frac{\sum_{j=0}^{20} (\Delta\varphi_f^j(x, \omega) - \Delta\varphi_f(x, \omega))^2}{20}}$$

σ_{fluct} : grandeur caractéristique associée aux variations tir à tir $\epsilon_{fluct}(\omega)$

$$\sigma_{fluct} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N_\omega-1} (\epsilon_{fluct}(x_0, \omega_i))^2}{N_\omega}}$$

σ_{fluct}^{2D} : grandeur caractéristique associée aux variations tir à tir $\epsilon_{fluct}^{2D}(x, \omega)$

$$\sigma_{fluct}^{2D} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N_\omega-1} \sum_{k=0}^{N_x-1} (\epsilon_{fluct}(x_k, \omega_i))^2}{N_\omega N_x}}$$

Partie III : Caractérisation temporelle des impulsions

$\varphi_{m_{appl}}$: coefficient de Taylor d'ordre m de la phase spectrale ϕ_{sh} programmée avec l'AOPDF. Bien que ces coefficients soient désignés dans le texte par le terme "coefficient appliqué", il s'agit bien de la valeur programmée. De même, la phase programmée correspondante est désignée par le terme de "phase appliquée".

$\varphi_{m_{mes}}$: coefficient de Taylor d'ordre m mesuré

ϵ_{φ_m} : valeur absolue de l'écart relatif au coefficient de Taylor programmé

$$\epsilon_{\varphi_m} = \left| \frac{\varphi_{m_{mes}} - \varphi_{m_{appl}}}{\varphi_{m_{appl}}} \right|$$

$\tilde{\mathcal{A}}(t)$: amplitude temporelle complexe du champ associé, dans le référentiel en temps retardé.

Introduction générale

Mendeleiev écrivait : « La science commence là où commence la mesure ; une science exacte sans mesure serait inconcevable. ». Voilà la dynamique sur laquelle repose toute évolution scientifique : la capacité à mesurer un phénomène pour en améliorer sa compréhension et par là même ouvrir de nouvelles voies de recherche. Dans certains domaines explorés depuis de nombreuses années, les précisions atteintes pour caractériser les phénomènes étudiés ont permis des avancées spectaculaires. Citons par exemple, les miroirs de télescope actuels qui ouvrent de nouvelles voies d'exploration grâce à la précision de leur surface $< \lambda/100$ (quelques couches atomiques) caractérisée à l'aide d'interféromètres spatiaux dont les précisions de mesure peuvent atteindre $\lambda/1000$ (soit de l'ordre de grandeur de la taille d'un atome de césium). En revanche, dans des domaines plus jeunes, les outils de caractérisation sont en constante évolution et beaucoup de champs restent à explorer.

C'est le cas du domaine des lasers ultra-courts. La découverte du blocage de mode en 1964 a permis la génération d'impulsions courtes de l'ordre de la picoseconde et de puissances crêtes de l'ordre du gigawatt [1]. Il faut attendre ensuite 1985 et l'application de la technique d'amplification à dérive de fréquence ("Chirped Pulse Amplification" ou CPA) [2] pour atteindre des puissances crêtes de l'ordre du térawatt. L'utilisation d'une telle technique ainsi que l'élargissement spectral des sources et la vaste plage de longueurs d'onde disponible via des processus non-linéaires (somme de fréquence, amplification paramétrique optique, différence de fréquence) ont ouvert des champs d'applications jusque-là inexplorés aussi bien dans les domaines physiques, chimiques et biologiques.

Une problématique est très vite apparue : la caractérisation temporelle de ces impulsions. En effet, un phénomène temporel est généralement caractérisé à l'aide d'un autre phénomène plus court et déjà connu. La tâche se complique lorsque la durée des impulsions est inférieure d'au moins trois ordres de grandeurs à la résolution temporelle de tout instrument électronique (oscilloscope, photodiode, ...). La caractérisation se fait alors de manière indirecte, dans le domaine spectral, en déterminant à la fois l'amplitude spectrale et la phase spectrale de ces impulsions. Les techniques utilisées ne sont plus électroniques mais optiques. Bon nombre de méthodes de caractérisation complète du champ ont été proposées depuis ces vingt dernières années, parmi lesquelles deux sont aujourd'hui considérées comme techniques de référence : celle de Frequency-Resolved Optical Gating (FROG) proposée par R. Trebino et D. Kane en 1993 [3] et celle d'interférométrie spectrale à décalage (Spectral Interferometry for Direct Electric-field Reconstruction ou SPIDER) mise en oeuvre par I.A. Walmsley et C. Iaconis en 1998 [4]. Bien qu'existant depuis une vingtaine d'années, aucune de ces techniques ne prévaut et la recherche de nouvelles techniques ou de variantes de ces techniques de référence est en constante évolution. Face au large panel de méthodes disponibles, laquelle choisir ? Sont-elles complémentaires ? Voici des questions sur lesquelles la communauté scientifique reste partagée. De plus, les nouvelles avancées technologiques dans le domaine des impulsions courtes font

apparaître un besoin grandissant : la détermination et l'amélioration de la précision de la caractérisation temporelle de ces impulsions. Si l'estimation de la largeur temporelle à mi-hauteur constituait une donnée suffisante au début de l'exploration de ce domaine, ce n'est plus le cas aujourd'hui. De même l'utilisation de dispositifs de façonnage dans une boucle de rétroaction avec un système de mesure s'est de plus en plus généralisée. Là encore, la précision de façonnage accessible devient primordiale. D'une part, celle-ci assure la stabilité de la boucle de rétroaction ainsi que sa rapidité de convergence. D'autre part, elle ouvre de nombreux champs d'application jusqu'alors inexplorés. La nécessité d'une grande précision des dispositifs de façonnage et de caractérisation d'impulsions courtes peut être illustrée à travers deux exemples :

- l'obtention d'impulsions parfaitement comprimées à leur durée minimale (*ie* à leur limite de Fourier) et ne présentant pas de pré-impulsion sur leur profil temporel,
- le façonnage d'impulsions complexes.

Le besoin de comprimer parfaitement une impulsion à sa limite de Fourier et de déterminer son contraste à l'échelle de la picoseconde résulte d'une ambition actuelle du développement des lasers femtosecondes : l'augmentation de leur puissance crête jusqu'à plusieurs pétawatts (10^{15} W). Ces niveaux de puissances crêtes ouvrent de nouvelles voies d'investigation dans le domaine des plasmas relativistes. La maîtrise des plasmas générés permet l'élaboration de nouvelles sources d'électrons et de protons accélérés ou encore de laser X. Cependant, cette maîtrise dépend de la connaissance de l'intensité temporelle des impulsions utilisées, *ie*, de la précision de la technique de mesure utilisée pour les caractériser.

Un objectif de ce type d'applications est de concentrer au mieux l'énergie disponible dans la partie principale de l'impulsion. En effet, à ces niveaux de puissance, même un millionième de la puissance crête initiale focalisée sur un diamètre de 1 mm suffit à arracher des électrons de valence (> 100 GW cm $^{-2}$). Une pré-impulsion, même infime, sur le profil temporel des impulsions est donc susceptible de modifier le plasma ainsi généré et ne peut donc plus être négligée. Il est alors indispensable de disposer d'outils de façonnage et de caractérisation de grande dynamique temporelle et suffisamment précis pour :

1. déterminer l'intensité temporelle des impulsions,
2. corriger les défauts mesurés.

Une bonne compression des impulsions est ainsi garantie non seulement à mi-hauteur mais aussi dans les pieds de l'intensité temporelle. Il est, de plus, essentiel d'être capable de mettre en évidence la présence de pré-impulsions à l'aide d'un outil de mesure simple d'utilisation.

Un second exemple de la nécessité de disposer d'outils de façonnage très précis est le façonnage d'impulsions complexes, notamment utilisé pour le contrôle de systèmes quantiques ou de réactions chimiques [5]. On entend ici par complexe, une impulsion dont le

produit temps-fréquence TBP ("Time Bandwidth Product") est très élevé.

Si les techniques de mesures *autoréférencées* sont particulièrement adaptées pour caractériser, avec précision, des impulsions de TBP typiquement inférieur à 30, ce n'est plus le cas pour des impulsions de TBP plus élevé. En particulier, pour des valeurs de TBP supérieures à 100, il devient extrêmement difficile, voire impossible, de caractériser complètement ces impulsions. Or, les capacités des dispositifs de façonnage actuels permettent l'obtention d'impulsions plus complexes. Le produit TBP maximal accessible par un filtre acousto-optique dispersif programmable¹ (AOPDF) est, par exemple, de l'ordre de la centaine (à plusieurs centaines) pour des impulsions de durée ≤ 50 fs. On peut alors envisager de se tourner vers des méthodes *non auto-référencées* (interférométrie spectrale) pour caractériser ce type d'impulsions. Dans ces méthodes alternatives, l'impulsion est caractérisée à l'aide d'une impulsion de référence. Elles présentent notamment l'avantage d'être linéaire, très sensible et simple à mettre en oeuvre. Pourtant, une caractérisation précise devient difficile pour les produits TBP les plus élevés (accessibles avec l'outil de façonnage). Prenons l'exemple d'une impulsion gaussienne de largeur spectrale $\Delta\lambda = 20$ nm couvrant la totalité du détecteur d'un spectromètre de résolution 0.04 nm. On peut considérer que le plus petit élément $\delta\lambda$ pouvant être caractérisé correspond à quatre fois la fréquence de Nyquist *ie* 8 pixels soit 0.32 nm. La valeur maximale du produit TBP est alors estimée par la relation suivante² : $TBP = 4 \ln 2 \Delta\lambda / \delta\lambda$, soit $TBP = 173$. Cette valeur est du même ordre de grandeur que le TBP maximal obtenu avec un dispositif de façonnage comme l'AOPDF. De plus, pour ces valeurs de TBP, la mesure par interférométrie spectrale est complexe (comme démontré au chapitre 4) et n'est plus nécessairement suffisamment précise. La seule approche possible est alors de caractériser l'outil de façonnage pour de faibles valeurs de TBP pour lesquelles les techniques interférométriques offrent une grande précision. Pour des outils dont la réponse dépend d'un petit nombre de paramètres indépendants du TBP, il est possible d'extrapoler leur comportement pour façonner des impulsions complexes et de fonder la connaissance de l'impulsion sur la connaissance précise de l'outil de façonnage.

C'est dans cette problématique de la métrologie du façonnage et de la caractérisation d'impulsions femtosecondes que s'inscrit ce travail de thèse. Le manuscrit est constitué de trois parties.

- La première partie propose, d'une part un rappel des différentes grandeurs associées aux impulsions courtes utilisées tout au long du mémoire, d'autre part une description des chaînes laser en sortie desquelles les travaux expérimentaux ont été effectués.
- La deuxième partie est consacrée au problème suivant : quelles sont les limites théo-

1. En configuration dite haute-résolution.

2. En considérant que la résolution du spectromètre est égale à la résolution de la mesure, ce qui n'est souvent pas le cas. Ce calcul surestime donc le produit TBP maximal que l'on peut caractériser.

riques du façonnage d'impulsions courtes ?

Deux types de dispositifs de façonnage sont généralement utilisés : le filtre acousto-optique dispersif programmable (AOPDF) et les modulateurs spatiaux de lumière. L'AOPDF se présente sous la forme d'un bloc unique (matériau), ce qui rend sa précision peu sensible à la géométrie du montage expérimental contrairement aux modulateurs spatiaux de lumière. Dans l'esprit de la maîtrise précise de l'outil de façonnage, cet outil présente donc un avantage certain. C'est pourquoi, nous avons choisi de l'étudier. Sa précision dépend principalement de la connaissance des propriétés du matériau. On cherchera donc à savoir quelle est l'erreur introduite par cette connaissance "imparfaite" du matériau. Bien que jouant un rôle beaucoup plus faible, quelles sont les erreurs liées à la géométrie de l'interaction acousto-optique et à l'alignement expérimental ? Et enfin, quelles améliorations apporter pour augmenter la précision du dispositif ?

Aucun cours académique n'existe sur ce dispositif et au début de cette thèse, aucune publication ne portait sur sa caractérisation fine telle que développée dans ce mémoire.

- La troisième partie s'attaque à deux questions : le choix et la précision des outils de caractérisation d'impulsions courtes. La technique FROG basée sur une auto-corrélation intensimétrique permet la caractérisation d'impulsions complexes (TBP jusqu'à 30). La technique SPIDER est plus adaptée pour la caractérisation d'impulsions de TBP plus faibles *ie* plus proches de leur durée minimale. Pour déterminer la précision de techniques de mesure, nous avons choisi de caractériser des phases spectrales générées par l'AOPDF. Comme ce dernier est caractérisé, dans cette thèse, pour de faibles TBP par interférométrie spectrale, nous avons privilégié l'étude de la technique SPIDER. Comme cela sera détaillé ultérieurement, l'obtention d'une bonne précision de mesure nécessite une mise en oeuvre complexe et délicate. Deux problématiques sont généralement rencontrées : la mesure précise de phases quadratiques qui nécessite différentes étapes de calibration et la dynamique temporelle de la mesure. Afin de proposer des solutions alternatives, deux techniques plus simples ont été développées. La première, la "Local Spectral Compression" (LSC) s'attaque au problème de la mesure de phases quadratiques et plus généralement des phases polynomiales, la seconde, la "Self-Referenced Spectral interferometry" (SRSI) à celui de la dynamique temporelle.

Ce travail de thèse a été effectué dans le cadre d'une convention CIFRE entre le Service des Photons, Atomes et Molécules (SPAM) du Commissariat à l'Energie Atomique (CEA) et la société Fastlite. Elle a été co-dirigée par Olivier Gobert côté CEA et Daniel Kaplan côté entreprise. Les travaux expérimentaux ont été réalisés sur les chaînes laser du CEA.

Première partie

Notion, génération et amplification d'impulsions courtes

Chapitre 1

Notion d'impulsions courtes

Le champ électrique $\vec{E}(\vec{r}, t)$ est une grandeur vectorielle à valeurs réelles dépendant des variables d'espace et de temps, solution des équations de Maxwell macroscopiques. Dans un milieu matériel non-magnétique, diélectrique, sans charges libres et non-absorbant, ces équations prennent la forme suivante [6] :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & (a) & \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} & (b) \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 & (c) & \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 & (d) \end{aligned} \tag{1.1}$$

où $\vec{D}(\vec{r}, t)$ est le vecteur déplacement électrique et $\vec{H}(\vec{r}, t)$ le champ magnétique.

Les relations constitutives relient, d'une part, le vecteur déplacement électrique au champ électrique et au vecteur polarisation $\vec{P}(\vec{r}, t)$ (Eq. 1.2a), d'autre part, le champ magnétique à l'induction magnétique $\vec{B}(\vec{r}, t)$ (Eq. 1.2b).

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (a) \quad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad (b) \tag{1.2}$$

avec ϵ_0 la permittivité diélectrique du vide et μ_0 la perméabilité magnétique du vide.

Toute onde électromagnétique se propageant dans un tel milieu est caractérisée par les vecteurs \vec{E} , \vec{D} , \vec{B} et \vec{H} . La densité de puissance transportée est représentée par le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ qui s'écrit :

$$\vec{\Pi}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{H}(\vec{r}, t) \tag{1.3}$$

En supposant la réponse du milieu linéaire, locale et homogène, le vecteur de polarisation induite $\vec{P}(\vec{r}, t)$ s'écrit (annexe A.1.1) :

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \underline{\underline{R}}^{(1)}(t) \otimes \vec{E}(\vec{r}, t) \quad \text{dans le domaine temporel} \tag{1.4}$$

$$\vec{P}(\vec{r}, \omega) = \epsilon_0 \underline{\underline{\chi}}^{(1)}(\omega) : \vec{E}(\vec{r}, \omega) \quad \text{dans le domaine spectral} \tag{1.5}$$

où $\underline{\underline{R}}^{(1)}$ est la réponse linéaire temporelle du milieu reliée à la susceptibilité linéaire $\underline{\underline{\chi}}^{(1)}$ par :

$$\chi_{i,j}^{(1)}(\omega) = \int_0^\infty R_{i,j}^{(1)}(t) \exp(i\omega t) dt \quad (1.6)$$

Sous ces hypothèses, on déduit, des quatre équations de Maxwell (Eqs. 1.1), l'équation de propagation du champ électrique (annexe A.2). Soit, dans le domaine temporel :

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}, t) - \vec{\nabla} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{\underline{R}}^{(1)}(t) \otimes \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1.7)$$

et dans le domaine spectral :

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}, \omega) - \vec{\nabla} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}, \omega) \right) + \frac{\omega^2}{c^2} \left(\underline{\underline{1}} + \underline{\underline{\chi}}^{(1)}(\omega) \right) : \vec{E}(\vec{r}, \omega) = 0 \quad (1.8)$$

1.1 Des ondes monochromatiques aux impulsions courtes

L'onde plane, monochromatique, progressive, de polarisation rectiligne constitue une solution particulière bien connue des équations A.12 et A.13 (annexe A.2). En supposant, de plus, que cette onde se propage suivant l'axe z , dans la direction des z positifs, le champ électrique scalaire associé $E(z, t)$ s'écrit sous la forme suivante :

$$E(z, t) = E_0 \cos(k_1 z - \omega_1 t + \varphi_1) \quad (1.9)$$

où ω_1 est la pulsation de l'onde, k_1 son vecteur d'onde relié à l'indice n du milieu (annexe A.1.2) par :

$$k_1 = \frac{n\omega_1}{c}$$

Rappelons que la vitesse de déplacement de cette onde est alors : $v_{\varphi_1} = \frac{\omega_1}{k_1}$, que ses extensions spatiales et temporelles sont infinies (Figure 1.1.b et c) et qu'elle est représentée par un Dirac à la pulsation ω_1 dans le domaine spectral ($\omega > 0$) (Figure 1.1.a).

Toute superposition d'ondes planes monochromatiques est également solution des équations A.12 et A.13. Le cas de la superposition de deux ondes monochromatiques est particulièrement intéressant. Il permet, en effet, de définir, de manière simple, un certain nombre de notions (porteuse, enveloppe, vitesse de groupe, retard de groupe, position de la porteuse dans l'enveloppe) habituellement utilisées pour qualifier une impulsion courte. Ce modèle simple sera, dans un second temps, généralisé au cas de l'impulsion.

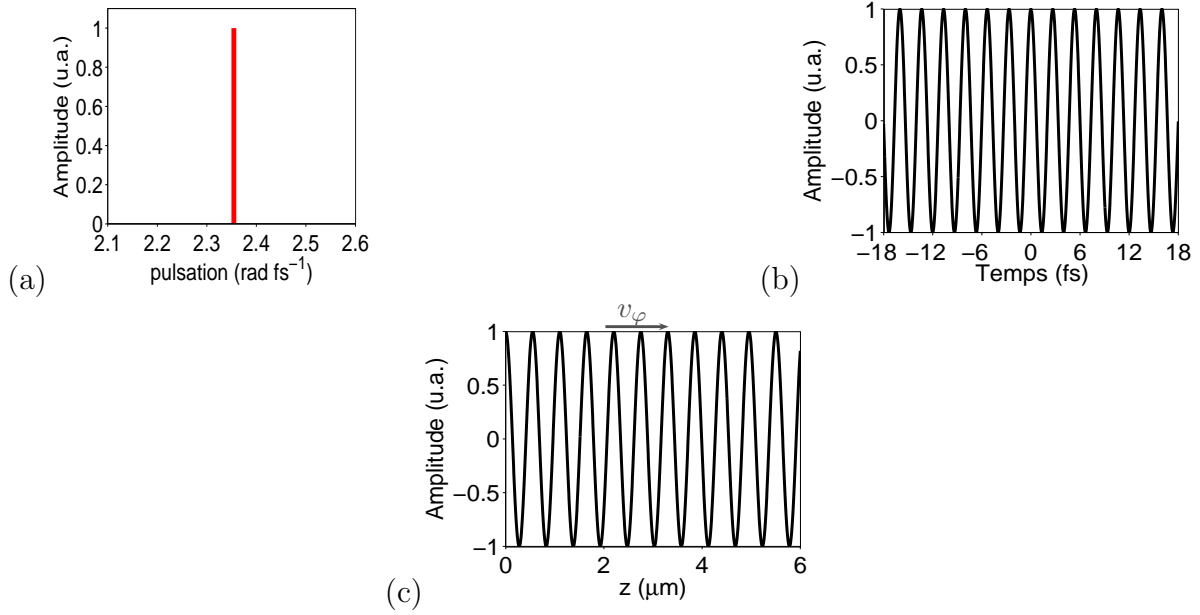


FIGURE 1.1 – Représentation d’une onde monochromatique. (a) dans le domaine spectral pour $\omega > 0$, (b) dans le domaine temporel pour $z = 0$, (c) suivant la direction de propagation z dans une lame de silice à $t = 0$, v_φ : vitesse de phase à la pulsation ω_1 .

1.1.1 Superposition de deux ondes monochromatiques

Considérons la superposition de deux ondes monochromatiques colinéaires de même polarisation, de même amplitude et de pulsations différentes ω_1 et ω_2 ($\omega_1 > \omega_2$) se propageant dans la direction des z positifs (Figure 1.2).

Le champ électrique correspondant à chacune de ces ondes est donné ci-dessous :

$$E_1(z, t) = E_0 \cos(k_1 z - \omega_1 t + \varphi_1) \quad (1.10)$$

$$E_2(z, t) = E_0 \cos(k_2 z - \omega_2 t + \varphi_2) \quad (1.11)$$

Notion d’enveloppe et de porteuse

En posant $\omega_+ = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$, $\omega_- = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$, $k_+ = \frac{n(\omega_+)\omega_+}{c}$, $k_- = \frac{n(\omega_-)\omega_-}{c}$, $\varphi_+ = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$, $\varphi_- = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}$, le champ électrique résultant de la superposition de ces deux ondes devient :

$$E(z, t) = E_0(z, t) \cos(k_+ z - \omega_+ t + \varphi_+) \quad (1.12)$$

avec $E_0(z, t) = 2E_0 \cos(k_- z - \omega_- t + \varphi_-)$.

$E(z, t)$ est constitué d’une onde porteuse à la pulsation moyenne ω_+ modulée en amplitude par une enveloppe $E_0(z, t)$ lentement variable à la pulsation ω_- (Figure 1.2.c).

Remarque : Ce résultat montre, notamment, que la porteuse peut être définie en une pulsation qui n’est pas présente dans le spectre des ondes initiales.

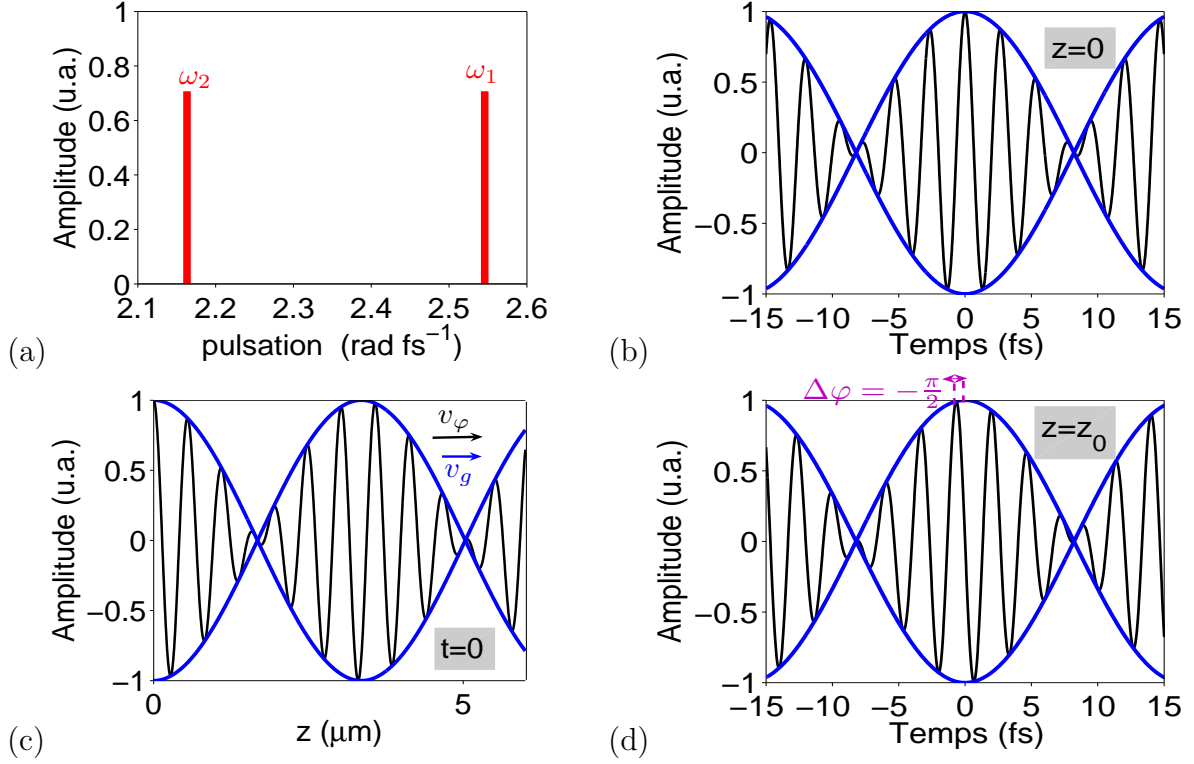


FIGURE 1.2 – Représentation de la superposition linéaire de deux ondes monochromatiques de pulsations différentes ω_1, ω_2 ($\omega_1 > \omega_2$). (a) domaine spectral pour $\omega > 0$, (b) domaine temporel en $z = 0$, (c) propagation suivant z à $t = 0$ dans une lame de silice, v_φ : vitesse de phase à la pulsation ω_+ , v_g : vitesse de groupe à la pulsation ω_+ . (d) domaine temporel en $z = z_0 = 14.5 \mu\text{m}$ (silice), $\Delta\varphi$: déphasage entre la porteuse et l'enveloppe à la pulsation ω_+ . (b), (c) et (d) en noir champ électrique, en bleu enveloppe du champ.

Vitesse de phase - Vitesse de groupe

L'onde porteuse se déplace à la vitesse de phase $v_\varphi = \frac{\omega_+}{k_+}$ tandis que l'enveloppe se propage à la vitesse v_g dite vitesse de groupe, $v_g = \frac{\omega_-}{k_-}$. Pour ω_- petit devant ω_+ , on retrouve la définition classique de la vitesse de groupe [7] :

$$v_g = \left(\frac{dk}{d\omega} \right)_{\omega_+}^{-1} \quad (1.13)$$

Le champ électrique $E(z, t)$ peut se réécrire en faisant apparaître vitesse de phase et vitesse de groupe :

$$E(z, t) = E_0 \left(t - \frac{z}{v_g} \right) \cos \left[\left(t - \frac{z}{v_\varphi} \right) \omega_+ - \varphi_+ \right] \quad (1.14)$$

avec $E_0 \left(t - \frac{z}{v_g} \right) = 2 \cos \left[\left(t - \frac{z}{v_g} \right) \omega_- - \varphi_- \right]$.

Les milieux étant dispersifs, vitesse de groupe et vitesse de phase sont différentes avec $v_g < v_\varphi$ dans les zones de transparence du matériau (annexe A.1). L'onde se déforme donc lors de sa propagation dans un milieu d'indice $n(\omega)$.

Temps de phase - Temps de groupe

Nous pouvons définir deux temps caractéristiques de la propagation d'une superposition linéaire d'ondes monochromatiques dans un milieu d'indice n et d'épaisseur L : le temps de phase t_φ (Eq. 1.15) et le temps de groupe t_g (Eq. 1.16). Le premier correspond au temps de propagation de l'onde porteuse, le second à celui de l'enveloppe.

$$t_\varphi = \frac{k_+ L}{\omega_+} = \frac{L}{v_\varphi} \quad (1.15)$$

$$t_g = \frac{k_- L}{\omega_-} = \frac{L}{v_g} = \left(\frac{dk}{d\omega} \right) L \quad (\omega_- \ll \omega_+) \quad (1.16)$$

Déphasage entre porteuse et enveloppe

La traversée d'un milieu d'indice n dépendant de la pulsation introduit un déphasage $\Delta\varphi$ entre la porteuse et l'enveloppe (Eq. 1.17).

$$\Delta\varphi = \omega_+ \left(\frac{1}{v_\varphi} - \frac{1}{v_g} \right) L = k_+ L - \omega_+ t_g \quad (1.17)$$

En exprimant l'équation 1.17 en terme d'indice de phase n_φ et d'indice de groupe n_g ($n_g = \frac{c}{v_g}$, $n_\varphi = \frac{c}{v_\varphi}$), on obtient :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi (n_\varphi(\omega_+) - n_g(\omega_+))}{c} L = \frac{2\pi (n(\omega_+) - n_g(\omega_+))}{c} L \quad (1.18)$$

Ce déphasage est évalué en une pulsation particulière, la pulsation moyenne : ω_+ . En se plaçant à une position z donnée, la dépendance temporelle du champ électrique (Eq. 1.14) peut se réécrire, en posant $\varphi_+ = \varphi_- = 0$:

$$E(t) = E_0 (t - t_g(\omega_+)) \cos [-\omega_+ (t - t_g(\omega_+)) + \Delta\varphi(\omega_+)] \quad (1.19)$$

Le déphasage entre porteuse et enveloppe lors de la traversée d'un milieu d'indice n est illustré figure 1.2.d. Le champ électrique $E(t)$ est représenté dans le référentiel qui se déplace à la vitesse de groupe. Après propagation dans $\sim 14.5 \mu m$ de silice, le déphasage entre la porteuse et l'enveloppe est de $-\frac{\pi}{2}$.

Dans la suite du texte, pour simplifier les notations, le champ électrique dans un plan z fixé sera désigné par $E(t)$.

1.1.2 Généralisation au cas d'une impulsion

Considérons maintenant la superposition linéaire d'un nombre infini d'ondes monochromatiques colinéaires de même polarisation et de pulsations différentes se propageant dans la direction des z positifs (Figure 1.3). Le champ électrique résultant est solution de

l'équation A.20 (annexe A). Dans le domaine temporel (et spatial), ce champ électrique se présente sous la forme d'une impulsion (Figures 1.3.b et.c).

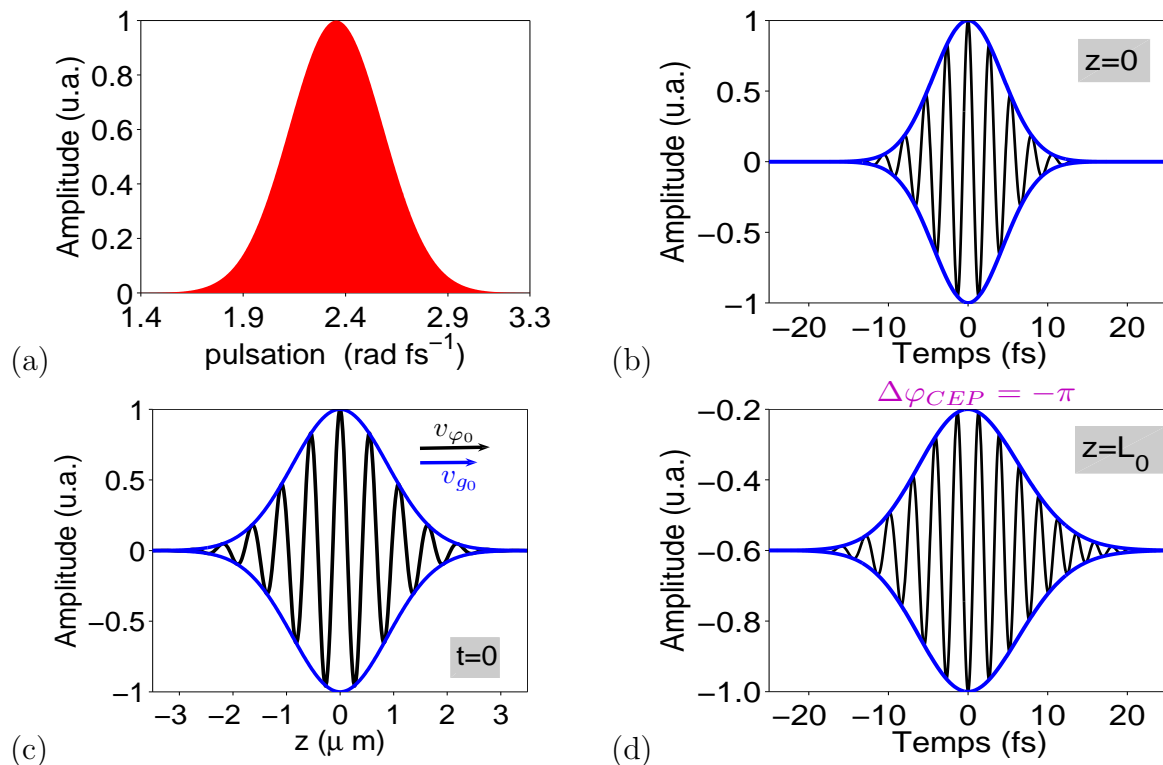


FIGURE 1.3 – Représentation d'une impulsion. (a) domaine spectral pour $\omega > 0$, (b) domaine temporel en $z = 0$, (c) propagation suivant z à $t = 0$ dans une lame de silice, v_{φ_0} : vitesse de phase à la pulsation ω_0 ($\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$, $\lambda_0 = 800$ nm), v_{g_0} : vitesse de groupe à la pulsation ω_0 . (d) domaine temporel en $z = L_0 = 553$ μm (silice), $\Delta\varphi_{CEP}$: variation de la phase CEP après propagation dans la lame. (b),(c) et (d) en noir champ électrique, en bleu enveloppe du champ.

Représentations temporelle et spectrale du champ

Attachons-nous, dans un premier temps, à la variation temporelle du champ électrique $\tilde{E}(t)$ ¹ dans un plan z particulier. Les impulsions manipulées dans cette thèse ont une durée typique² de l'ordre de la centaine de femtosecondes, ce qui nous pousse à définir le champ électrique dans le domaine temporel à l'aide d'une intégrale de Fourier :

$$\tilde{E}(t) = \mathcal{TF}[E(\omega)](t) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega) \exp(-i\omega t) \frac{d\omega}{2\pi} \quad (1.20)$$

De même par transformée de Fourier inverse :

$$E(\omega) = \mathcal{TF}^{-1}[\tilde{E}(t)](\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}(t) \exp(i\omega t) dt \quad (1.21)$$

1. A partir de cette section et dans le reste du manuscrit, j'introduis un tilde sur la notation du champ dans le domaine temporel pour la différencier de celle du champ dans le domaine spectral.

2. Largeur à mi-hauteur de l'intensité temporelle.

Le champ électrique $\tilde{E}(t)$ étant une grandeur réelle, les valeurs prises par $E(\omega)$ pour les pulsations positives contiennent toute l'information sur le champ électrique ($E^*(\omega) = E(-\omega)$). Nous introduisons donc le champ complexe $\mathcal{E}(\omega)$ [8] tel que :

$$\mathcal{E}(\omega) = \begin{cases} 2E(\omega) & \text{si } \omega \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.22)$$

soit :

$$\mathcal{E}(\omega) = 2\mathcal{H}e(\omega)E(\omega) \quad (1.23)$$

où $\mathcal{H}e(\omega)$ est la fonction de Heaviside. Le champ électrique complexe $E(\omega)$ s'écrit alors :

$$E(\omega) = \frac{1}{2} (\mathcal{E}(\omega) + \mathcal{E}^*(-\omega)) \quad (1.24)$$

Par transformée de Fourier du champ $\mathcal{E}(\omega)$, nous obtenons la représentation analytique $\tilde{\mathcal{E}}(t)$ du champ électrique, reliée au champ électrique par la relation suivante :

$$\tilde{E}(t) = \frac{1}{2} (\tilde{\mathcal{E}}(t) + \tilde{\mathcal{E}}^*(t)) = \text{Re} [\tilde{\mathcal{E}}(t)] \quad (1.25)$$

Dans le domaine spectral, on peut associer à $\mathcal{E}(\omega)$ une amplitude $|\mathcal{E}(\omega)|$ et une phase spectrale $\varphi(\omega)$.

$$\mathcal{E}(\omega) = |\mathcal{E}(\omega)| \exp [i\varphi(\omega)] \quad (1.26)$$

De même, dans le domaine temporel :

$$\tilde{\mathcal{E}}(t) = |\tilde{\mathcal{E}}(t)| \exp [i\phi(t)] \quad (1.27)$$

Dans ce manuscrit, l'intensité spectrale ou spectre d'une impulsion est définie comme la densité spectrale d'énergie du champ complexe $\mathcal{E}(\omega)$:

$$\mathcal{I}(\omega) = |\mathcal{E}(\omega)|^2 \quad (1.28)$$

et l'intensité temporelle³ comme le carré du module de la représentation analytique du champ électrique :

$$\mathcal{I}(t) = |\tilde{\mathcal{E}}(t)|^2 \quad (1.29)$$

Sur la figure 1.3.a est représentée l'amplitude spectrale d'une impulsion gaussienne de largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda = 130$ nm. L'amplitude spectrale d'une telle impulsion est centrée sur la pulsation ω_0 définie comme le moment d'ordre 1 pondéré par l'intensité spectrale (Eq. 1.30).

$$\omega_0 = \langle \omega \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \omega |\mathcal{E}(\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\mathcal{E}(\omega)|^2 d\omega} \quad (1.30)$$

3. A ne pas confondre avec l'éclairement dont l'expression est donnée plus loin, équation 1.46.

Le champ électrique temporel correspondant est représenté en noir sur la figure 1.3.b, pour une phase spectrale nulle en $z = 0$. Le centre de l'impulsion τ_0 se définit comme le moment d'ordre 1 pondéré par l'intensité temporelle (Eq. 1.31).

$$\tau_0 = \langle t \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} t |\mathcal{E}(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\mathcal{E}(t)|^2 dt} \quad (1.31)$$

Sur la figure 1.3.b l'impulsion est centrée en $\tau_0 = 0$.

Propagation d'une impulsion courte

Notons \mathcal{A} le champ électrique \mathcal{E} centré sur la pulsation ω_0 .

$$\mathcal{E}(0, \omega) = \mathcal{A}(0, \omega - \omega_0) \quad (1.32)$$

Intéressons-nous maintenant à la propagation d'une telle impulsion dans un milieu d'indice n dépendant de la pulsation (ici une lame de silice). Le champ $\mathcal{E}(z, \omega)$ est solution de l'équation A.13 (simplifiée sous la forme de l'équation d'Helmholtz (Eq. A.20) en annexe A) et s'exprime donc sous la forme d'un paquet d'ondes dispersives [9] :

$$\mathcal{E}(z, \omega) = \mathcal{E}(0, \omega) \exp[ik(\omega)z] = \mathcal{A}(0, \omega - \omega_0) \exp[ik(\omega)z] \quad (1.33)$$

En l'absence d'absorption, le spectre de l'impulsion est indépendant de z . La traversée d'une lame d'indice n et d'épaisseur L a donc pour seul effet d'introduire un terme de phase $\varphi(\omega)$ tel que :

$$\varphi(\omega) = \frac{n(\omega)L}{c} \quad (1.34)$$

La figure 1.3.c montre que, tout comme dans le cas d'une superposition de deux ondes monochromatiques, le champ électrique temporel s'écrit sous la forme d'une porteuse à la pulsation "milieu" ω_0 modulée en amplitude par une enveloppe. Du fait de la dispersion du milieu d'indice n , l'enveloppe se propage à la vitesse de groupe v_{g0} alors que la porteuse se propage à la vitesse de phase $v_{\varphi0}$.

Ce résultat se retrouve directement à partir des équations. Ecrivons $k(\omega)$ sous la forme de son développement de Taylor autour de la pulsation ω_0 .

$$k(\omega) = k(\omega_0) + \left(\frac{dk}{d\omega} \right)_{\omega_0} (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2k}{d\omega^2} \right)_{\omega_0} (\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (1.35)$$

$$= k_0 + k'_0(\omega - \omega_0) + \kappa(\omega - \omega_0) \quad (1.36)$$

avec $k_0 = k(\omega_0)$, $k'_0 = \left(\frac{dk}{d\omega} \right)_{\omega_0}$ et $\kappa(\omega - \omega_0) = \frac{1}{2} \left(\frac{d^2k}{d\omega^2} \right)_{\omega_0} (\omega - \omega_0)^2 + \dots$

Dans le domaine temporel, le champ électrique s'écrit à l'aide d'une transformée de Fourier

(Eq. 1.37).

$$\tilde{\mathcal{E}}(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{E}(0, \omega) \exp [i [(k_0 + k'_0(\omega - \omega_0) + \kappa(\omega - \omega_0))z - \omega t]] \frac{d\omega}{2\pi} \quad (1.37)$$

$$= \exp [i(k_0 z - \omega_0 t)] \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{A}(0, \omega - \omega_0) \exp (i\kappa(\omega - \omega_0)z) \exp [-i(\omega - \omega_0)(t - k'_0 z)] \frac{d\omega}{2\pi} \quad (1.38)$$

On pose $\mathcal{A}(z, \omega - \omega_0) = \mathcal{A}(0, \omega - \omega_0) \exp [i\kappa(\omega - \omega_0)z]$. On peut donc réécrire $\tilde{\mathcal{E}}(z, t)$:

$$\tilde{\mathcal{E}}(z, t) = \tilde{\mathcal{A}}(z, t - k'_0 z) \exp [i(k_0 z - \omega_0 t)] = \tilde{\mathcal{A}}\left(z, t - \frac{z}{v_{g0}}\right) \exp [i(k_0 z - \omega_0 t)] \quad (1.39)$$

avec $v_{g0} = \left(\frac{dk}{d\omega}\right)_{\omega_0}^{-1}$ et $\tilde{\mathcal{A}}(z, t) = \mathcal{TF}[\mathcal{A}(z, \omega)](z, t)$. Nous retrouvons donc bien la définition de la vitesse de groupe donnée dans l'équation 1.13.

Comme attendu, le champ électrique temporel se présente sous la forme d'une enveloppe se propageant à la vitesse de groupe v_{g0} et d'une porteuse à la pulsation ω_0 se propageant à la vitesse de phase $v_{\varphi_0} = \frac{\omega_0}{k_0}$. Le temps de groupe associé à la vitesse de groupe v_{g0} n'est autre que le centre temporel de l'impulsion τ_0 en une position z donnée (Eq. 1.40).

$$\tau_0 = \frac{z}{v_{g0}} \quad (1.40)$$

Le champ électrique considéré ici a une extension temporelle finie. τ_0 peut donc être vu comme l'instant d'arrivée moyen de l'impulsion.

Dans le domaine spectral, le champ électrique $\mathcal{E}(z, \omega)$ est relié au champ $\mathcal{A}(z, \omega)$ selon l'équation suivante :

$$\mathcal{E}(z, \omega) = \exp \left[i \left(k_0 z + (\omega - \omega_0) \frac{z}{v_{g0}} \right) \right] \mathcal{A}(z, \omega - \omega_0) \quad (1.41)$$

Dans un plan z fixé quelconque, l'amplitude et la phase des champs $\tilde{\mathcal{E}}$ et \mathcal{E} sont respectivement reliées à l'amplitude et la phase des champs $\tilde{\mathcal{A}}$ et \mathcal{A} par :

$$\begin{aligned} |\mathcal{E}(\omega)| &= |\mathcal{A}(\omega - \omega_0)| \\ \varphi(\omega) &= \varphi_{\mathcal{A}}(\omega - \omega_0) + (\omega - \omega_0)\tau_0 + \varphi_0 \quad \text{avec} \quad \varphi_0 = k_0 z \end{aligned} \quad (1.42)$$

$$\begin{aligned} |\tilde{\mathcal{E}}(t)| &= |\tilde{\mathcal{A}}(t - \tau_0)| \\ \phi(t) &= \phi_{\tilde{\mathcal{A}}}(t - \tau_0) - \omega_0 t + \varphi_0 \end{aligned} \quad (1.43)$$

L'intensité spectrale (Eq. 1.28) et l'intensité temporelle (Eq. 1.29) deviennent :

$$\mathcal{I}(\omega) = |\mathcal{E}(\omega)|^2 = |\mathcal{A}(\omega - \omega_0)|^2 \quad (1.44)$$

$$\mathcal{I}(t) = |\tilde{\mathcal{E}}(t)|^2 = |\tilde{\mathcal{A}}(t - \tau_0)|^2 \quad (1.45)$$

Une autre grandeur sera utilisée en optique non-linéaire. Il s'agit de l'éclairement I qui s'exprime à partir du théorème de Poynting de l'électrodynamique (Eq.1.46) ⁴.

$$I(z, t) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c n |\tilde{\mathcal{E}}(z, t)|^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c n |\tilde{\mathcal{A}}(z, t - \tau_0)|^2 \quad (1.46)$$

où n sera considéré comme l'indice à la pulsation porteuse de l'impulsion.

Position de la porteuse dans l'enveloppe de l'impulsion

Le champ électrique temporel correspondant à la traversée d'une lame de silice d'épaisseur $553 \mu\text{m}$ est représenté figure 1.3.d. La porteuse s'est déplacée dans l'enveloppe de l'impulsion par rapport au cas $z = 0$ (Figure 1.3.b). La position de la porteuse dans l'enveloppe de l'impulsion (φ_{CEP}) est référencée sous le nom "Carrier-Envelope Phase" (CEP). Nous observons ici une variation de cette phase CEP (évaluée à la pulsation ω_0) due à la différence entre vitesse de groupe et vitesse de phase à une pulsation ω_0 donnée. L'expression de cette variation de phase (Eq.1.47) se déduit directement du cas de la superposition de deux ondes monochromatiques (Eq.1.18).

$$\Delta\varphi_{CEP}(\omega_0) = \Delta\varphi(\omega_0) = \frac{2\pi(n_\varphi(\omega_0) - n_g(\omega_0))}{c} L \quad (1.47)$$

soit :

$$\Delta\varphi_{CEP} = \varphi_0 - \omega_0 \tau_0 \quad (1.48)$$

Pour une épaisseur de silice de $553 \mu\text{m}$, la variation de CEP est d'environ π (Figure 1.3.d). En faisant apparaître cette variation de phase CEP dans l'expression du champ électrique dans le référentiel de l'impulsion, on obtient :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{E}}(t) &= \tilde{\mathcal{A}}(t - \tau_0) \exp [i (-\omega_0(t - \tau_0) + \Delta\varphi_{CEP})] \\ &= |\tilde{\mathcal{A}}(t - \tau_0)| \exp [i (-\omega_0(t - \tau_0) + \Delta\varphi_{CEP} + \phi_{\tilde{\mathcal{A}}}(t - \tau_0))] \end{aligned} \quad (1.49)$$

ou dans le référentiel du laboratoire ayant pour origine $t = 0$:

$$\tilde{\mathcal{E}}(t) = |\tilde{\mathcal{E}}(t)| \exp [i (-\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi(t))] \quad (1.50)$$

avec $\varphi(t) = \phi_{\tilde{\mathcal{A}}}(t - \tau_0)$.

Notions de pulsation instantanée et de retard de groupe

A partir du terme de phase du champ électrique (Eq.1.50), on définit une pulsation instantanée $\omega(t)$ ⁵ reliée à la pulsation centrale ω_0 et à la phase temporelle résiduelle $\varphi(t)$

4. Cette définition de l'éclairement reste valable tant que $\sigma\omega \ll \omega_0$ où $\sigma\omega$ est la largeur spectrale rms de l'impulsion définie dans l'équation 1.58 (section 1.2)

5. Une définition rigoureuse de la pulsation instantanée nécessite le recours à la représentation de Wigner-Ville introduite dans la section A.3 [10].

(Eq. 1.51).

$$\omega(t) = \omega_0 - \frac{d\varphi}{dt} \quad (1.51)$$

Remarque : Le choix de la pulsation porteuse comme la pulsation centrale de l'impulsion n'est pas arbitraire. Notons ω_l la pulsation de la porteuse. La pulsation instantanée se réécrit : $\omega(t) = \omega_l - \frac{d\varphi_l(t)}{dt}$. Le but est ici d'exprimer la phase temporelle en un terme rapidement variable ($\omega_l t$) et un terme lentement variable $\left(\frac{d\varphi_l(t)}{dt}\right)$. La relation 1.52 peut être utilisée comme critère de minimisation des variations du terme $\frac{d\varphi_l}{dt}$.

$$\left\langle \frac{d\varphi_l}{dt} \right\rangle_t = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\varphi_l}{dt} |\mathcal{E}(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\mathcal{E}(t)|^2 dt} = 0 \quad (1.52)$$

Or⁶ :

$$< \omega > = \omega_l - \left\langle \frac{d\varphi_l}{dt} \right\rangle$$

Et $< \omega > = \omega_0$ (Eq.1.30). Donc pour minimiser les variations de $\frac{d\varphi_l}{dt}$, il faut prendre la pulsation centrale définie dans l'équation 1.30 comme porteuse.

Dans le plan $z = L$, la phase spectrale du champ électrique $\mathcal{E}(\omega)$ est donnée par l'équation 1.53.

$$\varphi(\omega) = \frac{n(\omega)\omega L}{c} \quad (1.53)$$

Dans un milieu d'indice n , l'indice de groupe et donc la vitesse de groupe varient avec la pulsation (Eq.1.54).

$$v_g(\omega) = \left(\frac{dk}{d\omega'} \right)_\omega^{-1} \quad (1.54)$$

Cette variation de la vitesse de groupe avec la pulsation, appelée dispersion de vitesse de groupe est notamment responsable de l'élargissement de l'impulsion après propagation dans 553 μm de silice (Figure 1.3.d). Cet effet sera développé plus en détail dans la section 1.3.

Un temps de groupe peut être associé à la vitesse de groupe pour chaque pulsation ω du spectre de l'impulsion :

$$\tau_g(\omega) = \left(\frac{dk}{d\omega'} \right)_\omega L \quad (1.55)$$

soit :

$$\tau_g = \frac{d\varphi}{d\omega} \quad (1.56)$$

Ce temps de groupe est appelé retard de groupe dans la littérature. Sa moyenne temporelle (pondérée par l'intensité) n'est autre que le centre de l'impulsion τ_0 .

$$< \tau_g > = \tau_0 \quad (1.57)$$

6. En utilisant le théorème de Parseval pour passer dans le domaine temporel.

En découplant le spectre de l'impulsion en une superposition d'ondes de pulsation centrale ω_i sur un support de largeur $d\omega_i$, on peut voir le temps de groupe à la fréquence ω_i comme l'instant d'arrivée de la pulsation ω_i , et ce, quel que soit ω_i .

Les approches proposées ici pour définir la notion de retard de groupe ne constituent pas des démonstrations rigoureuses. Il faut pour cela avoir recours à la représentation de Wigner-Ville de l'impulsion qui est introduite à la section A.3 [10].

1.2 Largeur spectrale et durée d'une impulsion

Pour caractériser une impulsion, une première approche consiste à évaluer la largeur spectrale et la durée de l'impulsion. La largeur spectrale est déterminée à partir de l'intensité spectrale (Eq 1.28), la durée à partir de l'intensité temporelle (Eq. 1.29). Dans cette thèse, trois définitions différentes de ces largeurs ont été utilisées : la largeur à mi-hauteur (la plus usitée dans la littérature), la largeur à 1/e et la largeur rms (Eq. 1.58). La figure 1.4 illustre ces trois définitions dans le cas d'une impulsion gaussienne de largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda \sim 132$ nm centrée à 800 nm et de phase spectrale nulle, déjà utilisée en figure 1.3.b.

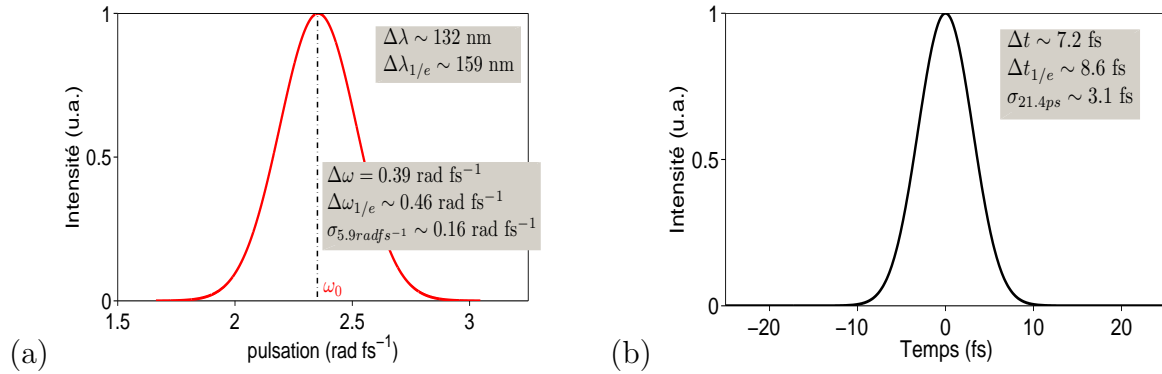


FIGURE 1.4 – (a) *Intensité spectrale d'une impulsion gaussienne de largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda \sim 132$ nm (ou $\Delta\omega = 0.39$ rad fs⁻¹) et de phase spectrale nulle, ω_0 correspond à la pulsation centrale, $\Delta\omega_{1/e}$ et $\Delta\lambda_{1/e}$ aux largeurs à 1/e respectivement en pulsation et en longueurs d'onde, $\sigma_{5.9 \text{ rad fs}^{-1}}$ à la largeur rms où 5.9 rad fs⁻¹ correspond à l'intervalle sur lequel le calcul a été effectué.* (b) *Intensité temporelle correspondante, Δt largeur à mi-hauteur, $\Delta t_{1/e}$ largeur à 1/e et $\sigma_{21.4 \text{ ps}}$ largeur rms où 21.4 ps correspond à l'intervalle sur lequel le calcul a été effectué.*

1.2.1 Définitions

- *Largeur à mi-hauteur :*

Comme son nom l'indique, il s'agit de la largeur à mi-hauteur de l'intensité. Dans cette

thèse, elle sera toujours déterminée à partir du centre de l'impulsion⁷. Δt désignera la largeur à mi-hauteur dans le domaine temporel, $\Delta\omega$ la largeur à mi-hauteur dans le domaine spectral.

- *Largeur à 1/e :*

Il s'agit de la largeur à 1/e de l'intensité. Elle sera toujours déterminée à partir du centre de l'impulsion et sera notée $\Delta t_{1/e}$ dans le domaine temporel et $\Delta\omega_{1/e}$ dans le domaine spectral.

- *Largeur rms :*

La largeur rms se définit comme le moment d'ordre 2 pondéré par l'intensité (Eq. 1.58). Elle sera notée σ_t dans le domaine temporel et σ_ω dans le domaine spectral.

$$\begin{aligned}\sigma_t &= \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \tau_0)^2 |\mathcal{E}(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\mathcal{E}(t)|^2 dt}} \\ \sigma_\omega &= \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \omega_0)^2 |\mathcal{E}(\omega)|^2 \frac{d\omega}{2\pi}}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\mathcal{E}(\omega)|^2 \frac{d\omega}{2\pi}}}\end{aligned}\tag{1.58}$$

On dit qu'une impulsion est limitée par transformée de Fourier lorsque, pour un spectre donné, la durée de l'impulsion est la plus petite possible.

1.2.2 Produit "temps-fréquence" (Time Bandwidth Product, TBP)

Le champ électrique exprimé dans le domaine temporel est relié au champ électrique dans le domaine spectral par une transformée de Fourier. Largeur spectrale et durée d'une impulsion ne sont donc pas deux grandeurs indépendantes (quelle que soit la définition choisie pour exprimer ces grandeurs). Ainsi la largeur spectrale rms et la largeur temporelle rms vérifient l'inégalité 1.59⁸. L'égalité est obtenue pour une impulsion gaussienne limitée par transformée de Fourier. Il s'agit donc de l'impulsion qui prend "le moins de place" dans les deux domaines (temporel et spectral).

$$\sigma_t \sigma_\omega \geq \frac{1}{2}\tag{1.59}$$

Nous notons TBP le produit de la largeur spectrale par la durée de l'impulsion. Ainsi : $TBP_{FWHM} = \Delta t \Delta\omega$, $TBP_{1/e} = \Delta t_{1/e} \Delta\omega_{1/e}$, $TBP_{rms} = \sigma_t \sigma_\omega$. Pour un spectre donné, ce produit renseigne sur la complexité de l'impulsion ie sur le rapport de la durée de

7. La largeur à mi-hauteur peut aussi être déterminée en partant des extrémités de l'intervalle considéré. Elle est alors très sensible à la présence de plusieurs pics d'amplitude supérieure à 0.5 (du maximum de l'intensité).

8. l'absence du facteur 2π usuel s'explique par le choix des conventions pour la transformée de Fourier.

l'impulsion sur la largeur de la plus petite structure présente dans l'impulsion⁹. Plus le produit TBP est grand, plus l'impulsion est complexe. En l'absence de phase d'ordre 2 (section 1.3), le produit TBP peut donner directement le nombre de structures fines ou pics présents dans l'impulsion [12]. Pour une forme de spectre donné, l'impulsion limitée par transformée de Fourier correspond à la valeur minimale du produit TBP. Cette valeur est donnée dans le tableau 1.1 pour chacune des trois formes de spectre suivantes : gaussienne, lorentzienne et sécante [9].

Forme du spectre	TBP_{FWHM}	TBP_{rms}
gaussienne	2.77	0.5
sécante hyperbolique	1.98	0.525
lorentzienne	0.89	0.7

TABLE 1.1 – Produit TBP pour des impulsions de forme de spectre gaussienne, lorentzienne et sécante limitée par transformée de Fourier. TBP_{FWHM} : produit des largeurs à mi-hauteur, TBP_{rms} : produit des largeurs rms.

Considérons trois impulsions de forme de spectre respectivement gaussienne, lorentzienne et sécante hyperbolique, de même largeur à mi-hauteur $\Delta\omega \sim 0.18 \text{ rad fs}^{-1}$ ($\Delta\lambda \sim 60 \text{ nm}$), toutes les trois limitées par transformée de Fourier (Figure 1.5). Les largeurs spectrales rms sont par contre différentes puisque la largeur rms prend en compte ce qui se passe dans les pieds de l'impulsion, ce qui n'est pas le cas de la largeur à mi-hauteur. Ainsi : $\sigma_{\omega_{gauss}} \sim 0.08 \text{ rad fs}^{-1}$, $\sigma_{\omega_{lorentz}} \sim 0.13 \text{ rad fs}^{-1}$, $\sigma_{\omega_{sec}} \sim 0.1 \text{ rad fs}^{-1}$ (évaluée sur une fenêtre de 8.8 rad fs^{-1}). La largeur temporelle à mi-hauteur peut être calculée pour chacune de ces trois impulsions en utilisant le tableau 1.1. Elle est différente pour chacune de ces trois impulsions : $\Delta t_{gauss} = 15.7 \text{ fs}$, $\Delta t_{lorentz} = 5.0 \text{ fs}$, $\Delta t_{sec} = 11.2 \text{ fs}$ (pour $\Delta\omega \sim 0.177 \text{ rad fs}^{-1}$).

La figure 1.5 illustre bien le fait que ce sont les pieds de chaque impulsion dans le domaine spectral qui contribuent principalement à la largeur à mi-hauteur dans le domaine temporel. Plus la forme du spectre s'étend dans les pieds de l'impulsion plus la largeur à mi-hauteur est petite dans le domaine temporel. Pour une même largeur spectrale à mi-hauteur, l'impulsion de forme lorentzienne a donc une largeur temporelle plus petite que celles des deux autres formes spectrales. Par contre, la partie de chaque impulsion correspondant à la largeur à mi-hauteur dans le domaine spectral se retrouve dans les pieds de l'impulsion dans le domaine temporel. C'est pourquoi les trois impulsions semblent confondues dans les pieds de l'intensité temporelle (Figure 1.5.b).

9. La complexité de l'impulsion est notée η dans certains articles [11]. Elle est proportionnelle au produit TBP avec par exemple pour une gaussienne, $\eta \sim TBP_{FWHM}/4 \ln 2$.

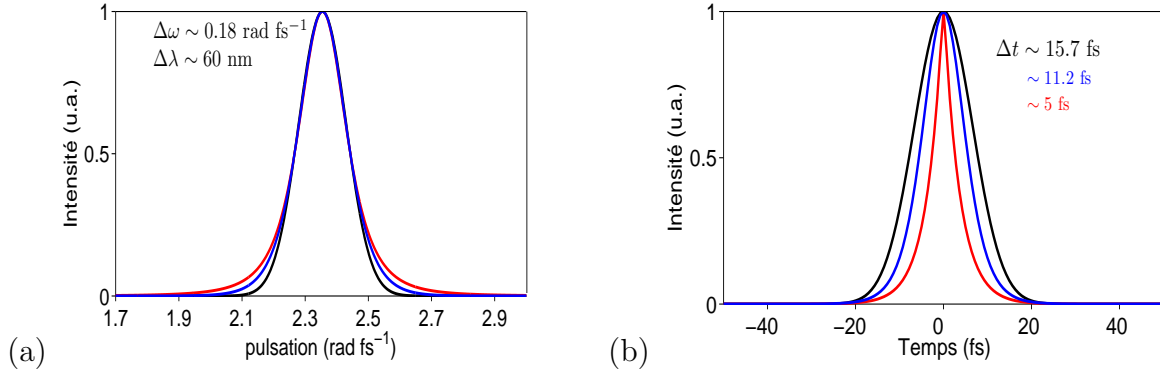


FIGURE 1.5 – *Intensité spectrale (a) et temporelle (b) de trois impulsions limitées par transformée de Fourier de formes de spectre différentes et de même largeur spectrale à mi-hauteur $\Delta\omega \sim 0.18 \text{ rad fs}^{-1}$ (ou $\Delta\lambda \sim 60 \text{ nm}$). En noir : une gaussienne, en bleu : une sécante hyperbolique, en rouge : une lorentzienne. Δt , largeur temporelle à mi-hauteur.*

1.2.3 Limites des définitions :

- *Largeur à mi-hauteur :*

La largeur à mi-hauteur définie plus haut n'a pas de sens pour une impulsion présentant une structure à plusieurs pics de même amplitude ou d'amplitude supérieure à la moitié du maximum de l'intensité (cas de la somme de deux impulsions de même amplitude décalées temporellement). Cette largeur ne prend pas en compte la structure de l'impulsion en dessous de la moitié du maximum de l'amplitude (par exemple la présence de rebond sur l'intensité temporelle d'une impulsion à phase spectrale cubique, section 1.3). Expérimentalement, elle est très facile à déterminer.

- *Largeur à $1/e$:*

Les mêmes remarques s'appliquent à la largeur à $1/e$ en remplaçant la moitié du maximum de l'intensité par $1/e$ du maximum de l'intensité.

- *Largeur rms :*

D'un point de vue théorique, cette largeur est plus pertinente que la largeur à mi-hauteur puisqu'elle prend en compte les pieds de l'impulsion. Elle est particulièrement adaptée pour décrire des impulsions complexes. En revanche expérimentalement elle est difficile à évaluer. En effet, sa définition (Eq.1.58) montre que sa détermination nécessite de reconstruire l'intensité (spectrale ou temporelle) avec un contraste infini sur un support infini. Cette grandeur est donc évaluée expérimentalement sur un support fini avec le contraste maximum que la mesure utilisée permet. La largeur rms est alors dépendante du contraste et de la largeur du support utilisé. Pour que cette grandeur reste pertinente, nous l'utiliserons pour comparer une impulsion à l'impulsion correspondante limitée par transformée de Fourier à support et contraste donnés.

Remarque : Pour une impulsion d'amplitude rectangle dans un domaine, la largeur rms n'est pas définie dans le domaine associé par transformée de Fourier.

Dans cette thèse, pour caractériser la largeur spectrale d'une impulsion, nous utilisons :

- la largeur à mi-hauteur en longueur d'onde dans la plupart des cas,
- la largeur à 1/e pour des spectres présentant des modulations lentes d'amplitude.

Pour caractériser la durée de l'impulsion, nous utiliserons à la fois la durée à mi-hauteur et la largeur rms.

La variance temporelle de l'impulsion σ_t^2 est reliée à la variance temporelle de l'impulsion à phase spectrale plate ($\varphi = 0$) par la relation 1.60 [10][8].

$$\sigma_t^2 = \sigma_{t_{\varphi=0}}^2 + \sigma_{\tau_g}^2 \quad (1.60)$$

Pour un spectre donné, l'impulsion limitée par transformée de Fourier (la plus courte possible) est obtenue pour $\Delta\tau_g = 0$ ie pour un retard de groupe indépendant de la pulsation. De même la variance spectrale de l'impulsion σ_ω^2 est reliée à la variance spectrale de l'impulsion à phase temporelle nulle ($\phi = 0$) par la relation 1.61 [10][8].

$$\sigma_\omega^2 = \sigma_{\omega_{\phi=0}}^2 + \sigma_{-\frac{d\phi}{dt}}^2 = \sigma_{\omega_{\phi=0}}^2 + \sigma_{\omega(t)}^2 \quad (1.61)$$

Pour un spectre donné, la largeur spectrale la plus courte est obtenue pour une pulsation instantanée $\omega(t)$ indépendante du temps. Lorsque la pulsation instantanée varie avec le temps, l'impulsion est dite à dérive de fréquence positive lorsque la pente de la pulsation instantanée est positive et négative dans le cas contraire. L'introduction d'une phase temporelle variant de façon non-linéaire avec le temps élargit donc spectralement une impulsion. Le phénomène d'automodulation de phase en est une illustration.

1.3 Zoologie des phases spectrales rencontrées dans cette thèse

Un certain nombre de sources possèdent une grande largeur spectrale, sans pour autant générer des impulsions brèves (par ex. : le soleil). La différence réside dans l'existence d'une phase spectrale non aléatoire.

La traversée d'un milieu matériel par une impulsion brève introduit une phase spectrale $\varphi(\omega)$ dépendant de la pulsation (Eq. 1.53) reliée à la valeur scalaire $k(\omega)$ du vecteur de propagation. Comme nous l'avons fait pour $k(\omega)$ (Eq.1.35), la phase spectrale peut être écrite sous la forme de son développement de Taylor autour de la pulsation ω_0 ¹⁰ (Eq.1.62).

10. En pratique, la pulsation autour de laquelle le développement de Taylor est effectué n'est pas forcément la pulsation centrale de l'impulsion.

$$\varphi(\omega) = \varphi_0 + \varphi_1(\omega - \omega_0) + \frac{\varphi_2}{2!}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\varphi_3}{3!}(\omega - \omega_0)^3 + \frac{\varphi_4}{4!}(\omega - \omega_0)^4 + \dots \quad (1.62)$$

où $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \dots$ sont respectivement les coefficients de Taylor associés d'ordre 0, 1, 2, ... Les matériaux présents sur les chaînes laser introduisant principalement des phases quadratiques et cubiques, cette décomposition de la phase en termes polynomiaux s'avère particulièrement adaptée.

Dans cette section, je rappelle l'effet sur l'intensité et la phase temporelles, d'une part, de chacun des coefficients du développement de Taylor à l'ordre 4 de la phase spectrale, d'autre part, de phases plus complexes comme les phases sinusoïdales et sauts de phase. Cet effet est illustré dans le cas d'une impulsion d'amplitude gaussienne centrée sur $\lambda_0 = 800$ nm et de largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda \sim 132$ nm¹¹. Pour chaque type de phases étudié, la figure (a) représente l'intensité spectrale normalisée $\mathcal{I}(\omega)$ en noir, la phase spectrale $\varphi(\omega)$ en orange et le retard de groupe $\tau_g(\omega)$ en bleu, la figure (b) l'intensité temporelle normalisée $\mathcal{I}(t)$ en noir, la phase temporelle $\phi(t)$ après retrait du terme linéaire $-\omega_0 t$ (soit $\psi(t) = \phi(t) - \omega_0 t$) en orange et la dérivée de la phase temporelle $\psi(t)$ par rapport au temps (soit $\omega_0 - \omega(t)$, où $\omega(t)$ est la pulsation instantanée) en bleu. Enfin la figure (c) représente cette même intensité en échelle logarithmique accompagnée de l'intensité limitée par transformée de Fourier correspondante. Bien que pour certaines phases spectrales des expressions analytiques du champ existent dans le domaine temporel, toutes les intensités temporelles ont été calculées par transformée de Fourier discrète du champ spectral complexe. C'est pourquoi la dynamique temporelle sur laquelle ces intensités sont tracées est limitée par le bruit numérique.

1.3.1 Phase spectrale nulle

Lorsque la phase spectrale $\varphi(\omega)$ est nulle, le champ électrique $\mathcal{E}(\omega)$ se réduit à son amplitude spectrale qui s'exprime sous la forme 1.63 dans le cas d'une gaussienne.

$$\mathcal{E}(\omega) \propto \exp \left[-2 \ln 2 \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega} \right)^2 \right] \quad (1.63)$$

Ce champ s'exprime alors simplement dans le domaine temporel :

$$\tilde{\mathcal{E}}(t) \propto \exp \left[-\frac{t^2 \Delta\omega^2}{8 \ln 2} \right] \exp(-i\omega_0 t) \quad (1.64)$$

La durée de l'impulsion est alors minimale ($\Delta t \sim 7.2$ fs, $\sigma_{21.4ps} \sim 3.2$ fs, pour $\Delta\omega \sim 0.18$ rad fs⁻¹), la phase temporelle $\psi(t)$ et sa dérivée sont nulles (Figure 1.6). Une telle impulsion est dite limitée par transformée de Fourier.

11. Largeur à mi-hauteur de l'intensité spectrale.

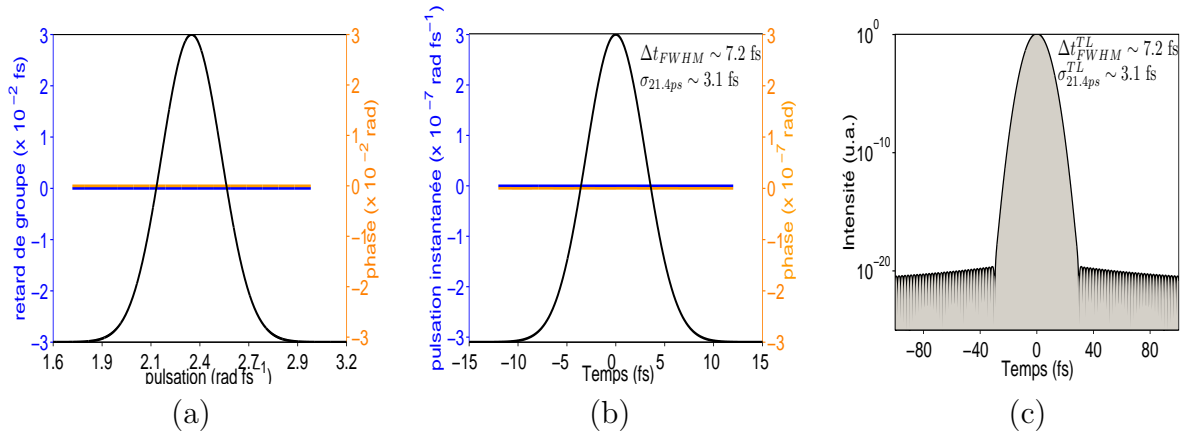


FIGURE 1.6 – Impulsion gaussienne de largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda \sim 132$ nm et de phase spectrale nulle. (a) En noir, intensité spectrale normalisée $\mathcal{I}(\omega)$, en orange, phase spectrale $\varphi(\omega)$ (en rad), en bleu retard de groupe $\tau_g(\omega)$ (en fs). (b) en noir intensité temporelle normalisée $\mathcal{I}(t)$, en orange, phase temporelle $\psi(t) = \phi(t) - \omega_0 t$ (en rad), en bleu dérivée de la phase temporelle $\psi(t)$ ($\omega_0 - \omega(t)$, en rad fs⁻¹). (c) en noir intensité temporelle en échelle logarithmique, en grisé, intensité temporelle de l'impulsion limitée par transformée de Fourier correspondante.

1.3.2 Phase spectrale constante non nulle

Le terme de phase φ_0 , déjà introduit dans la section 1.1 (Eq.1.42), renseigne sur la position de la porteuse dans le référentiel du laboratoire. Il est relié à la phase CEP par l'équation 1.48 et est appelé phase absolue dans la littérature.

La figure 1.7 présente le cas d'une impulsion gaussienne de largeur $\Delta\lambda \sim 132$ nm et de

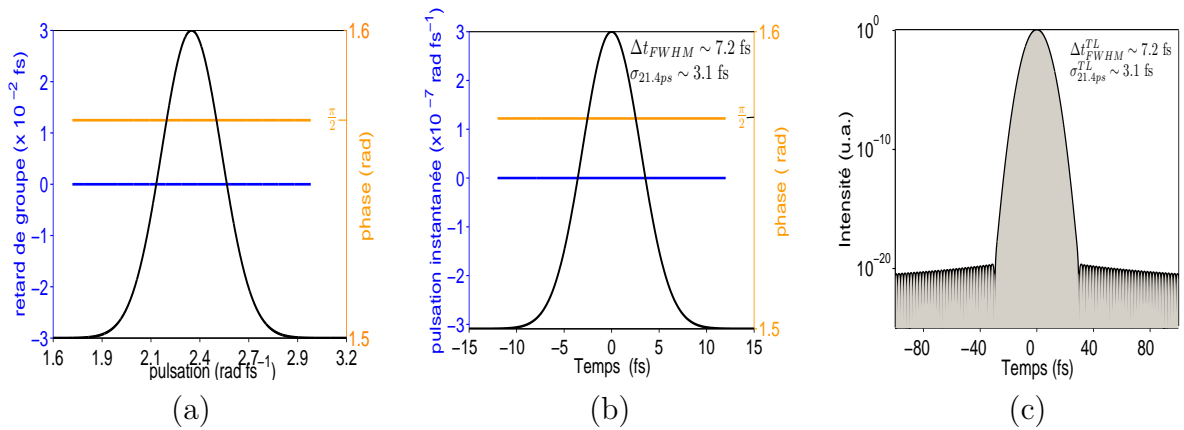


FIGURE 1.7 – Effet d'une phase spectrale constante $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ sur une impulsion gaussienne de largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda \sim 132$ nm. (a) En noir, intensité spectrale normalisée $\mathcal{I}(\omega)$, en orange, phase spectrale $\varphi(\omega)$ (en rad), en bleu retard de groupe $\tau_g(\omega)$ (en fs). (b) en noir intensité temporelle normalisée $\mathcal{I}(t)$, en orange phase temporelle $\psi(t) = \phi(t) - \omega_0 t$ (en rad), en bleu dérivée de la phase temporelle $\psi(t)$ ($\omega_0 - \omega(t)$, en rad fs⁻¹). (c) en noir intensité temporelle en échelle logarithmique, en grisé, intensité temporelle de l'impulsion limitée par transformée de Fourier correspondante.

phase spectrale constante égale à $\frac{\pi}{2}$. Le champ associé dans le domaine spectral s'écrit

alors :

$$\mathcal{E}(\omega) \propto \exp \left[-2 \ln 2 \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega} \right)^2 \right] \exp(i\varphi_0) \quad (1.65)$$

Par transformée de Fourier, dans le domaine temporel :

$$\tilde{\mathcal{E}}(t) \propto \exp \left[-\frac{t^2 \Delta\omega^2}{8 \ln 2} \right] \exp [i(\varphi_0 - \omega_0 t)] \quad (1.66)$$

Le terme de phase d'ordre 0 n'influe pas sur la durée de l'impulsion qui reste minimale ($\Delta t \sim 7.2$ fs, $\sigma_{21.4ps} \sim 3.2$ fs) comme le montrent les figures 1.7.b et c. L'impulsion est limitée par transformée de Fourier. La phase temporelle $\psi(t)$ est constante et égale à φ_0 , la dérivée de cette phase est nulle (Figure 1.7.b).

1.3.3 Phase spectrale linéaire

Le terme φ_1 introduit un retard optique dans le domaine temporel dans le référentiel du laboratoire (Figure 1.8.b et c). L'impulsion est alors centrée en $\tau_0 = \varphi_1$. La figure 1.7

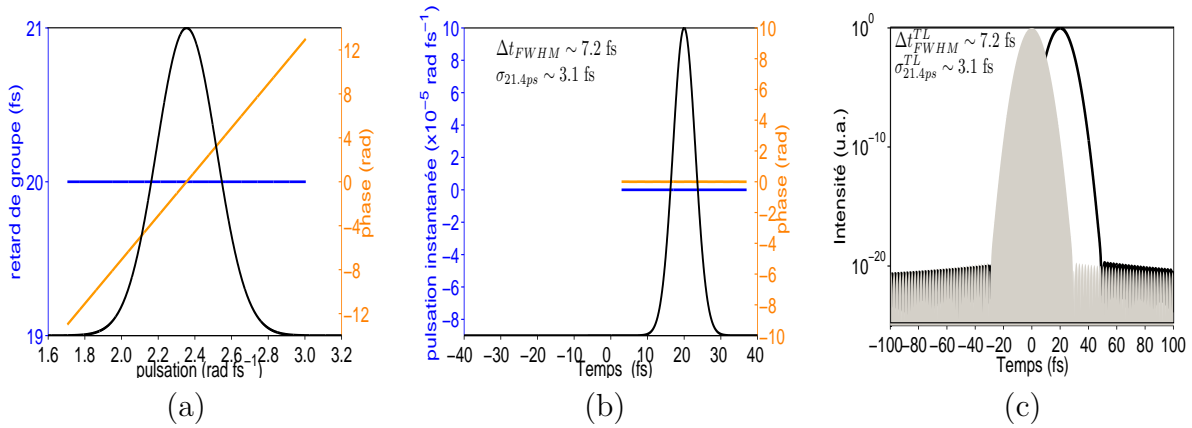


FIGURE 1.8 – *Effet d'une phase spectrale linéaire de pente $\varphi_1 = 20$ fs sur une impulsion gaussienne de largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda \sim 132$ nm. (a) En noir, intensité spectrale normalisée $\mathcal{I}(\omega)$, en orange, phase spectrale $\varphi(\omega)$ (en rad), en bleu retard de groupe $\tau_g(\omega)$ (en fs). (b) en noir intensité temporelle normalisée $\mathcal{I}(t)$, en orange phase temporelle $\psi(t) = \phi(t) - \omega_0 t$ (en rad), en bleu dérivée de la phase temporelle $\psi(t)$ ($\omega_0 - \omega(t)$, en rad fs⁻¹). (c) en noir intensité temporelle en échelle logarithmique, en grisé, intensité temporelle de l'impulsion limitée par transformée de Fourier correspondante.*

présente le cas d'une impulsion gaussienne de largeur $\Delta\lambda \sim 132$ nm et de phase spectrale linéaire de pente $\varphi_1 = 20$ fs. Le champ électrique s'exprime dans le domaine spectral par la relation 1.67.

$$\mathcal{E}(\omega) \propto \exp \left[-2 \ln 2 \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega} \right)^2 \right] \exp [i\varphi_1(\omega - \omega_0)] \quad (1.67)$$

Par transformée de Fourier, dans le domaine temporel :

$$\tilde{\mathcal{E}}(t) \propto \exp \left[-\frac{(t - \varphi_1)^2 \Delta\omega^2}{8 \ln 2} \right] \exp(-i\omega_0 t) \quad (1.68)$$

Dans le domaine spectral, le temps de groupe prend une valeur constante. Dans le domaine temporel, le terme de phase d'ordre 1 n'affecte pas la durée de l'impulsion qui reste limitée par transformée de Fourier. Les figures 1.8.b et c montrent bien le décalage de 20 fs du maximum de l'intensité temporelle. La phase temporelle $\psi(t)$ et sa dérivée sont nulles.

Remarque : Dans toute la partie III (caractérisation temporelle d'impulsions courtes), nous ne nous occuperons pas des termes de phase spectrale d'ordre 0 et 1.

1.3.4 Phase spectrale quadratique

Le terme de phase d'ordre 2 est lié à la dispersion de vitesse de groupe (GVD) évoquée dans la section 1.1. Le temps de groupe varie alors linéairement avec la pulsation et φ_2 est souvent référencé comme la dispersion du retard de groupe (GDD : "Group Delay Dispersion"). A cette phase spectrale quadratique est associée une phase temporelle quadratique et donc une pulsation instantanée variant linéairement avec le temps. L'impulsion n'est plus limitée par transformée de Fourier. Elle est dite à dérive de fréquence positive ou négative suivant le signe de la pente de la pulsation instantanée. Ce terme de phase quadratique a pour conséquence l'élargissement de l'impulsion dans le domaine temporel.

La figure 1.9 présente le cas d'une impulsion gaussienne de largeur $\Delta\lambda \sim 132$ nm et

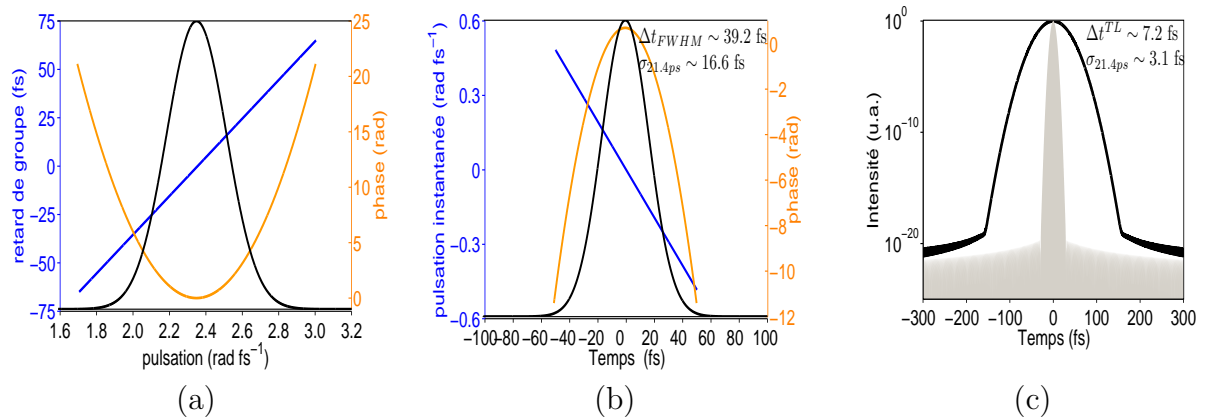


FIGURE 1.9 – Effet d'une phase spectrale quadratique de coefficient $\varphi_2 = 100$ fs² sur une impulsion gaussienne de largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda \sim 132$ nm. (a) En noir, intensité spectrale normalisée $\mathcal{I}(\omega)$, en orange, phase spectrale $\varphi(\omega)$ (en rad), en bleu retard de groupe $\tau_g(\omega)$ (en fs). (b) en noir intensité temporelle normalisée $\mathcal{I}(t)$, en orange phase temporelle $\psi(t) = \phi(t) - \omega_0 t$ (en rad), en bleu, dérivée de la phase temporelle $\psi(t)$ ($\omega_0 - \omega(t)$, en rad fs⁻¹). (c) en noir intensité temporelle en échelle logarithmique, en grisé, intensité temporelle de l'impulsion limitée par transformée de Fourier correspondante.

de phase spectrale quadratique de coefficient $\varphi_2 = 100$ fs². Dans le domaine spectral, le

champ associé s'écrit :

$$\mathcal{E}(\omega) \propto \exp \left[-2 \ln 2 \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega} \right)^2 \right] \exp \left[i \frac{\varphi_2}{2} (\omega - \omega_0)^2 \right] \quad (1.69)$$

Dans le domaine temporel, le champ électrique devient :

$$\tilde{\mathcal{E}}(t) \propto \exp \left[-\frac{2 \ln(2) \Delta\omega^2}{(16(\ln 2)^2 + \varphi_2^2 \Delta\omega^4)} t^2 \right] \exp [i(\psi(t) - \omega_0 t)] \quad (1.70)$$

avec :

$$\psi(t) = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{\varphi_2 \Delta\omega^2}{4 \ln 2} \right) - \frac{\varphi_2 \Delta\omega^4}{2(16(\ln 2)^2 + \varphi_2^2 \Delta\omega^4)} t^2 \quad (1.71)$$

La phase temporelle varie de manière quadratique avec le temps (Figure 1.9.b). La pulsation instantanée devient :

$$\omega(t) = \omega_0 + \frac{\varphi_2 \Delta\omega^4}{16(\ln 2)^2 + \varphi_2^2 \Delta\omega^4} t \quad (1.72)$$

Pour $\varphi_2 \gg \Delta t^2$, la pulsation instantanée (Eq.1.72) se réécrit simplement sous la forme :

$$\omega(t) = \omega_0 + \frac{t}{\varphi_2} \quad (1.73)$$

La pulsation instantanée varie linéairement avec le temps (Figure 1.9.b), ce qui a pour effet d'étirer temporellement l'impulsion à une durée $\Delta t \sim 39.2$ fs ie d'un facteur 5.4 par rapport à la durée de l'impulsion limitée par transformée de Fourier ($\Delta t \sim 7.2$ fs). La largeur à mi-hauteur reste ici un bon critère d'évaluation de la durée de l'impulsion. A noter que la pente de la pulsation instantanée est du signe du coefficient φ_2 de la phase spectrale quadratique. Lorsque ce coefficient est positif, la dérive de fréquence de l'impulsion est positive. Dans le cas contraire, elle est négative.

1.3.5 Phase spectrale cubique

Le terme de phase spectrale d'ordre 3, φ_3 , est souvent référencé dans la littérature comme la dispersion d'ordre 3 ou TOD ("Third Order Dispersion"). Le retard de groupe varie alors de façon quadratique avec la pulsation. Pour $\varphi_3 > 0$, la pulsation centrale de l'impulsion ω_0 arrive donc avant les autres pulsations contenues dans le spectre de l'impulsion (cf représentation de Wigner associée à une impulsion gaussienne de largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda \sim 132$ nm et de phase spectrale cubique de coefficient $\varphi_3 = 400$ fs³, figure A.3 en annexe A). Chaque couple de pulsation $\omega_0 + \delta\omega$, $\omega_0 - \delta\omega$ arrive en même temps mais avec un retard par rapport à l'instant d'arrivée de la pulsation ω_0 . Ces couples de pulsation créent donc des battements dans le domaine temporel qui sont à l'origine des rebonds observés sur le profil temporel de l'intensité après le pic central (ou avant dans le cas d'une valeur négative de φ_3). On parle alors de post-impulsions (ou pré-impulsions).

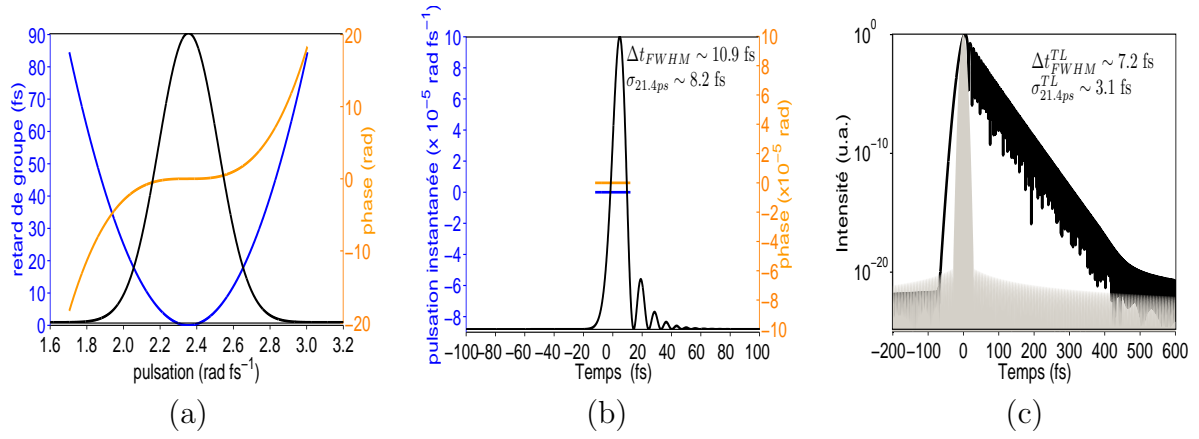


FIGURE 1.10 – *Effet d’une phase spectrale quadratique de coefficient $\varphi_3 = 400 \text{ fs}^3$ sur une impulsion gaussienne de largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda \sim 132 \text{ nm}$. (a) En noir, intensité spectrale normalisée $\mathcal{I}(\omega)$, en orange, phase spectrale $\varphi(\omega)$ (en rad), en bleu, retard de groupe $\tau_g(\omega)$ (en fs). (b) en noir, intensité temporelle normalisée $\mathcal{I}(t)$, en orange, phase temporelle $\psi(t) = \phi(t) - \omega_0 t$ (en rad), en bleu dérivée de la phase temporelle $\psi(t)$ ($\omega_0 - \omega(t)$, en rad fs^{-1}). (c) en noir, intensité temporelle en échelle logarithmique, en gris, intensité temporelle de l’impulsion limitée par transformée de Fourier correspondante.*

La figure 1.10 présente le cas d’une impulsion gaussienne de largeur $\Delta\lambda \sim 132 \text{ nm}$ et de phase spectrale cubique de coefficient $\varphi_3 = 400 \text{ fs}^3$. Dans le domaine spectral, le champ associé s’écrit :

$$\mathcal{E}(\omega) \propto \exp \left[-2 \ln 2 \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega} \right)^2 \right] \exp \left[i \frac{\varphi_3}{6} (\omega - \omega_0)^3 \right] \quad (1.74)$$

Dans le domaine temporel, le champ $\mathcal{E}(t)$ peut s’écrire sous forme analytique à l’aide de l’intégrale d’Airy Ai [13] :

$$\tilde{\mathcal{E}}(t) \propto \exp \left[-\frac{4 \ln 2}{\varphi_3 \Delta\omega^2} \left(t - \frac{16(\ln 2)^2}{3\varphi_3 \Delta\omega^4} \right) \right] \text{Ai} \left(-\sqrt[3]{\frac{2}{\varphi_3}} \left(t - \frac{8(\ln 2)^2}{\varphi_3 \Delta\omega^4} \right) \right) \quad (1.75)$$

Nous observons des rebonds ou ”post-impulsions” sur l’intensité temporelle de l’impulsion (Figure 1.10.b et c). La largeur rms temporelle de l’impulsion ($\sigma_{21.4ps} \sim 8.2 \text{ fs}$) a augmenté d’un facteur 2.6 par rapport à celle de l’impulsion limitée par transformée de Fourier ($\sigma_{21.4ps}^{TL} \sim 3.1 \text{ fs}$) alors que la largeur à mi-hauteur n’a presque pas changé ($\Delta t = 10.9 \text{ fs}$ à comparer à $\Delta t_{TL} = 7.2 \text{ fs}$). Ce cas illustre la pertinence d’utiliser la largeur rms comme définition de la durée (comme déjà mentionné dans la section 1.2).

1.3.6 Phase spectrale d’ordre 4 et ordres supérieurs

Les termes d’ordres supérieurs à trois sont responsables de distorsions dans le domaine temporel qui rendent la structure de l’intensité temporelle assez complexe. Ces distorsions sont localisées dans les pieds de l’intensité temporelle et sont souvent de faible amplitude.

La largeur à mi-hauteur de l'intensité est peu affectée. Il est nécessaire de déterminer la largeur temporelle rms pour prendre en compte ces distorsions. La figure 1.11 présente le

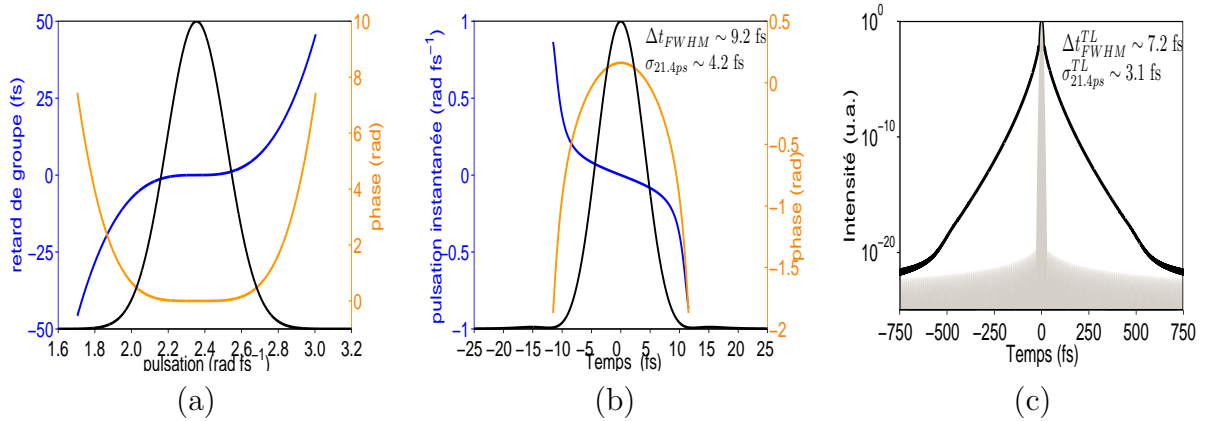


FIGURE 1.11 – *Effet d'une phase spectrale quadratique de coefficient $\varphi_4 = 1000 \text{ fs}^4$ sur une impulsion gaussienne de largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda \sim 132 \text{ nm}$. (a) En noir, intensité spectrale normalisée $I(\omega)$, en orange, phase spectrale $\varphi(\omega)$ (en rad), en bleu, retard de groupe $\tau_g(\omega)$ (en fs). (b) en noir, intensité temporelle normalisée $I(t)$, en orange, phase temporelle $\psi(t) = \phi(t) - \omega_0 t$ (en rad), en bleu, dérivée de la phase temporelle $\psi(t)$ ($\omega_0 - \omega(t)$, en rad fs⁻¹). (c) en noir intensité temporelle en échelle logarithmique, en grisé, intensité temporelle de l'impulsion limitée par transformée de Fourier correspondante.*

cas d'une impulsion gaussienne de largeur $\Delta\lambda \sim 132 \text{ nm}$ et de phase spectrale d'ordre 4 de coefficient $\varphi_4 = 1000 \text{ fs}^4$. Dans le domaine spectral, le champ associé s'écrit :

$$\mathcal{E}(\omega) \propto \exp \left[-2 \ln 2 \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega} \right)^2 \right] \exp \left[i \frac{\varphi_4}{24} (\omega - \omega_0)^4 \right] \quad (1.76)$$

Le retard de groupe varie de façon cubique avec la pulsation. Il n'existe pas, à ma connaissance, d'expression analytique du champ dans le domaine temporel. L'intensité temporelle présente des distorsions dans les pieds de l'impulsion qui sont mises en évidence en échelle logarithmique sur la figure 1.11.c. Ces distorsions s'étalent sur un support temporel d'environ 1.5 ps (ce qui nécessite une fenêtre temporelle de mesure importante pour déterminer la largeur rms associée).

Certaines phases spectrales utilisées dans cette thèse ne peuvent pas être développées en phases polynomiales : il s'agit des phases sinusoïdales et des sauts de phases.

1.3.7 Phase spectrale sinusoïdale

Un terme de phase spectrale sinusoïdale de fréquence de modulation très supérieure à la durée de l'impulsion donne naissance, dans le domaine temporel, à une série de répliques équidistantes de cette impulsion. L'amplitude de chaque réplique ainsi que l'espacement entre chaque réplique exprimé en terme de délai sont fixés par les paramètres de la sinusoïde (amplitude et fréquence de modulation). L'introduction d'une phase spec-

trale sinusoïdale sur une impulsion donnée permet donc de générer une série de répliques de cette impulsion par le seul biais d'une modulation de phase (sans modulation d'amplitude). Pour cette raison, ce type de phase est souvent utilisé dans les expériences de contrôle cohérent.

Dans cette thèse, la phase spectrale sinusoïdale sera écrite sous la forme de l'équation 1.77.

$$\varphi(\omega) = a \sin[(\omega - \omega_0)\tau_s + \psi] \quad (1.77)$$

où τ_s est la pulsation de modulation de la sinusoïde et a son amplitude.

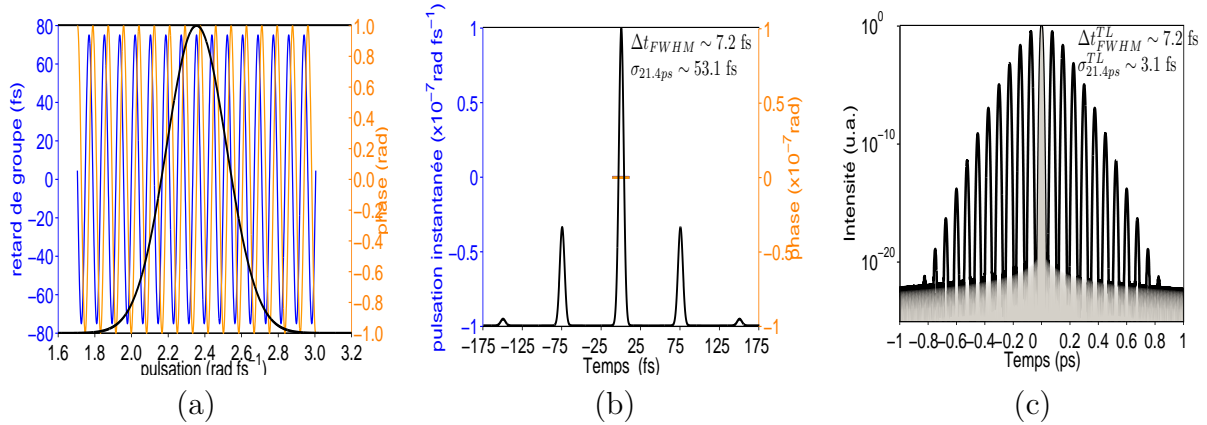


FIGURE 1.12 – *Effet d'une phase sinusoïdale d'amplitude $a = 1$ et de pulsation $\tau_s = 75$ fs sur une impulsion gaussienne de largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda \sim 132$ nm. (a) En noir, intensité spectrale normalisée $\mathcal{I}(\omega)$, en orange, phase spectrale $\varphi(\omega)$ (en rad), en bleu retard de groupe $\tau_g(\omega)$ (en fs). (b) en noir, intensité temporelle normalisée $\mathcal{I}(t)$, en orange, phase temporelle $\psi(t) = \phi(t) - \omega_0 t$ (en rad), en bleu, dérivée de la phase temporelle $\psi(t)$ ($\omega_0 - \omega(t)$, en rad fs^{-1}). (c) en noir, intensité temporelle en échelle logarithmique, en grisé, intensité temporelle de l'impulsion limitée par transformée de Fourier correspondante.*

La figure 1.12 présente le cas d'une impulsion gaussienne de largeur $\Delta\lambda \sim 132$ nm et de phase spectrale sinusoïdale d'amplitude $a = 1$ et de fréquence de modulation $\tau_s = 75$ fs. La variation du retard de groupe $\tau_g(\omega)$ avec la pulsation est alors en cosinus. Dans le domaine spectral, le champ électrique $\mathcal{E}(\omega)$ s'écrit :

$$\mathcal{E}(\omega) \propto \exp \left[-2 \ln 2 \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega} \right)^2 \right] \exp [ia \sin[(\omega - \omega_0)\tau_s]] \quad (1.78)$$

Dans le domaine temporel, le champ $\mathcal{E}(t)$ peut être exprimé de façon analytique en utilisant un développement de Jacobi-Anger [14].

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{E}}(t) &\propto \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(a) \mathcal{E}_{TL}(t - n\tau_s) \exp(i\omega_0 t) \\ &\propto \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(a) \exp \left[-\frac{(t - n\tau_s)^2 \Delta\omega^2}{8 \ln 2} \right] \exp(i\omega_0 t) \end{aligned} \quad (1.79)$$

où J_n correspond à la fonction de Bessel d'ordre n de première espèce, $\mathcal{E}_{TL}(t)$ au champ

temporel de l'impulsion sans phase spectrale sinusoïdale : il s'agit ici de l'impulsion limitée par transformée de Fourier. L'intensité temporelle $\mathcal{I}(t)$ devient :

$$\mathcal{I}(t) \propto \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(a) \exp \left[-\frac{(t - n\tau_s)^2 \Delta\omega^2}{8 \ln 2} \right] \right|^2 \quad (1.80)$$

Pour une pulsation de modulation sinusoïdale τ_s grande devant la durée de l'impulsion limitée par transformée de Fourier ($\tau_s \gg \Delta t$), les champs $\mathcal{E}_{TL}(t - n\tau_s)$ n'interfèrent pas entre eux et l'intensité temporelle se réduit à la somme des carrés des termes de la somme de l'équation 1.79 (Eq.1.81).

$$\mathcal{I}(t) \propto \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(a) |\mathcal{E}_{TL}(t - n\tau_s)|^2 \propto \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(a) \exp \left[-\frac{(t - n\tau_s)^2 \Delta\omega^2}{4 \ln 2} \right] \quad (1.81)$$

L'intensité temporelle présente alors une série de pics séparés d'un retard $\tau_s = 75$ fs et d'amplitude déterminée par l'amplitude de la sinusoïde initiale a (Figure 1.12.b et c). Chacun de ces pics a pour largeur à mi-hauteur la largeur à mi-hauteur de l'impulsion limitée par transformée de Fourier, soit $\Delta t \sim 7.2$ fs. Pour caractériser cette impulsion, il est alors plus approprié de parler en terme de largeur rms : $\sigma_{21.4ps} \sim 53.1$ fs. Compte-tenu de l'extension temporelle (~ 2 ps) d'une telle impulsion, il est difficile de déterminer expérimentalement cette largeur rms de façon pertinente. Une grande extension temporelle peut aussi poser des problèmes lorsqu'une méthode basée sur l'interférométrie spectrale est utilisée pour reconstruire l'impulsion (voir Partie II).

1.3.8 Saut de phase

Le saut de phase correspond à une discontinuité de la phase spectrale en une pulsation ω_0 (ou une longueur d'onde donnée λ_0) qui se traduit dans le domaine temporel par une modulation de l'intensité. Un exemple simple est le saut de phase de π , très utilisé dans de nombreuses expériences [15]. Ce saut de phase correspond à un changement de signe du champ $\mathcal{E}(\omega)$ à la pulsation ω_0 . Dans le domaine temporel, l'intensité temporelle s'annule en $t = 0$. Le retard de groupe associé à un saut de phase prend donc une valeur infinie en ω_0 , ce qui rend impossible une réalisation expérimentale. Dans cette thèse, nous définissons un saut de phase en ne conservant que la moitié d'une supergaussienne d'amplitude A et d'ordre n (Eq.1.82, saut de phase en λ_0)¹².

$$\varphi(\lambda) = A \exp \left[-2^{2n} \ln(2) \left(\frac{\lambda - \lambda_{min}}{2(\lambda_0 - \lambda_{min})} \right)^{2n} \right] \quad (1.82)$$

12. Il est aussi possible d'utiliser la fonction arctangente.

où λ_0 est la longueur d'onde à laquelle le saut de phase doit avoir lieu, la largeur à mi-hauteur de la supergaussienne est définie par $2(\lambda_0 - \lambda_{min})$ ¹³. L'amplitude A de la supergaussienne caractérise l'amplitude du saut de phase, l'ordre n de la supergaussienne la pente du saut de phase. La figure 1.13 présente le cas d'une impulsion gaussienne de

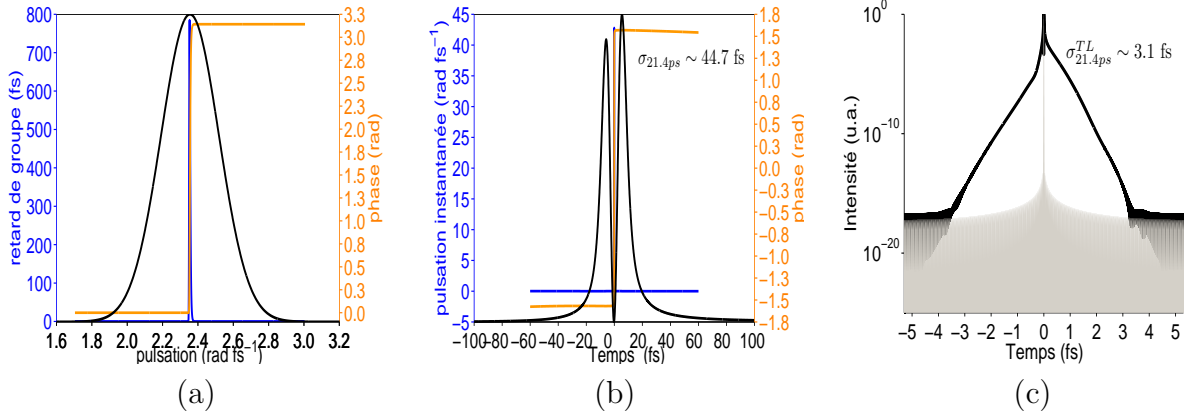


FIGURE 1.13 – *Effet d'un saut de phase d'amplitude $A = \pi$ et d'ordre $n = 150$ ($\lambda_0 = 800$ nm, $\lambda_{min} = 500$ nm) sur une impulsion gaussienne de largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda \sim 132$ nm. (a) En noir, intensité spectrale normalisée $\mathcal{I}(\omega)$, en orange, phase spectrale $\varphi(\omega)$ (en rad), en bleu retard de groupe $\tau_g(\omega)$ (en fs). (b) en noir intensité temporelle normalisée $\mathcal{I}(t)$, en orange phase temporelle $\psi(t) = \phi(t) - \omega_0 t$ (en rad), en bleu dérivée de la phase temporelle $\psi(t)$ ($\omega_0 - \omega(t)$, en rad fs⁻¹). (c) en noir intensité temporelle en échelle logarithmique, en grisé, intensité temporelle de l'impulsion limitée par transformée de Fourier correspondante.*

largeur $\Delta\lambda \sim 132$ nm présentant un saut de phase d'amplitude $A = \pi$ et d'ordre $n = 150$ en $\lambda = \lambda_0 = 800$ nm.

Nous observons une annulation de l'intensité temporelle en $t = 0$ (Figure 1.13b et c)¹⁴. Le temps de groupe prend des valeurs conséquentes autour de λ_0 d'où une extension temporelle importante d'environ 8 ps. Cette valeur est supérieure à la résolution temporelle maximale de certains spectromètres, ce qui peut poser des problèmes dans des expériences d'interférométrie spectrale (voir partie II).

Remarque : dans le cas d'un saut de phase "théorique", le retard de groupe prend une valeur infinie en λ_0 d'où une extension temporelle infinie.

13. Le choix d'écrire la supergaussienne en fonction des longueurs d'onde et non des pulsations a été fait pour se conformer aux conventions données dans la littérature du domaine du contrôle cohérent.

14. Figure 1.13b et c : L'intensité temporelle a été calculée numériquement en approximant le saut de phase par l'expression 1.82. Ceci explique l'asymétrie, par rapport à $t = 0$, de l'intensité ainsi calculée. L'intensité temporelle calculée de manière analytique pour un saut de phase "théorique" serait symétrique par rapport à $t = 0$.

Chapitre 2

Génération et amplification d'impulsions courtes

Dans le chapitre précédent, nous avons introduit un certain nombre de concepts liés aux impulsions courtes. Ce chapitre aborde la génération et l'amplification de ces impulsions courtes par la technique dite d'amplification à dérive de fréquence (ou CPA)[2] à partir du fonctionnement des chaînes laser du CEA. Au cours de cette thèse, les travaux expérimentaux ont été réalisés à la fois sur les chaînes LUCA et Sofockle. La compréhension du fonctionnement de telles chaînes permet de dégager différentes problématiques comme le défaut de recompression en sortie de chaîne ou encore différents enjeux comme le façonnage d'impulsions ou la stabilisation en CEP. Ces constatations constituent le point originel des développements effectués dans cette thèse.

2.1 Génération d'impulsions courtes : l'oscillateur

La génération d'impulsions courtes sur les chaînes laser du CEA utilisées dans cette thèse se fait à l'aide d'un oscillateur Titane Saphir (TiS) Mira 900 (Coherent) dont le schéma est présenté figure 2.1.

De manière générale, cette génération nécessite la présence de trois éléments fondamentaux dans la cavité optique :

- un amplificateur optique large bande,
- un mécanisme de blocage de modes pour assurer une relation de cohérence entre les phases des différentes composantes spectrales,
- un système de compensation de la dispersion accumulée pour un tour de cavité pour conserver un délai de groupe constant pour chaque tour de cavité et ainsi conserver la relation de phase entre les différentes composantes spectrales.

Le milieu amplificateur de l'oscillateur MIRA est un cristal de Saphir dopé au Titane. Il est pompé par un laser Nd :YVO₄ doublé en fréquence (intracavité) qui délivre une

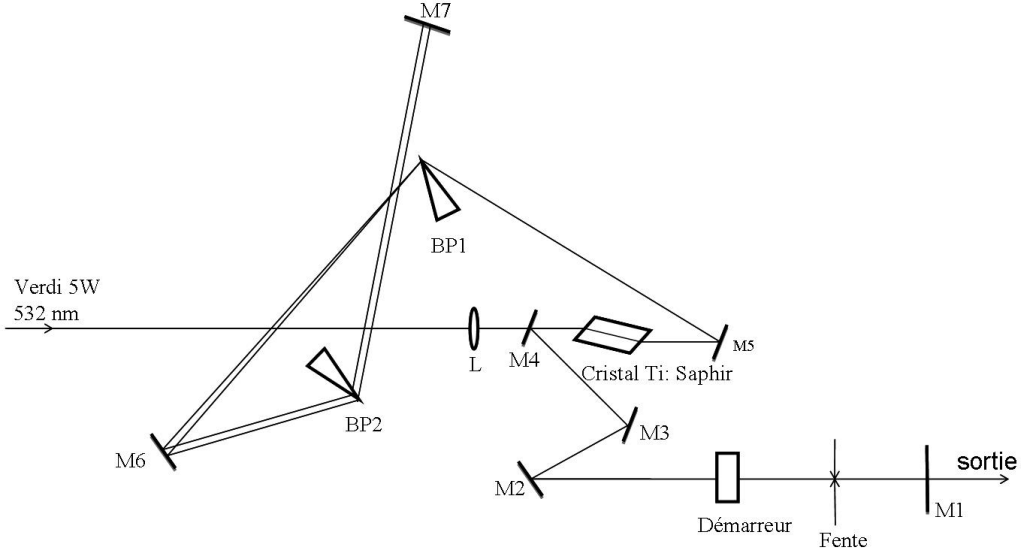


FIGURE 2.1 – Schéma de principe de l'oscillateur de la chaîne LUCA du CEA (MIRA 900 - Coherent). BP : prisme à Brewster, M : miroir, L : lentille de focalisation

puissance de 5W à 532 nm (Verdi, Coherent). Le blocage de modes est obtenu grâce à l'effet Kerr [16]. La lentille Kerr induite conduit à une taille de mode différente suivant le type de fonctionnement (continu ou "modes bloqués"). Il est ainsi possible, en utilisant une fente judicieusement positionnée dans la cavité, de générer des pertes uniquement sur le régime "continu", ce qui favorise le régime "modes bloqués". Celui-ci est initialisé par une variation rapide de la longueur de cavité provoquée par la vibration d'une lame de verre (notée Démarreur sur le schéma 2.1). Enfin, la compensation de la dispersion dans la cavité se fait par un compresseur à prismes [17].

Les performances typiques (fonctionnement journalier) de cet oscillateur sont résumées dans le tableau 2.1.

Largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda$ (nm)	40
Durée d'impulsion Δt_{TL} FTL (fs)	23
Fréquence de répétition (MHz)	76
Puissance moyenne (blocage de modes) (mW)	400
Diamètre du faisceau (mm)	0.8
Divergence (mrad)	1.4
Mode transverse	TEM ₀₀ ($M^2 = 1.1$)
Bruit sur la bande	<2%

TABLE 2.1 – Performances typiques de l'oscillateur de la chaîne laser LUCA

Le spectre des impulsions en sortie d'oscillateur (Fig.2.2) a une largeur spectrale typique $\Delta\lambda \sim 40nm$ centrée autour de 794 nm qui conduit à une durée FTL typique

$\Delta t \sim 23$ fs.

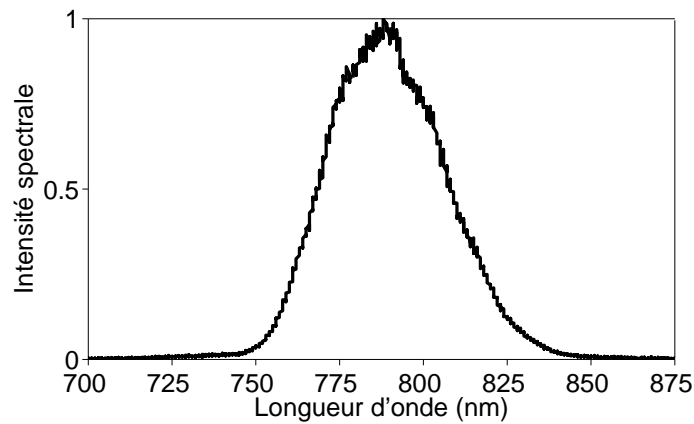


FIGURE 2.2 – *Spectre typique en sortie d'oscillateur*

2.2 Amplification d'impulsions courtes par la technique CPA

Pourquoi amplifier ?

Sur la chaîne laser LUCA, l'énergie des impulsions en sortie d'oscillateur est d'environ 5.3 nJ. Les impulsions courtes ont des applications très diverses comme l'optique non-linéaire, la génération d'harmoniques d'ordre élevé ou encore l'étude résolue en temps de mouvements moléculaires, atomiques ou électroniques. Toutes ces applications nécessitent de disposer d'impulsions courtes d'énergie de quelques microjoules à la centaine de millijoules, soit supérieure de plusieurs ordres de grandeur à l'énergie des impulsions en sortie d'oscillateur, d'où la nécessité d'amplifier les impulsions en sortie d'oscillateur.

Principe de l'amplification à dérive de fréquence

L'amplification d'impulsions courtes repose sur le principe de l'amplification à dérive de fréquence (CPA) [2] dont le schéma de principe est présenté figure 2.3.

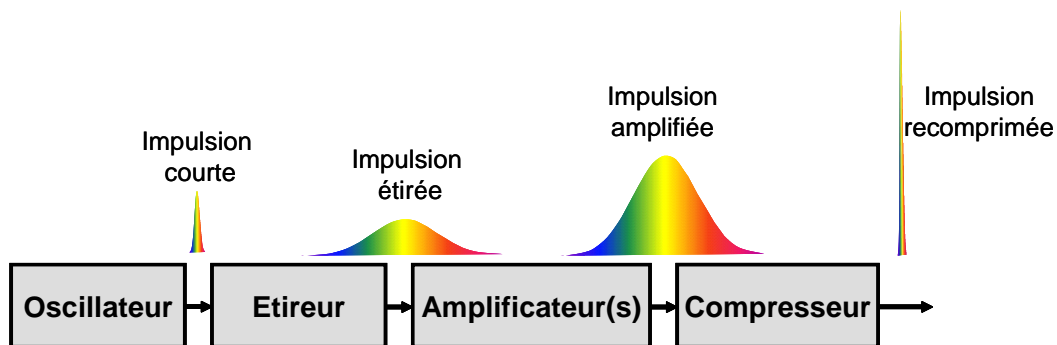


FIGURE 2.3 – *Principe de l'amplification à dérive de fréquence (CPA, "Chirped-pulse amplification")*

L'amplification directe d'impulsions courtes et très intenses dans un milieu amplificateur (cristal TiS par exemple) entraînerait sa détérioration. En effet, l'éclairement crête E_{cr} alors atteint dans l'amplificateur donnerait lieu à un phénomène d'auto-focalisation par effet Kerr et conduirait à la destruction de composants optiques.

$$E_{cr} = \frac{P_{moy}}{\Delta t S}$$

où P_{moy} est la puissance moyenne des impulsions, Δt leur durée et S la surface du faisceau considérée.

La technique CPA propose une solution à ce problème en étirant temporellement les impulsions avant amplification pour diminuer suffisamment leur éclairement crête. Elle consiste en trois étapes :

- l'allongement de la durée d'impulsions de plusieurs ordres de grandeur à l'aide d'un étireur (section 2.2.2),
- l'amplification des impulsions dans un ou plusieurs systèmes amplificateurs,
- la recompression des impulsions amplifiées à leur durée initiale (section 2.2.2).

2.2.1 Le système amplificateur

Les étages d'amplification sont pompés par des lasers Nd :YAG doublés en fréquence ($\lambda = 532$ nm). Sur la chaîne LUCA, la fréquence de répétition a été choisie égale à 20 Hz. L'injection de la chaîne d'amplification est donc réalisée en générant, à partir du train d'impulsions à 76 MHz en sortie d'oscillateur, un sous-train d'impulsions à 20 Hz. Cette opération est effectuée par un découpeur d'impulsions composé d'une cellule de Pockels et d'un polariseur (Fig.2.4).

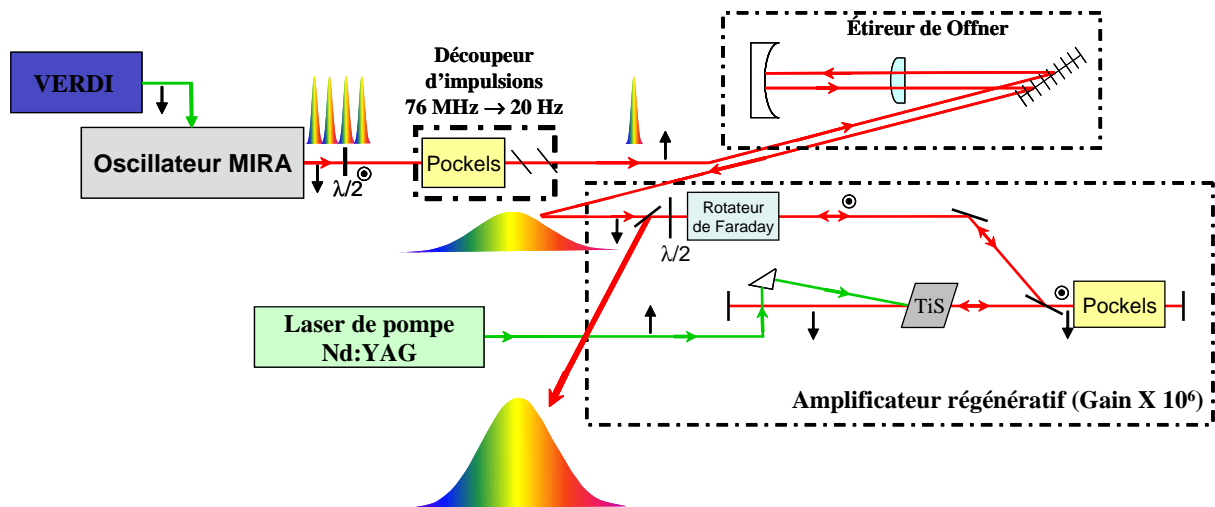


FIGURE 2.4 – Schéma simplifié de la chaîne laser LUCA depuis la sortie de l'oscillateur jusqu'à la sortie de l'amplificateur régénératif.

L'amplification repose sur le phénomène d'émission stimulée dans les cristaux de TiS

[18]. On différencie deux types d'amplificateurs :

- l'amplificateur régénératif,
- l'amplificateur multi-passages.

L'amplificateur régénératif

Le schéma de l'amplificateur régénératif est représenté figure 2.4. Il s'agit d'un résonateur contenant un barreau amplificateur de TiS pompé par un laser Nd :YAG doublé à 532 nm à la cadence de 20Hz (~ 1 W). L'impulsion est piégée dans la cavité par application d'une tension sur la cellule de Pockels ($\lambda/4 \rightarrow \lambda/2$). Elle effectue alors un grand nombre (~ 28) de passages dans le barreau amplificateur jusqu'à atteindre l'énergie souhaitée. Une fois l'amplification arrivée à saturation, l'impulsion est éjectée de la cavité par application d'une tension plus élevée sur la cellule de Pockels ($\lambda/2 \rightarrow 3\lambda/4$).

Le gain de ce premier amplificateur est de l'ordre de 10^6 . Pour une énergie initiale de 1nJ, l'énergie par impulsion en sortie est d'environ 1 mJ. Les fuites indésirables de l'amplificateur régénératif sont éliminées grâce à une cellule de Pockels (Fig.2.5) positionnée en sortie de celui-ci. Cette opération permet d'améliorer le contraste temporel nanoseconde (cohérent et incohérent) des impulsions (section 2.2.3).

L'amplificateur multi-passages

Sur la chaîne laser LUCA, l'amplificateur régénératif est suivi d'un amplificateur multi-passages ($n=4$) que nous nommerons "pré-ampli" par la suite (Fig.2.5).

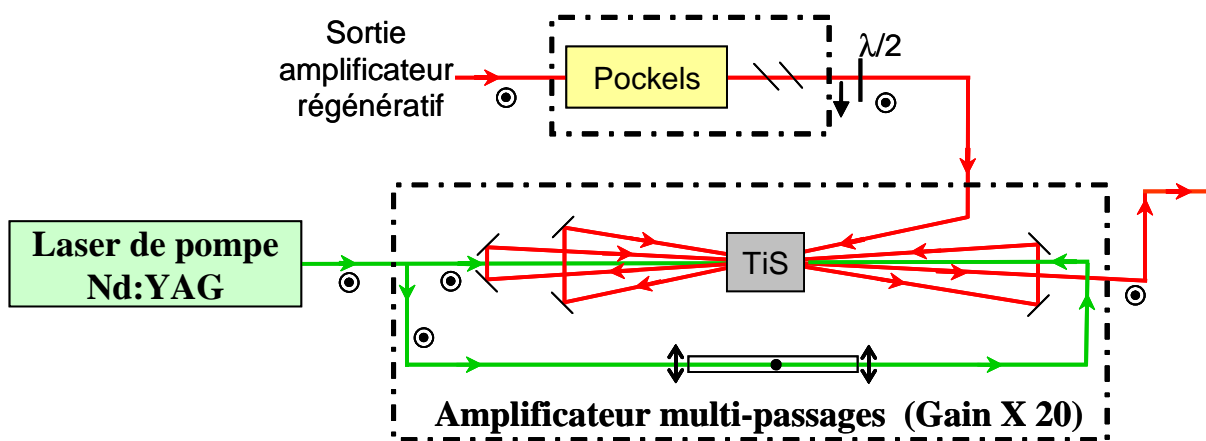


FIGURE 2.5 – Schéma de l'amplificateur multi-passages ("pré-ampli") qui suit l'amplificateur régénératif sur la chaîne LUCA

L'impulsion effectue quatre passages dans un barreau amplificateur de TiS pompé par le même laser Nd :YAG que l'amplificateur régénératif. Le pompage est effectué en longitudinal sur chacune des faces du cristal de façon à atteindre un bon rendement avec une fluence inférieure à la fluence de dommage du matériau. Un système d'imagerie permet d'obtenir une zone de pompage homogène au niveau du cristal TiS. Le gain de cet

amplificateur 4 passages est de 20 conduisant ainsi à des impulsions de l'ordre de 20 mJ. En sortie de pré-ampli, le spectre, représenté figure 2.6¹, a une largeur typique de 20 nm.

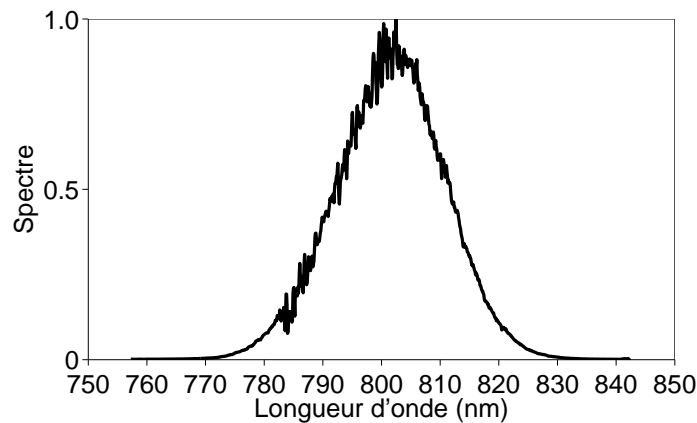


FIGURE 2.6 – *Spectre en sortie de pré-ampli*

Le faisceau en sortie de pré-ampli est ensuite redistribué entre plusieurs lignes d'expérience dont deux ont été utilisées dans les études développées dans cette thèse.

Sur la première ligne d'expérience que nous désignons dans ce manuscrit sous le nom de "ligne d'expérience n°1", 1.1 mJ de la sortie du pré-ampli sont à nouveau amplifiés dans un amplificateur trois passages dont le schéma expérimental est semblable à celui du pré-ampli (Fig.2.5). Cet amplificateur est suivi d'un compresseur à réseaux dont le fonctionnement est décrit dans la section 2.2.2 qui recomprime les impulsions jusqu'à une durée de 50 fs avec une transmission de 60%. Les caractéristiques du faisceau en entrée d'amplificateur et en sortie de compresseur sont résumées dans le tableau 2.2.

Laser de pompe Nd :YAG doublé		
Longueur d'onde (nm)	532	
Puissance moyenne (W)	1.7	
Impulsions infrarouge	en entrée	en sortie
Longueur d'onde centrale (nm)	794	795
Largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda$ (nm)	20	20
Durée d'impulsion Δt	150 ps	50 fs
Fréquence de répétition (Hz)	20	20
Energie (mJ)	1.1	13.2
Gain de l'amplificateur		20
Transmission du compresseur (%)		60

TABLE 2.2 – Performances typiques de la ligne d'expérience n° 1 de la chaine laser LUCA

La ligne d'expérience n°1 a été utilisée pour la caractérisation du filtre acousto-optique dispersif programmable (AOPDF) présentée dans la partie II ainsi que pour une partie des

1. Les modulations observées sont liées à la dégradation du traitement argent sur le miroir convexe de l'étireur de Öffner (Fig.2.8).

expériences de caractérisation de techniques de mesures d’impulsions courtes (Interférométrie spectrale à décalage (SPIDER), Compression locale du spectre (LSC)) développées dans la partie III.

Sur la seconde ligne d’expérience utilisée, désignée dans la suite sous le nom de ”ligne d’expérience n°2”, 1.2 mJ de la sortie du pré-ampli sont à nouveau amplifiés dans deux amplificateurs quatre passages de gain global égal à 20, puis comprimés à l’aide d’un compresseur à réseaux. Les caractéristiques du faisceau en entrée du premier amplificateur et en sortie de compresseur sont données dans le tableau 2.3. Cette ligne d’expérience a été

Laser de pompe Nd :YAG doublé		
Longueur d’onde (nm)	532	
Puissance moyenne (W)	3.47	
Impulsions infrarouge	en entrée	en sortie
Longueur d’onde centrale (nm)	794	795
Largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda$ (nm)	20	20
Durée d’impulsion Δt	150 ps	50 fs
Fréquence de répétition (Hz)	20	20
Energie (mJ)	1.2	12
Gain de l’amplificateur		20
Transmission du compresseur (%)		50

TABLE 2.3 – Performances typiques de la ligne d’expérience n° 2 de la chaîne laser LUCA utilisée pour toutes les expériences d’amplification paramétrique optique qui sont décrites en annexe G.

Enfin, certaines expériences de caractérisation de techniques de mesures d’impulsions (Interférométrie à décalage (SPIDER), Interférométrie spectrale auto-référencée (SRSI)) qui sont présentées dans la partie III ont été effectuées sur la chaîne laser Sofockle du CEA Saclay. Cette chaîne repose sur le même principe d’amplification à dérive de fréquence. Elle est constituée d’un ensemble oscillateur, étireur, amplificateur régénératif, compresseur. En sortie de compresseur, des impulsions de 600 μJ , de durée 40 fs à la cadence de 1 kHz et centrées sur $\lambda_0 \sim 810$ nm sont obtenues. Ces impulsions sont ensuite couplées dans une fibre creuse (Argon, $P \sim 2$ bars) pour les élargir spectralement jusqu’à une valeur de l’ordre de 100 à 140 nm. Après recompression par des réflexions successives sur des miroirs ”chirpés” [19], des impulsions sub-20 fs sont obtenues.

2.2.2 Le couple Etireur-Compresseur

En sortie d’oscillateur, les impulsions de durée ΔT sont, dans un premier temps, fortement étirées temporellement à l’aide d’un système étireur puis amplifiées. Le rôle du compresseur installé en fin de chaîne est donc de recomprimer les impulsions à leur durée initiale ΔT . Il doit donc compenser la dispersion introduite par le système amplicateur

en plus de celle introduite par l'étireur. Il est, de plus, soumis à des éclairissements crêtes beaucoup plus élevés que l'étireur.

La réalisation de l'étirement et de la compression d'impulsions repose sur l'introduction d'un chemin optique différent pour chaque composante spectrale. Le temps d'arrivée de chacune de ces composantes est alors modifié et donc le retard de groupe τ_g de l'impulsion l'est également.

Le compresseur

Cette partie n'a pas pour but de présenter tous les systèmes de compression d'impulsions. Pour cela, le lecteur peut se reporter aux références [20][21][22]. Nous nous contenterons ici de décrire le système de compression le plus utilisé dans cette thèse à savoir le compresseur à réseaux. Les compresseurs à réseaux standard [23] comme ceux de la chaîne LUCA sont constitués de deux réseaux parallèles travaillant en réflexion (Fig.2.7).

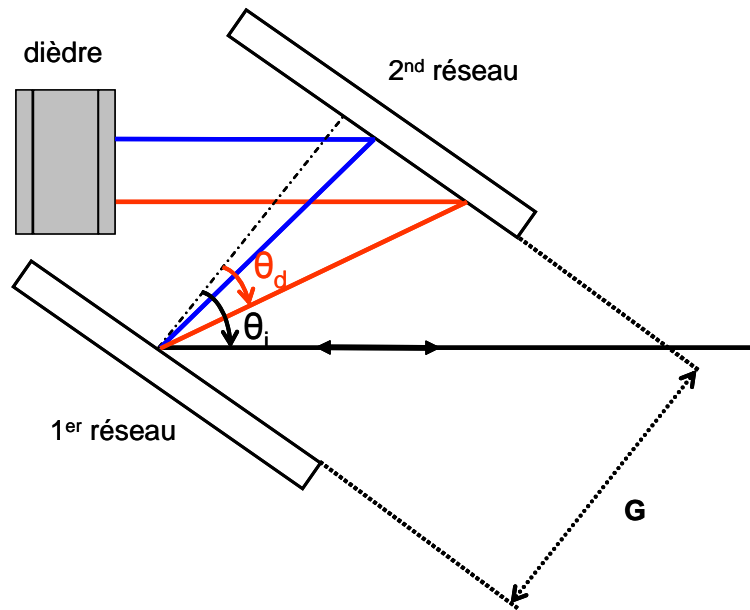


FIGURE 2.7 – Schéma d'un compresseur à deux réseaux en réflexion

En sortie du premier réseau, le faisceau diffracté est dispersé angulairement, ce qui permet d'introduire un chemin optique différent pour chaque composante spectrale de l'impulsion, après propagation dans le compresseur. La dispersion spatiale (des différentes composantes spectrales) en sortie du second réseau est corrigée par le second passage dans le compresseur. En utilisant le formalisme des vecteurs d'onde, on peut exprimer la phase spectrale introduite par un aller-retour dans ce système en fonction de la distance G entre les réseaux, de l'angle d'incidence sur le premier réseau θ_i et de l'angle de diffraction $\theta_d(\omega)$ [20], de la manière suivante :

$$\varphi(\omega) = 2 \frac{\omega G}{c} \frac{\cos(\theta_i - \theta_d(\omega))}{\cos(\theta_i)} \quad (2.1)$$

On peut alors déduire les expressions des termes de phase quadratique (Eq.2.2) et cubique (Eq.2.3) associés :

$$\varphi^{(2)}(\omega) = -\frac{4\pi^2 G d_t^2 c}{\omega^3 \cos^3(\theta_d)} \quad (2.2)$$

$$\varphi^{(3)}(\omega) = -\frac{3}{\omega} \varphi^{(2)}(\omega) \left(1 + \frac{2\pi d_t c \sin(\theta_d)}{\omega \cos^2(\theta_d)} \right) \quad (2.3)$$

où d_t est la densité de traits des réseaux.

Un compresseur à réseaux introduit donc une phase quadratique négative et une phase cubique de signe opposé ie positive.

L'étireur

Une première solution, pour étirer temporellement les impulsions, consiste à utiliser un système analogue au compresseur à réseaux présenté figure 2.7. Un système d'imagerie de grossissement -1 est inséré entre les deux réseaux afin d'obtenir une distance G négative entre ceux-ci. La phase spectrale introduite est alors de signe opposé à celle introduite par le compresseur. Cet étireur "imageur" permet d'accéder à de très forts facteurs d'étirement jusqu'à 10^5 . En revanche, pour des impulsions de durée sub-100 fs, l'utilisation de lentilles comme système d'imagerie introduit des aberrations géométriques et chromatiques qui ne peuvent pas être compensées par le système de compression. De plus, la présence de dispersions spatiales et angulaires (des différentes composantes spectrales) sur le faisceau injecté dans la chaîne d'amplification dégrade la qualité de l'amplification.

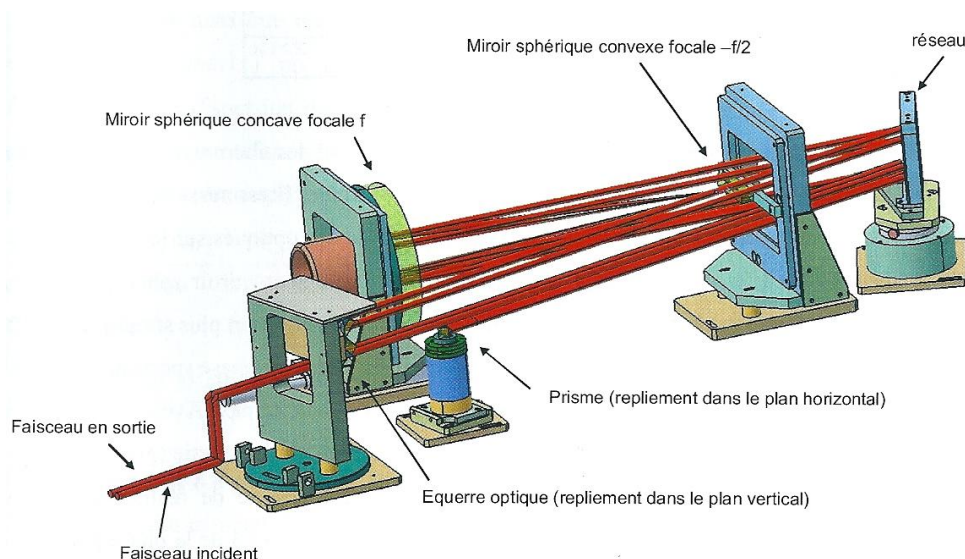


FIGURE 2.8 – Schéma de l'étireur d'Öffner de la chaîne laser LUCA

La mise en oeuvre d'un étireur en configuration de Öffner apporte la solution à ces problèmes[24][25]. Un schéma DAO de celui de la chaîne LUCA est représenté figure 2.8. Sur ce schéma, le trajet du faisceau a été simplifié pour plus de clarté. Cet étireur

est constitué d'un réseau de diffraction, de deux miroirs sphériques de même centre de courbure, l'un concave de focale f , l'autre convexe de focale $-f/2$, d'un prisme permettant un repliement dans le plan horizontal et d'une équerre optique permettant un repliement dans le plan vertical. Un tel système n'introduit pas d'aberrations chromatiques et est corrigé des aberrations géométriques suivantes : l'aberration sphérique et la coma. Le facteur d'étirement est d'environ $6.5 \cdot 10^3$.

2.2.3 Défauts des chaînes CPA

De manière générale, toute chaîne de type CPA présente un certain nombre de défauts qui, lorsqu'ils ne sont pas corrigés, limitent l'utilisation des impulsions en sortie de chaîne.

Dans cette section, je ne m'intéresse qu'à trois d'entre eux :

- la présence d'une phase spectrale résiduelle en sortie de chaîne,
- le contraste temporel fini des impulsions,
- la présence d'une gigue temporelle sur les signaux de synchronisation des amplificateurs.

Le premier point est une des motivations des travaux réalisés dans cette thèse, le second constitue un élément perturbatif important et le troisième un élément perturbatif de moindre importance qui est traité en annexe E.7.

Phase spectrale résiduelle

En sortie de compresseur, il est aisé d'annuler le terme de phase spectrale quadratique en ajustant la distance entre les réseaux. Le terme de phase cubique peut être corrigé en jouant sur l'angle d'incidence θ_i dans le compresseur, celui d'ordre 4 en adaptant le nombre de traits des réseaux [21][22]. Ces deux dernières corrections restent, cependant, difficiles voire quasiment impossible à réaliser suivant les cas. Si, de plus, les réseaux du compresseur ne sont pas rigoureusement parallèles entre eux, un terme de phase cubique supplémentaire est introduit [26]. Pour les raisons évoquées ci-dessus, on observe généralement la présence d'une phase résiduelle en sortie de compresseur. Comme expliqué dans le chapitre 1 (section 1.3), cette phase résiduelle est à l'origine de l'apparition de distortions sur le profil temporel des impulsions, ce qui pose problème pour toute application nécessitant l'utilisation d'impulsions limitées par transformée de Fourier.

Contraste d'une impulsion

Le profil temporel des impulsions en sortie de chaîne laser présente un certain nombre de défauts représentés sur la figure 2.9. L'impulsion reproduite ici présente un piédestal d'émission spontanée amplifiée à 60 dB du maximum du pic principal. En effet, le processus d'amplification des impulsions en sortie d'oscillateur démarre sur de l'émission spontanée

dont une partie se propage dans la cavité de l'amplificateur et est amplifiée pendant toute la durée des impulsions de pompe soit 7 ns. C'est cette émission spontanée amplifiée (ou ASE) de durée nanoseconde qui est responsable de bruit sur le profil temporel de l'impulsion. Le rapport entre l'intensité temporelle principale (maximum du pic principal à l'échelle femtoseconde) et l'intensité temporelle liée à l'ASE correspond à ce qu'on appelle le contraste incohérent. L'impulsion principale est aussi accompagnée d'impulsions

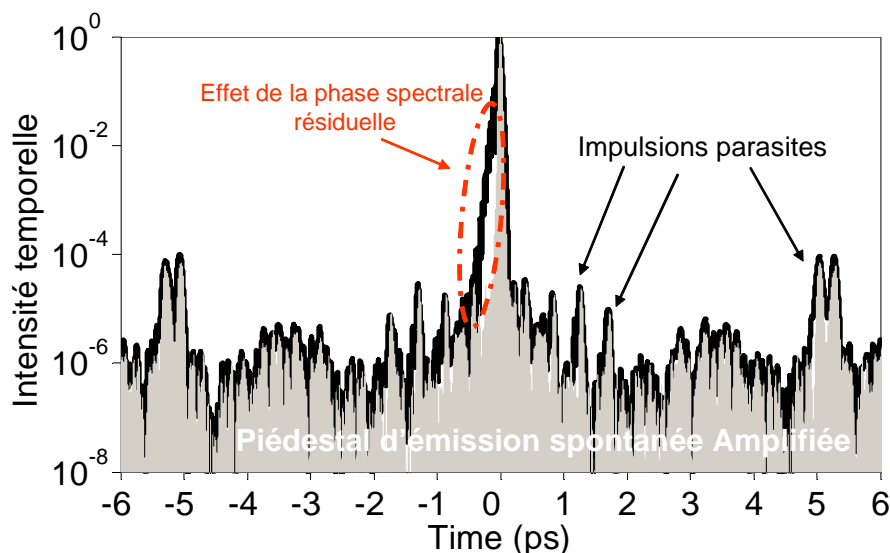


FIGURE 2.9 – Exemple de profil temporel obtenu en sortie de chaîne laser. En noir, intensité temporelle de l'impulsion, en grisée intensité temporelle de l'impulsion limitée par transformée de Fourier

parasites qui peuvent par exemple provenir de la présence d'éléments polarisants (taux d'extinction finis des polariseurs, mauvais alignement d'éléments biréfringents,...). Ces impulsions parasites peuvent apparaître sur une échelle de quelques picosecondes autour de l'impulsion principale comme c'est le cas sur la figure 2.9. On parle alors de contraste cohérent à l'échelle de la picoseconde. Rappelons également que la présence d'une phase résiduelle en sortie de compresseur dégrade le profil temporel de l'impulsion et donc son contraste cohérent.

De manière intuitive, on peut s'attendre à ce que la caractérisation de telles impulsions soit compliquée par leur contraste cohérent fini. En effet, il est alors nécessaire de disposer d'outils de mesure dont la dynamique temporelle soit supérieure à ce contraste.

Une autre conséquence, très peu étudiée dans la littérature, concerne la détérioration de la précision d'une mesure d'interférométrie spectrale utilisant ces impulsions. Celle-ci nécessite la mise en place d'un traitement particulier et fera l'objet d'une étude détaillée dans la partie II de ce manuscrit.

2.2.4 Bilan et enjeux

Les différents éléments des chaînes laser utilisées au cours de cette thèse ont été décrits dans ce chapitre. Un des défauts de ce type de chaînes est la présence d'une phase résiduelle en sortie de compresseur. Pour un certain nombre d'applications nécessitant l'utilisation d'impulsions parfaitement comprimées, il est indispensable de disposer non seulement d'outils de mesure pour caractériser temporellement ces impulsions, mais également d'outils de façonnage permettant la correction de cette phase résiduelle. Ce besoin d'un couple "mesure - façonnage" ne se limite pas à ces applications mais s'étend également à celles qui nécessitent une forme temporelle particulière des impulsions très différente de leur limite de Fourier (contrôle cohérent [27], injection d'un laser à électrons libre [28],...). La capacité à caractériser et façonner de manière la plus fine possible les impulsions représente une demande de plus en plus grande.

C'est dans cette approche métrologique que j'étudie, dans cette thèse, d'une part un outil de façonnage particulier : le filtre acousto-optique dispersif programmable ou AOPDF (chapitres 3 à 5), d'autre part trois techniques de mesure : une technique classique : l'interférométrie spectrale à décalage (SPIDER, chapitre 7) et deux techniques nouvelles : la "Local Spectral Compression" (chapitre 6) et l'interférométrie spectrale auto-référencée (SRSI, chapitre 8). Le développement de ces deux nouveaux outils a également été motivé par le besoin constant d'outils de mesures simples, quantitatifs et non ambigus capables de caractériser des impulsions de la dizaine à la centaine de femtosecondes.

Enfin, pour un certain nombre d'applications, la stabilisation et le contrôle de la CEP (section 1.1) de ces impulsions deviennent importants. A titre d'exemple, nous pouvons citer la génération d'impulsions attosecondes uniques [29][30]. La CEP des impulsions utilisées pour cette génération est fondamentale comme le montre la figure 2.10. En effet, pour des impulsions initiales de CEP nulle, une seule impulsion attoseconde sera générée alors que pour des impulsions initiales de CEP égale à $\frac{\pi}{2}$ deux impulsions attosecondes sont générées. Deux techniques différentes sont généralement mises en place pour obtenir

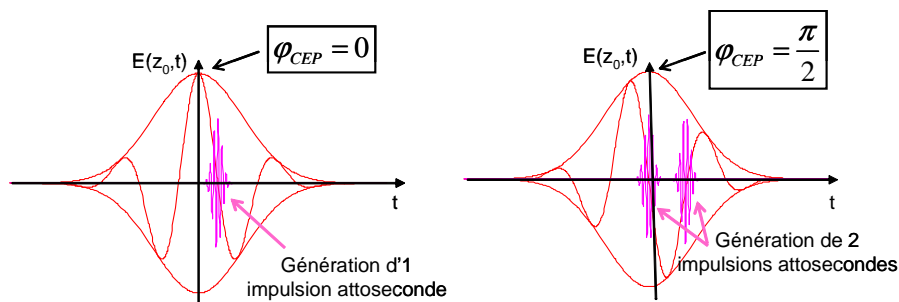


FIGURE 2.10 – *Effet de la position de la porteuse dans l'enveloppe de l'impulsion sur la génération d'impulsions attosecondes uniques*

des impulsions stabilisées en CEP en sortie de chaîne laser. La première repose sur la stabilisation de l'oscillateur [31] puis des différents amplificateurs grâce à des boucles

de rétroaction entre dispositif de mesure de la CEP et dispositif de contrôle de la CEP [32][33]. La seconde technique consiste en une stabilisation "tout optique" de la CEP par amplification paramétrique optique [34]. Cette seconde technique a été appliquée, au cours de ma thèse, à la génération d'impulsions large bande dans le proche infra-rouge dont les résultats préliminaires sont présentés en annexe G.

Deuxième partie

Caractérisation d'un dispositif de façonnage linéaire du champ : l'AOPDF

Chapitre 3

Le filtre acousto-optique dispersif programmable (AOPDF)

Le but de ce chapitre est de présenter le filtre acousto-optique dispersif programmable (AOPDF) à la fois d'un point de vue théorique et d'un point de vue pratique.

Dans une première partie, nous proposons trois approches différentes pour expliquer son principe de fonctionnement. La section 3.1.1 présente ce dispositif comme une ligne à retard programmable ce qui permet de comprendre de manière intuitive ses principales caractéristiques. Dans la section 3.1.2, un modèle simple de la diffraction acousto-optique dans la limite des ondes quasi-monochromatiques est utilisé pour expliquer le transfert des propriétés de l'onde acoustique, en termes d'amplitude et de phase sur l'onde optique incidente. Le développement fait à partir de ce modèle s'appuie notamment sur une analogie avec le phénomène non-linéaire de somme de fréquence. Enfin, la dernière approche, donnée dans la section 3.1.5, consiste à considérer l'AOPDF comme un filtre optique linéaire. Si les approches des sections 3.1.1 et 3.1.5 ont déjà été présentées dans les thèses de F. Verluise [35] et T. Oksenhendler [36] ainsi que dans la référence [37]¹, celle de la section 3.1.2 est plus originale et n'a, à ma connaissance, jamais été publiée.

Un des objectifs principaux de cette thèse est de déterminer expérimentalement la précision de façonnage en phase d'un AOPDF. Pour ces expériences, il est indispensable de bien comprendre son fonctionnement d'un point de vue pratique afin de pouvoir identifier l'origine d'éventuelles limitations de cette précision. C'est l'objet de la seconde partie de ce chapitre qui apporte les éléments nécessaires à une installation correcte du dispositif et souligne l'influence de différents paramètres sur la précision de façonnage.

3.1 Principe

Le principe général de l'AOPDF repose sur une interaction co-propagative entre une onde acoustique polychromatique et une onde optique polychromatique dans un cristal

1. Il ne s'agit pas d'une liste exhaustive des références présentant ces deux approches.

biréfringent possédant des propriétés acousto-optiques. Les cristaux biréfringents sont : le KDP pour la bande spectrale de 250 à 410 nm [38], le TeO_2 de 480 nm à $3.3 \mu\text{m}$ et le Hg_2Cl_2 du visible à $20 \mu\text{m}$ [39]. Dans cette thèse, seuls des cristaux de 25 mm de TeO_2 en configuration dite "haute-résolution"² ont été utilisés. De ce fait, les différentes illustrations du principe de l'AOPDF seront données dans ce cas.

3.1.1 L'AOPDF comme ligne à retard programmable

Une vision intuitive du fonctionnement d'un AOPDF consiste à interpréter le façonnage en terme de contrôle de temps de groupe via la biréfringence du cristal. Ce premier modèle permet d'appréhender les principales caractéristiques des AOPDFs mais ne décrit pas l'ensemble de leurs propriétés – notamment en ce qui concerne leurs propriétés de phase³. Néanmoins, il offre l'avantage d'être particulièrement simple et intuitif. C'est pourquoi nous le développons dans ce chapitre. Bien que présenté ici dans le cas du TeO_2 , ce modèle reste valable pour tout cristal biréfringent possédant des propriétés acousto-optiques.

Le TeO_2 est un milieu uniaxe positif ($n_e > n_o$) dans lequel deux états de polarisation peuvent se propager : un état de polarisation ordinaire et un état de polarisation extraordinaire (section A.2). Les plans principaux associés sont représentés figure 3.1. En entrée de cristal, l'impulsion est polarisée de manière rectiligne suivant l'axe ordinaire. Sa propagation est donc régie par l'indice ordinaire n_o .

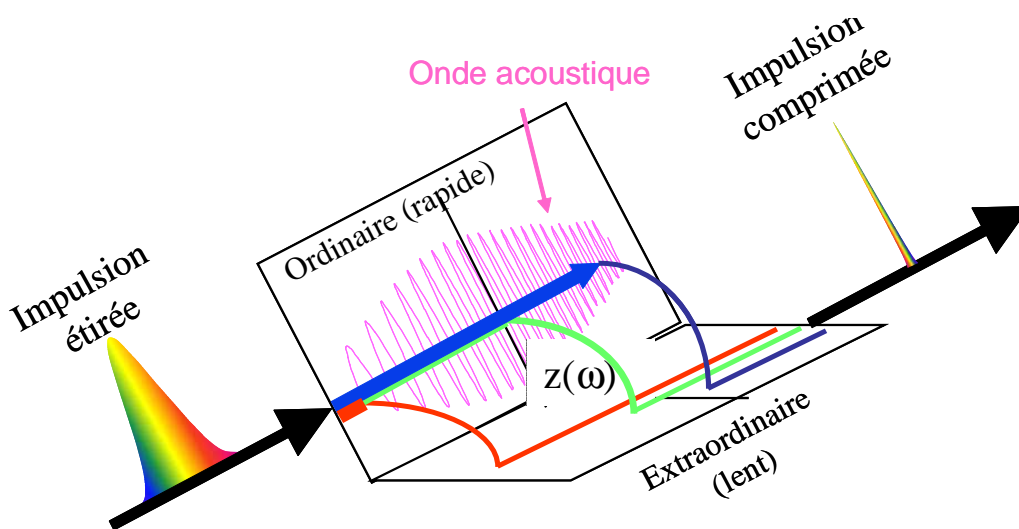


FIGURE 3.1 – Représentation simplifiée du principe de l'AOPDF

2. Il s'agit d'une coupe du cristal permettant un bon compromis entre efficacité de diffraction et capacité de façonnage. Les paramètres de coupe du cristal ainsi que les grandeurs caractéristiques du dispositif (efficacité de diffraction, capacité de façonnage, résolution spectrale) sont données plus loin dans ce chapitre.

3. Ce modèle ne permet pas de comprendre comment le façonnage en phase est réalisé à l'aide de l'onde acoustique.

L'onde acoustique de cisaillement induit, lors de sa propagation, une déformation de la maille cristalline du milieu et donc de l'ellipsoïde des indices (annexe B). La vitesse de propagation de l'onde acoustique ($V \sim 765$ m/s) étant petite devant celle de l'onde optique, cette déformation peut être considérée comme stationnaire d'un point de vue de l'optique. L'interaction acousto-optique de type Bragg se traduit par l'apparition d'un second faisceau optique, le faisceau diffracté. La condition de Bragg impose les relations de conservation d'énergie (Eq. 3.1) et de quantité de mouvement (Eq. 3.2) entre les ondes optiques incidente et diffractée et l'onde acoustique :

$$\bar{h}\omega_{diff} = \bar{h}\omega_{ac} + \bar{h}\omega_{inc} \quad (3.1)$$

$$\vec{k}_{diff_e}(\omega_{diff}) = \vec{k}_{ac}(\omega_{ac}) + \vec{k}_{inc_o}(\omega_{inc}) \quad (3.2)$$

où ω_{inc} , ω_{diff} et ω_{ac} sont respectivement les pulsations des ondes incidente, diffractée et acoustique, \vec{k}_{diff_e} , \vec{k}_{inc_o} et \vec{k}_{ac} les vecteurs d'onde associés et $\bar{h} = \frac{h}{2\pi}$ (h : constante de Planck).

En pratique, les conditions d'accord de phase permettent à l'onde diffractée d'avoir une polarisation extraordinaire⁴.

Les fréquences optiques sont de l'ordre de la centaine de térahertz ($375 \text{ THz} \leftrightarrow 800 \text{ nm}$), les fréquences acoustiques de l'ordre de la centaine de mégahertz, soit un rapport α entre fréquence acoustique et fréquence optique de l'ordre de 10^{-7} .

$$\alpha = \frac{\nu_{ac}}{\nu_{opt}} = \frac{\omega_{ac}}{\omega_{opt}} \sim 10^{-7} \quad (3.3)$$

Le décalage Doppler introduit sur l'onde optique incidente est donc négligeable ce qui donne : $\omega_{diff} \sim \omega_{inc}$. La relation 3.2 se réécrit :

$$\vec{k}_{diff_e}(\omega) = \vec{k}_{ac}(\omega_{ac}) + \vec{k}_{inc_o}(\omega) \quad (3.4)$$

Une manière simple de déterminer le temps de groupe ajouté à l'impulsion incidente après propagation dans le cristal est de considérer le cas particulier d'une onde acoustique à dérive de fréquence linéaire (figure 3.1). Cette onde peut alors être décomposée en un nombre fini N d'ondes quasi-monochromatiques de pulsation centrale ω_{ac_i} et de largeur $\delta\omega_{ac_i}$. Chacune de ces N ondes est localisée dans le cristal au voisinage d'une position z_i , différente pour chaque onde. A chaque pulsation acoustique ω_{ac_i} est associée une seule et unique pulsation optique ω_i par accord de Bragg (Eqs. 3.1 et 3.2). A chaque onde acoustique i ($i \in [1, N]$) localisée au voisinage de z_i est associée une plage de pulsations optiques i centrée sur ω_i et de largeur $\delta\omega_i$ qui est diffractée au voisinage de z_i . La polarisation de l'onde optique incidente est orientée suivant l'axe ordinaire, celle de l'onde diffractée sui-

4. L'origine microscopique du couplage entre polarisation ordinaire et polarisation extraordinaire est détaillée en annexe B.

vant l'axe extraordinaire. Chaque plage de pulsations optiques i interagit avec l'indice ordinaire n_o jusqu'en $z = z_i$ puis avec l'indice extraordinaire n_e après diffraction. Comme z_i dépend de ω_{ac_i} et donc de ω_i , le chemin optique parcouru par chaque composante spectrale de l'impulsion optique incidente est différent (figure 3.1). Le temps de groupe $\tau_{g_{inc}}$ de l'impulsion est alors modifié :

$$\tau_{gf}(\omega) = \tau_{g_{inc}}(\omega) + \tau_{g_{AOPDF}}(\omega) \quad (3.5)$$

où τ_{gf} est le temps de groupe en sortie de cristal et $\tau_{g_{AOPDF}}$ le temps de groupe introduit par l'AOPDF sur l'onde diffractée.

Au premier ordre, $\tau_{g_{AOPDF}}$ s'écrit [40] :

$$\tau_{g_{AOPDF}}(\omega, z) = \frac{n_{g_o}(\omega)}{c}z(\omega) + \frac{n_{g_e}(\omega)}{c}(L - z(\omega)) \quad (3.6)$$

où n_{g_o} et n_{g_e} sont respectivement les indices de groupe ordinaire et extraordinaire pris suivant la direction de propagation et L la longueur du cristal.

Le contrôle de la position $z(\omega)$ implique donc directement un contrôle sur le temps de groupe $\tau_{g_{inc}}$ de l'impulsion incidente. De plus, en contrôlant le contenu spectral de l'onde acoustique, il est possible de moduler l'efficacité de diffraction pulsation par pulsation.

De l'équation 3.6, on peut déduire la valeur maximale $\Delta\tau_{max}$ du temps de groupe introduit par l'AOPDF, aussi appelée capacité maximale de façonnage. Pour une pulsation donnée, cette valeur correspond à la différence entre le temps de groupe obtenu pour une diffraction en entrée de cristal et celui obtenu pour une diffraction en sortie de cristal. Elle est donc reliée à la longueur L du cristal et à la différence δn_g entre les indices de groupe dans la direction de propagation de l'onde incidente [37] :

$$\Delta\tau_{max} = \frac{\delta n_g}{c}L \quad (3.7)$$

avec :

$$\delta n_g = n_{g_e} - n_{g_o} \quad (3.8)$$

Le cristal peut être considéré comme une porte temporelle rectangle de largeur $\Delta\tau_{max}$, ce qui nous permet de déduire la résolution du dispositif par transformée de Fourier. En effet, la transformée de Fourier d'une telle porte est un sinus cardinal et la résolution spectrale correspond alors à la largeur à mi-hauteur $\delta\nu$ de ce sinus cardinal au carré, soit :

$$\delta\nu \simeq \frac{0.89}{\Delta\tau_{max}} = \frac{0.89c}{\delta n_g L} \quad (3.9)$$

Cette résolution se réécrit en termes de pulsation (Eq. 3.10) et de longueur d'onde (Eq.

3.11) :

$$\delta\omega = 2\pi\delta\nu \simeq \frac{5.59c}{\delta n_g L} \quad (3.10)$$

$$\delta\lambda \simeq \frac{\lambda}{\nu}\delta\nu \simeq \lambda^2 \frac{0.89}{\delta n_g L} \quad (3.11)$$

La résolution est donc inversement proportionnelle à la longueur du cristal et à la biréfringence de groupe du matériau dans la direction de propagation de l'onde optique incidente (δn_g). L'expression 3.11 constitue une très bonne estimation de la résolution spectrale d'un AOPDF comme le montre l'expression 3.54 (section 3.2.5) de cette résolution calculée à partir d'un modèle simple de la diffraction acousto-optique en géométrie non-colinéaire (Annexe C.3). Pour les cristaux utilisés dans cette thèse, on a $\delta n_g \simeq 0.10$ pour $\lambda = 800$ nm. La résolution spectrale calculée à cette longueur d'onde à partir de l'équation 3.11 est : $\delta\lambda \simeq 0.22$ nm (ou $\delta\nu \sim 0.10$ THz (Eq. 3.9) ou $\delta\omega \sim 6.6 \cdot 10^{-4}$ rad fs⁻¹ (Eq. 3.10)).

Ce modèle simple de l'AOPDF comme ligne à retard programmable ne permet pas de comprendre comment un tel dispositif permet le contrôle de la phase spectrale. Le modèle suivant, basé sur une description simple de la diffraction acousto-optique, est plus complet.

3.1.2 Diffraction acousto-optique - Analogie avec la somme de fréquence

Soit E_0 et E_1 les amplitudes complexes de deux ondes électro-magnétiques, planes, quasi-monochromatiques, progressives de pulsation ω_0 et ω_1 , couplées sous l'effet d'une onde acoustique intense dans un cristal biréfringent possédant des propriétés acousto-optiques. Les modules des vecteurs d'ondes respectifs sont notés k_0 et k_1 . Le champ électrique total s'écrit :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_{m=0,1} E_m(z) \exp \left\{ i \left(\omega_m t - \vec{k}_m \cdot \vec{r} \right) \right\} \vec{e}_m + \text{c.c.} \quad (3.12)$$

où \vec{e}_0 et \vec{e}_1 sont les directions de polarisation des deux ondes. L'onde acoustique, quant à elle, est décrite comme un champ de déformation périodique :

$$\vec{S}(\vec{r}, t) = S \exp \left\{ i \left(\Omega t - \vec{K} \cdot \vec{r} \right) \right\} \vec{s} + \text{c.c.} \quad (3.13)$$

Pour se ramener à des équations scalaires, les directions de propagation des deux ondes optiques ainsi que leurs polarisations sont choisies de façon à ne faire intervenir que des états propres de propagation à la fois pour les ondes optiques et l'onde acoustique. Les indices optiques sont notés n_0 et n_1 et la partie symétrique du vecteur déplacement

induit par l'onde acoustique est notée S . De même, nous supposons que la symétrie du cristal permet de considérer que le couplage acousto-optique ne fait intervenir qu'un seul coefficient de couplage élasto-optique, noté p . Enfin, nous supposons que le milieu est épais et que seules les ondes considérées sont fortement couplées afin de se placer dans la limite de la diffraction de type Bragg. Dans ces conditions, on peut montrer que, dans l'approximation des enveloppes lentement variables, les équations de propagation des deux ondes sont couplées par [41] :

$$\begin{cases} \frac{\partial E_0}{\partial z} = -\frac{k_0^2 n_1^2}{4k_{0z}} p S E_1(z) & \text{avec } E_0(0) = E_0 \\ \frac{\partial E_1}{\partial z} = i\Delta k_1 E_1(z) + \frac{k_1^2 n_0^2}{4k_{1z}} p S^* E_0(z) & \text{avec } E_1(0) = 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

où k_{0z} et k_{1z} correspondent aux projections longitudinales des vecteurs d'onde optiques (i.e. suivant l'axe de propagation z) et où $\Delta k_1 = \vec{\Delta k}_1 \cdot \vec{e}_z = (\vec{K} + \vec{k}_0 - \vec{k}_1) \cdot \vec{e}_z$ est le désaccord de phase acousto-optique longitudinal.

En appliquant le changement de variable $E'_1 = -iE_1 \exp(-i\Delta k_1 z)$, le système de propagation devient :

$$\begin{cases} \frac{\partial E_0}{\partial z} = i\frac{k_0^2 n_1^2}{4k_{0z}} p S E'_1(z) \exp(+i\Delta k_1 z) \\ \frac{\partial E'_1}{\partial z} = i\frac{k_1^2 n_0^2}{4k_{1z}} p S^* E_0(z) \exp(-i\Delta k_1 z) \end{cases} \quad (3.15)$$

Il est intéressant d'établir l'analogie de ce système d'équations avec celui décrivant le processus de somme de fréquence dans un cristal non linéaire possédant une susceptibilité du second ordre non nulle. En reprenant les notations utilisées par Boyd [42], soit trois ondes planes, quasi-monochromatiques, progressives, de pulsations $(\omega_j)_{j=1,2,3}$ se propageant colinéairement dans un cristal optique transparent possédant ces propriétés non linéaires, les champs électriques respectifs sont décrits par :

$$\vec{E}_j(z, t) = A_j(z) \exp\{i(k_j z - \omega_j t)\} \vec{e}_j + \text{c.c.} \quad (3.16)$$

Les relations de conservation d'énergie et de quantité de mouvement du processus de somme de fréquence s'écrivent :

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 \quad (3.17)$$

$$k_1 + k_2 = k_3 \quad (3.18)$$

Le désaccord de phase est noté Δk :

$$\Delta k = k_1 + k_2 - k_3 \quad (3.19)$$

Dans l'hypothèse des enveloppes lentement variables, en supposant que l'onde 2 reste

intense devant les deux autres ($|A_2(z)| = \text{cte}$, ce qui correspond à la non déplétion de l'onde 2) et en négligeant tous les effets non-linéaires autres que la somme de fréquence, on trouve pour les ondes 1 et 3 le système d'équations de propagation suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial A_1}{\partial z} = i \frac{2\omega_1^2 d_{\text{eff}}}{k_1 c^2} A_2^* A_3(z) \exp(-i\Delta k z) & \text{avec } A_1(0) = A_0 \\ \frac{\partial A_3}{\partial z} = i \frac{2\omega_3^2 d_{\text{eff}}}{k_3 c^2} A_2 A_1(z) \exp(+i\Delta k z) & \text{avec } A_2(0) = 0 \end{cases} \quad (3.20)$$

où d_{eff} est la susceptibilité non linéaire effective décrivant la force de couplage entre les trois ondes, reliée à la susceptibilité non-linéaire d'ordre 2 $\chi^{(2)}$ par :

$$d_{\text{eff}} = \frac{\chi^{(2)}}{2} \quad (3.21)$$

Les systèmes d'équations 3.15 et 3.20 sont analogues : l'onde de « pompe » A_2 joue le rôle de l'onde acoustique et les ondes A_1 et A_3 jouent les rôles des ondes incidente et diffractée. Il est donc possible de transposer l'ensemble des propriétés du processus de somme de fréquence à la diffraction acousto-optique. En particulier :

- l'interaction acousto-optique n'est efficace que si deux conditions sont simultanément vérifiées : la condition de conservation des fréquences $\omega_1 = \omega_0 + \Omega$ et la condition d'accord de phase $\Delta k_1 = 0$,
- l'accord de phase s'interprète comme une conservation longitudinale des vecteurs d'onde,
- il existe des relations de conservation des flux de photons et de phonons de type Manley-Rowe,
- à l'accord de phase, l'intensité de l'onde diffractée croît proportionnellement à L^2 dans la limite des petits rendements,
- la phase à l'origine de l'onde diffractée est telle que le désaccord de phase mutuelle $\arg(E_1) - \arg(E_0) - \arg(S)$ soit égale à $\pi/2$.

De plus, quoique non démontré ici :

- les équations de propagation peuvent être complétées par l'équation de propagation de l'onde acoustique (de l'onde de « pompe »),
- en ondes planes, la relation d'accord de phase admet une formulation vectorielle : $\vec{k}_1 = \vec{k}_0 + \vec{K}$ ($\vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$) (sections 3.1.3 et 3.1.4 et annexe C.2),
- en régime de saturation l'efficacité de diffraction est une fonction de Jacobi. L'efficacité de diffraction croît, sature, et décroît périodiquement,
- à l'accord de phase la relation de phase mutuelle est maintenue au cours de la propagation et ce, même en régime de saturation : $\arg(E_1) - \arg(E_0) - \arg(S) = \pi/2$ ($\arg(A_3) - \arg(E_1) - \arg(E_2) = \pi/2$),
- le modèle précédent, qui décrit la propagation de paquets d'ondes planes quasi-monochromatiques dans un milieu non dispersif, peut être étendu au cas de la propagation d'un paquet d'ondes dispersives, c'est-à-dire où les vecteurs d'ondes ont

une dépendance avec les fréquences optiques.

Le résultat majeur de cette analogie est l'expression de l'efficacité de diffraction acousto-optique dans la limite quasi-monochromatique :

$$I_1(L, \omega) = I_0(0, \omega) \frac{\pi^2}{4} \frac{P}{\tilde{P}_0} \text{sinc}^2 \left[\sqrt{\left(\frac{\pi^2}{4} \frac{P}{\tilde{P}_0} \right) + \left(\frac{\Delta k_1 L}{2} \right)^2} \right] \quad (3.22)$$

Cette équation fait intervenir la valeur de désaccord de phase Δk_1 ainsi que l'équivalent d'un facteur de gain P/\tilde{P}_0 qui est proportionnel à la densité de puissance acoustique normalisée par une valeur caractéristique \tilde{P}_0 . Cette valeur caractéristique est, quant à elle, inversement proportionnelle au carré de la longueur du cristal (L^2) et au facteur de mérite M_2 relié aux propriétés du matériau par la formule suivante :

$$M_2 = \frac{n_o^3 n_1^3 p^2}{\rho V_S} \quad (3.23)$$

où ρ est la masse volumique du matériau et V_S la vitesse de propagation acoustique dans la direction du vecteur d'onde acoustique \vec{K} .

On retrouve que l'efficacité de diffraction est maximale pour $\Delta k_1 = 0$. Par ailleurs, compte-tenu des ordres de grandeurs considérés ($P < \tilde{P}_0$), l'efficacité de diffraction s'annule au voisinage de la valeur de désaccord de phase pour laquelle $\Delta k_1 L \approx 2\pi$ ⁵.

Pour poursuivre l'analogie, il est bien connu que pour une somme de fréquence avec une fréquence pure ω_2 , la largeur spectrale de l'accord de phase est inversement proportionnelle à la différence des inverses des vitesses de groupe aux fréquences ω_1 et ω_3 . Ce résultat se transpose à la diffraction acousto-optique. Supposons en effet que l'accord de phase est vérifié pour les fréquences Ω , ω_0 et $\omega_1 = \omega_0 + \Omega$. La conservation longitudinale des vecteurs d'onde impose :

$$\Delta k_1(\Omega, \omega_0) = K(\Omega) + k_0(\omega_0) - k_1(\Omega + \omega_0) = 0 \quad (3.24)$$

Au voisinage de l'accord de phase, un développement limité conduit alors à l'expression suivante :

$$\Delta k_1(\Omega, \omega_0) \simeq \left(\frac{\partial K}{\partial \Omega} - \frac{\partial k_1}{\partial \omega} \right) \Delta \Omega + \left(\frac{\partial k_0}{\partial \omega} - \frac{\partial k_1}{\partial \omega} \right) \Delta \omega_0 \quad (3.25)$$

Comme l'efficacité de diffraction chute notablement pour $\Delta k_1 L \simeq 2\pi$, la tolérance spectrale de l'accord de phase (ou résolution spectrale de l'interaction acousto-optique), à fréquence acoustique Ω donnée, est proportionnelle à :

$$\Delta \omega_1 \propto \frac{1}{L \left| \frac{\partial k_1}{\partial \omega}(\omega_1) - \frac{\partial k_0}{\partial \omega}(\omega_0) \right|} = \frac{c}{\delta n_g L} \quad (3.26)$$

5. Pour $P \ll \tilde{P}_0$, le premier zéro de l'efficacité de diffraction correspond à $\Delta k_1 L = 2\pi$. Pour $P = \tilde{P}_0$, il correspond à $\Delta k_1 L = \sqrt{3}\pi$. Pour $P \leq \tilde{P}_0$, on peut donc considérer que l'efficacité de diffraction s'annule au voisinage de la valeur de désaccord de phase pour laquelle $\Delta k_1 L \approx 2\pi$.

où δn_g est la différence d'indice de groupe entre l'onde incidente et l'onde diffractée suivant z . On retrouve ainsi le résultat 3.10 obtenu de manière intuitive dans la section 3.1.1, à savoir que la résolution optique d'un AOPDF est inversement proportionnelle à $\delta n_g L$. Dans un cristal fortement biréfringent comme le TeO_2 et pour un cristal long, l'accord de phase peut donc être particulièrement étroit (de l'ordre de 0.1 THz pour les cristaux utilisés dans cette thèse).

De même, pour des fréquences optiques incidente et diffractée données, la largeur de bande acoustique tolérée par l'accord de phase est proportionnelle à :

$$\Delta\omega_{ac} \propto \frac{1}{L \left| \frac{\partial k_1}{\partial \omega}(\omega_1) - \frac{\partial K}{\partial \Omega}(\Omega) \right|}$$

Comme la vitesse de propagation acoustique ($\sim 10^3 \text{ m s}^{-1}$) est infime devant la vitesse de propagation de la lumière ($c \sim 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$), on trouve :

$$\Delta\omega_{ac} \propto \frac{V}{L} = \frac{1}{T}$$

où V est la vitesse acoustique et T est la durée de transit de l'onde acoustique dans le cristal. Comme T est de l'ordre de quelques dizaines de μs dans les cristaux utilisés dans les AOPDFs, les conditions d'accord de phase induisent, en pratique, une relation quasi-bijective entre fréquence acoustique et fréquence optique diffractée. En effet, $1/T$ est de l'ordre de quelques dizaines de kHz, une valeur extrêmement faible (typiquement 10^{-3}) comparée à $\Omega/2\pi$ qui est de l'ordre de la dizaine de MHz. Ce résultat justifie la vision selon laquelle les propriétés de l'onde acoustique, en termes d'amplitude et de phase spectrale, sont transférées à l'onde optique diffractée.

Conclusion sur le modèle

De ce qui précède, on peut donc déduire que, dans un AOPDF, le façonnage en phase se fait via la relation suivante entre les phases des trois ondes :

$$\varphi_{diff}(\omega) = \varphi_{ac}(\omega_{ac}) + \varphi_{inc}(\omega) + \frac{\pi}{2} \quad (3.27)$$

où φ_{inc} , φ_{diff} et φ_{ac} sont respectivement les phases spectrales des ondes optiques incidente et diffractée et de l'onde acoustique. En toute rigueur, cette relation n'est valable qu'à l'accord de phase. Comme noté précédemment, cette relation de phase subsiste quelle que soit la densité de puissance acoustique utilisée [36]. De même le façonnage en amplitude se fait fréquence par fréquence via l'efficacité de diffraction $\eta(\omega)$:

$$\mathcal{I}_{diff}(\omega) = \eta(\omega)\mathcal{I}_{inc}(\omega) \quad (3.28)$$

où $\eta(\omega)$ se déduit de l'équation 3.22 :

$$\eta(\omega) = \frac{\pi^2}{4} \frac{P(\omega)}{\tilde{P}_0(\omega)} \text{sinc}^2 \left[\sqrt{\left(\frac{\pi^2}{4} \frac{P(\omega)}{\tilde{P}_0(\omega)} \right) + \left(\frac{\Delta k_1(\omega)L}{2} \right)^2} \right] \quad (3.29)$$

\tilde{P}_0 étant inversement proportionnelle à L^2 , l'efficacité de diffraction η est donc proportionnelle à L^2 . Pour de faibles densités de puissances acoustiques ($P \ll \tilde{P}_0$), l'efficacité de diffraction augmente linéairement avec P . Pour $P \geq \tilde{P}_0$, ce n'est plus le cas. Une étude expérimentale de la variation de l'efficacité de diffraction avec la densité de puissance acoustique est proposée dans la thèse de T. Oksenhendler [36]. Dans ma thèse, les densités de puissance acoustique utilisées vérifient $P \leq \tilde{P}_0$.

Limitation du modèle

Il est intéressant de noter que le temps T de transit de l'onde acoustique dans le cristal ne peut atteindre plusieurs dizaines de μs qu'en raison de la géométrie particulière d'accord de phase des AOPDFs, qui permet de maintenir le recouvrement spatial des ondes optiques et acoustique sur de grandes longueurs. Hors, en pratique, les faisceaux ont des extensions transverses finies et sont fortement non colinéaires, ce qui tend à limiter la dimension longitudinale du volume d'interaction. Cette particularité n'apparaît pas dans la discussion précédente en raison du modèle physique utilisé, celui des ondes planes, qui sont d'extension transverse infinie par définition. La question de la superposition spatiale est néanmoins un point clé des AOPDFs et il est utile de souligner que la haute résolution ne peut être obtenue qu'au prix d'un accord de phase concomitant avec un alignement des vecteurs de Poynting (ce qui est détaillé dans la section suivante).

3.1.3 Colinéarité des vecteurs de Poynting acoustique et optique incident

Afin de détailler les conditions d'accord de phase permettant un alignement des vecteurs de Poynting nécessaire à l'obtention d'une haute résolution et d'une bonne efficacité de diffraction (comme mentionné dans la section précédente), nous avons tracé, dans le cas du TeO_2 , les surfaces des indices (optiques) ordinaire (en rouge) et extraordinaire (en bleu) ainsi que la surface des lenteurs acoustiques (en noir) dans le plan défini par les axes cristallins $[001]$ et $[110]$ (Fig. 3.2).

Changement de notations :

Dans la section précédente (3.1.2), les notations prises pour les pulsations et les vecteurs d'onde optiques et acoustique sont conformes à celles de la référence [41]. A partir de cette section et pour le reste de la thèse, nous modifions ces notations :

paramètres		ancienne notation	nouvelle notation
pulsation	optique incidente	ω_0	ω
	acoustique	Ω	ω_{ac}
	optique diffractée	ω_1	ω
			(décalage Doppler négligé)
vecteur d'onde	incident	\vec{k}_0	\vec{k}_{inc}
	acoustique	\vec{K}	\vec{k}_{ac}
	diffracté	\vec{k}_1	\vec{k}_{diff}

TABLE 3.1 – Récapitulatif des notations prises dans la section précédente (3.1.2) et dans le reste de la thèse pour les pulsations et vecteurs d'onde optique incident, diffracté et acoustique

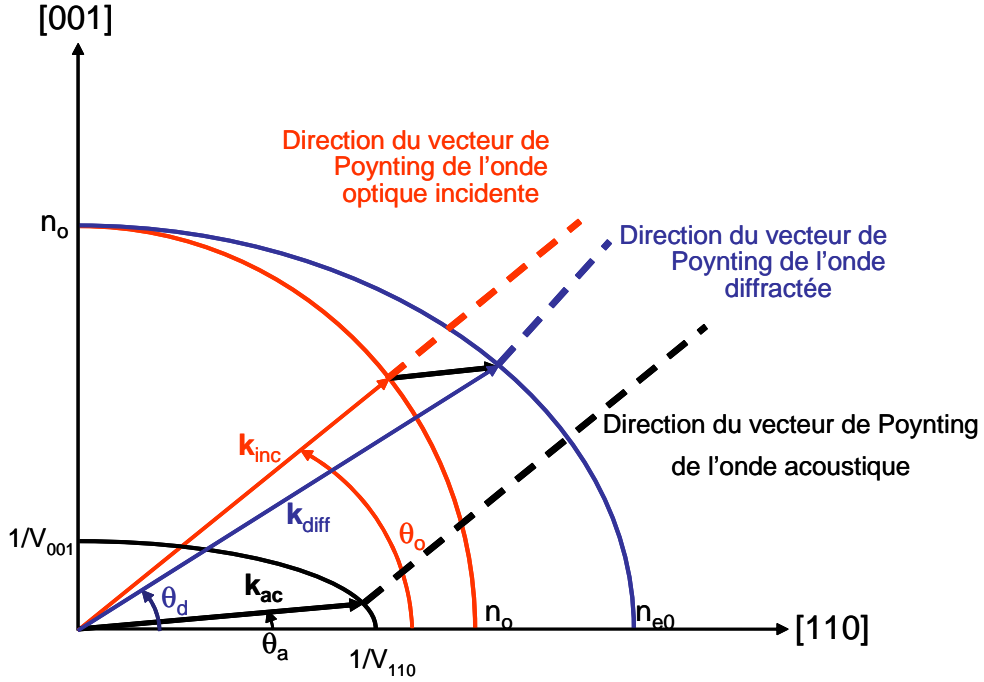


FIGURE 3.2 – Représentation des surfaces des indices optiques (en rouge pour l'onde incidente, en bleu pour l'onde diffractée) et de la surface des lenteurs acoustiques (en noir)

Avant diffraction, l'impulsion optique incidente polarisée suivant l'axe ordinaire se propage dans le cristal avec un angle θ_0 par rapport à l'axe [110]. L'énergie de l'impulsion se propage dans la direction du vecteur de Poynting associé, soit parallèlement au vecteur d'onde optique incident \vec{k}_{inc} . Le vecteur d'onde acoustique \vec{k}_{ac} , qui forme un angle θ_a par rapport à l'axe [110], n'est pas colinéaire à \vec{k}_{inc} . L'énergie acoustique se propage dans la direction du vecteur de Poynting acoustique qui n'est pas parallèle à \vec{k}_{ac} mais est, en revanche, parallèle à la direction du vecteur de Poynting optique incident. Une des particularités de l'interaction acousto-optique dans un AOPDF est qu'elle est longitudinale en terme d'énergie. En effet dans la plupart des modulateurs acousto-optiques, elle est transverse en terme d'énergie, ie que les vecteurs de Poynting acoustique et optique incident sont perpendiculaires dans les conditions d'accord de phase. C'est cette spécificité des

AOPDFs qui assure la superposition spatiale des ondes optique et acoustique sur toute la longueur du cristal. Une très grande résolution peut alors être atteinte ce qui assure une relation quasi-bijective entre pulsation optique et pulsation acoustique.

Les directions des vecteurs d'onde optique et acoustique n'étant pas parallèles, la relation de Bragg impose un changement de direction du vecteur d'onde diffracté (\vec{k}_{diff}) par rapport à l'incident. La figure 3.2 met en évidence le fait que l'accord de Bragg est réalisé grâce à la biréfringence Δn du milieu.

$$\Delta n = n_{e_0} - n_o \quad (3.30)$$

où n_{e_0} et n_o sont respectivement les indices principaux extraordinaire et ordinaire du milieu.

La polarisation de l'onde diffractée étant extraordinaire, la direction de propagation du vecteur de Poynting associé n'est pas parallèle au vecteur d'onde diffracté (cf. chapitre 1) mais forme un angle avec ce dernier correspondant à l'angle de double-réfraction, noté ρ_{AOPDF} . L'effet des angles ρ_{AOPDF} et θ_d sur l'onde diffractée en sortie de cristal est discuté plus loin dans ce chapitre (section 3.3.3).

Pour les cristaux utilisés dans cette thèse, les angles θ_0 et θ_a sont respectivement égaux à 38.5° et 3.9° .

3.1.4 Relation entre pulsation acoustique et pulsation optique

Nous avons démontré précédemment (section 3.1.2) que la relation entre pulsation optique et pulsation acoustique est quasi-bijective. On peut donc considérer qu'à une pulsation optique ω est associée une et une seule pulsation acoustique ω_{ac} et vice-versa. Pour passer de ω à ω_{ac} , nous avons introduit le facteur $\alpha = \frac{\omega_{ac}}{\omega}$ dans la section 3.1.1 (Eq. 3.3). La figure 3.2 montre la dépendance de α avec la biréfringence Δn du milieu. On peut démontrer qu'à l'accord de phase, cette dépendance s'exprime sous la forme suivante, au premier ordre en $\frac{\Delta n}{n_o}$ (Eq.C.29 annexe C, [37]) :

$$\alpha(\omega) = \Delta n(\omega) \frac{V(\theta_a)}{c} \frac{\cos^2(\theta_0)}{\cos(\theta_0 - \theta_a)} \quad (3.31)$$

où $V(\theta_a)$ est la vitesse de l'onde acoustique dans la direction du vecteur d'onde acoustique. Chaque pulsation acoustique est alors reliée à la pulsation optique associée par l'expression suivante :

$$\omega_{ac} = \alpha(\omega)\omega = \Delta n(\omega) \frac{V(\theta_a)}{c} \frac{\cos^2(\theta_0)}{\cos(\theta_0 - \theta_a)} \omega \quad (3.32)$$

Du fait de la biréfringence, α dépend de ω . ω_{ac} varie donc de manière non-linéaire avec ω . Ce résultat est mis en évidence figure 3.3 (configuration "haute-résolution", TeO_2 , $\theta_0 = 38.5^\circ$ et $\theta_a = 3.9^\circ$). En effet, un comportement linéaire serait obtenu pour α indépendant

de ω ie $\alpha = \text{cste}$, représenté en tirets rouges pour une constante égale à $\alpha(\omega_0)$ (Eq. 3.31) avec $\omega_0 \sim 2.35 \text{ rad fs}^{-1}$ ($\lambda_0 = 800 \text{ nm}$). La loi de variation de ω_{ac} calculée à partir de l'équation 3.32, tracée en noir, montre bien une dépendance non-linéaire avec ω .

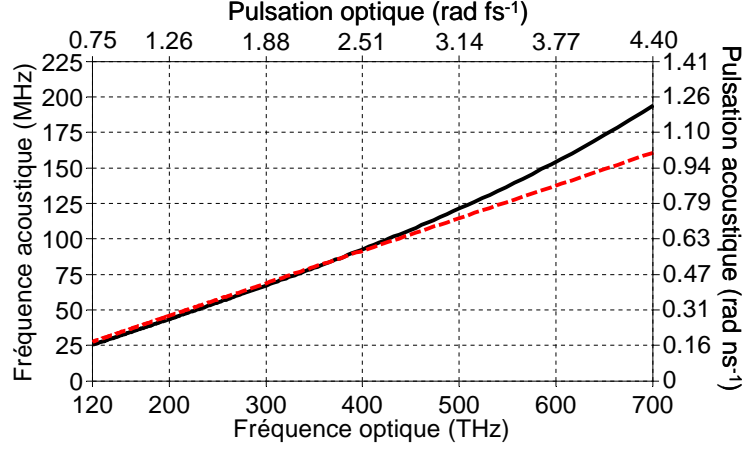


FIGURE 3.3 – Variation des pulsations acoustiques en fonction des pulsations optiques, calculée, pour $\theta_0 = 38.5^\circ$ et $\theta_a = 3.9^\circ$, à partir de l'expression 3.31 de α (a) pour chaque pulsation optique ω , (b) pour $\omega = \omega_0$ ($\alpha(\omega) = \alpha(\omega_0)$) avec $\omega_0 \sim 2.35 \text{ rad fs}^{-1}$, soit $\lambda_0 = 800 \text{ nm}$.

Il est intéressant de noter que l'expression 3.31 de α peut se décomposer en deux parties : une partie dépendant de ω , correspondant à la biréfringence Δn et une partie indépendante de ω noté A (Eq. 3.33). Cette dernière dépend de l'orientation de l'onde optique incidente dans le cristal (θ_0), de la direction de l'onde acoustique (θ_a) et de sa vitesse ($V(\theta_a)$).

$$A(\theta_a, \theta_0) = \frac{V(\theta_a)}{c} \frac{\cos^2(\theta_0)}{\cos(\theta_0 - \theta_a)} \quad (3.33)$$

L'équation 3.32 se réécrit :

$$\omega_{ac} = A(\theta_a, \theta_0) \Delta n(\omega) \omega \quad (3.34)$$

3.1.5 L'AOPDF comme filtre optique linéaire

Une conséquence du comportement linéaire en amplitude (Eq. 3.28) et en phase (Eq. 3.27) d'un AOPDF est que l'on peut définir une fonction de transfert optique $H(\omega)$ qui permet de relier, dans le domaine spectral, les amplitudes complexes des ondes optiques incidente ($\mathcal{E}_{inc}(\omega)$) et diffractée ($\mathcal{E}_{diff}(\omega)$) :

$$\mathcal{E}_{diff}(\omega) = H(\omega) \mathcal{E}_{inc}(\omega) \quad (3.35)$$

On peut associer à $H(\omega)$ une amplitude spectrale $|H(\omega)|$ et une phase spectrale $\phi(\omega)$.

$$H(\omega) = |H(\omega)| \exp[i\phi(\omega)] \quad (3.36)$$

où $|H(\omega)|$ s'exprime en fonction de l'efficacité de diffraction $\eta(\omega)$ sous la forme suivante :

$$|H(\omega)| = \sqrt{\eta(\omega)} \quad (3.37)$$

Du fait de la quasi-bijection entre pulsation acoustique et pulsation optique, $H(\omega)$ est relié au champ acoustique S_{ac} qui s'exprime en fonction des pulsations optiques grâce au rapport α (Eq. 3.31) :

$$H(\omega) \propto S_{ac}(\omega_a c) = S_{ac}(\alpha(\omega)\omega) \quad (3.38)$$

Comme α est de l'ordre de 10^{-7} (section 3.1.1), un AOPDF permet le contrôle de centaines de térahertz (fréquences optiques) à l'aide de centaines de mégahertz (fréquences acoustiques).

La relation de phase 3.27 se réécrit en fonction de $\phi(\omega)$:

$$\varphi_{diff}(\omega) = \phi(\omega) + \varphi_{inc}(\omega) \quad (3.39)$$

Dans le domaine temporel, la réponse impulsionnelle du filtre $\tilde{H}(t)$ ($\mathcal{TF}[H(\omega)](t)$) est reliée aux champs temporels $\tilde{\mathcal{E}}_{diff}(t)$ et $\tilde{\mathcal{E}}_{inc}(t)$ par :

$$\tilde{\mathcal{E}}_{diff}(t) = \tilde{H}(t) \otimes \tilde{\mathcal{E}}_{inc}(t) \quad (3.40)$$

En supposant α indépendant de ω ie $\alpha(\omega) = \alpha(\omega_0)$ où ω_0 est la pulsation centrale de l'impulsion optique incidente, $\tilde{H}(t)$ s'écrit de manière simple, en fonction de \tilde{S}_{ac} , la transformée de Fourier de S_{ac} :

$$\tilde{H}(t) \propto \tilde{S}_{ac} \left(\frac{t}{\alpha} \right) \quad (3.41)$$

L'échelle des temps acoustiques t_{ac} est alors reliée à celle des temps optiques t par : $t_{ac} = \frac{t}{\alpha}$. L'équation 3.41 n'est strictement vérifiée que pour une largeur spectrale optique initiale $\delta\omega$ sur laquelle $\alpha = \alpha(\omega_0)$. En pratique, la dépendance de α avec ω est prise en compte dans le calcul de $\tilde{H}(t)$.

Cette vision de l'AOPDF comme un filtre optique linéaire sera utilisée dans toute la suite de la thèse. En particulier, le façonnage en phase sera toujours donné d'un point de vue optique ie sous la forme d'une phase $\phi(\omega)$ ajoutée à celle de l'impulsion incidente (Eq. 3.39).

3.2 L'AOPDF en pratique

Après avoir expliqué le principe d'un AOPDF en utilisant différentes approches théoriques, nous abordons celui-ci sous un aspect plus pratique. Cet aspect est indispensable pour la mise en oeuvre, la compréhension et l'interprétation des expériences de caractérisation du façonnage en phase réalisé par ce dispositif (chapitre 5). Ainsi les points clés de

son installation sont présentés, à savoir son alignement optique et la synchronisation entre impulsions acoustique et optique. L'effet d'un écart à l'alignement optimal ou d'un défaut de synchronisation sur le façonnage est notamment discuté. Pour une meilleure compréhension du fonctionnement du dispositif et des limitations expérimentales éventuelles de sa précision de façonnage, la procédure de calcul de l'impulsion électrique permettant l'obtention de l'impulsion acoustique adéquate est détaillée. Pour finir, les grandeurs caractéristiques définies dans la partie précédente (capacité de façonnage, résolution spectrale et efficacité de diffraction) sont données dans le cas des AOPDFs utilisés dans cette thèse.

3.2.1 Description

Le détail des AOPDFs utilisés dans cette thèse est représenté figure 3.4. Le cristal acousto-optique est un quadrilatère dont deux faces (en bleu) sont doucies et deux faces (en noir) sont polies (poli optique). L'une des faces doucies porte un transducteur en LiNbO_3 , fixé au cristal acousto-optique. Les deux faces polies (face d'entrée et face de sortie) portent un traitement anti-reflet diélectrique large bande. Le transducteur et les traitements anti-reflets sont optimisés pour une plage spectrale donnée qui peut atteindre une largeur d'une octave.

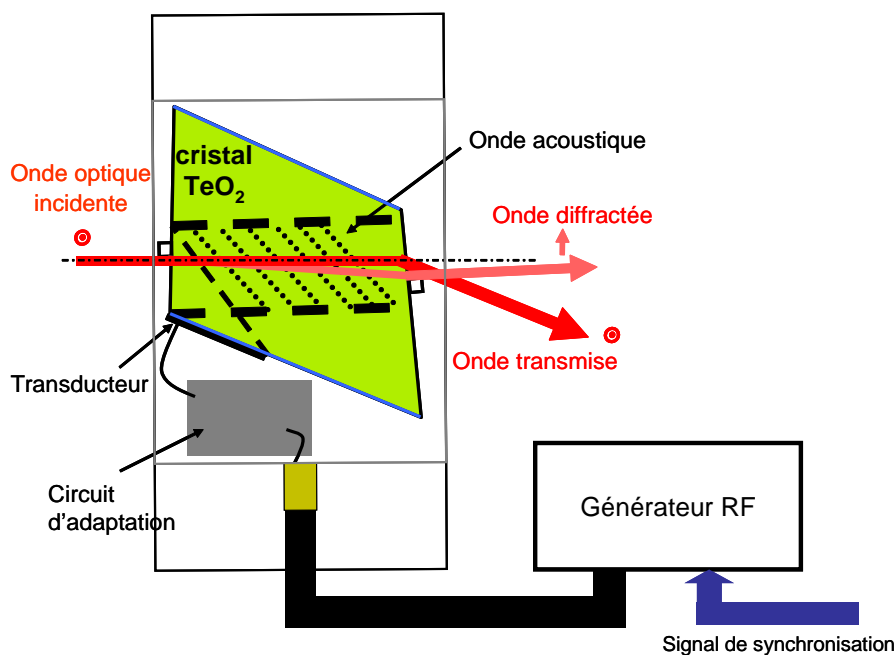


FIGURE 3.4 – *Détail de l'AOPDF*

Les faces d'entrée et de sortie ne sont pas parallèles. Un petit angle est introduit entre elles de manière à ce qu'elles soient orthogonales à la fois au faisceau incident (face d'entrée) et au faisceau diffracté en sortie de cristal (face de sortie). Une explication plus détaillée du non-parallélisme de ces faces est donnée section 3.3.3. Une conséquence pratique est que le faisceau transmis (i.e. non diffracté) porte un léger chromatisme angulaire.

Le transducteur est soumis à un champ électrique pulsé dont la fréquence centrale est dans la gamme 10-100MHz. Sous une excitation électrique de l'ordre de quelques V à quelques dizaines de V (jusqu'à 70V crête-crête), le transducteur se déforme par effet piézoélectrique et induit dans le cristal acousto-optique une onde acoustique progressive qui se propage depuis le transducteur jusqu'à la face d'entrée. L'onde acoustique est alors réfléchiée sur la face d'entrée par réflexion totale interne acoustique puis se propage (en terme d'énergie) suivant la direction de propagation optique. Elle est ensuite réfléchiée par la face de sortie en direction de la seconde face doucie (opposée au transducteur) puis subit plusieurs réflexions dans la direction perpendiculaire au plan de diffraction. Pour finir, elle est absorbée par un absorbant acoustique.

Le générateur RF contient l'électronique rapide capable de générer le champ électrique soumis au transducteur via le circuit d'adaptation. Il gère la synchronisation entre les impulsions acoustique et optique dans le cristal en ajustant correctement l'instant de génération du signal électrique par rapport à un signal de synchronisation externe provenant de la chaîne laser (détaillé dans la section suivante).

3.2.2 Synchronisation des impulsions acoustique et optique

La nécessité de synchroniser la génération acoustique avec l'impulsion optique s'explique par la durée finie de l'impulsion acoustique. De plus, la vitesse de propagation acoustique étant faible ($V \sim 765 \text{ m s}^{-1}$) devant celle de la lumière ($c \sim 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$), la génération de l'impulsion acoustique doit précéder celle de l'impulsion optique.

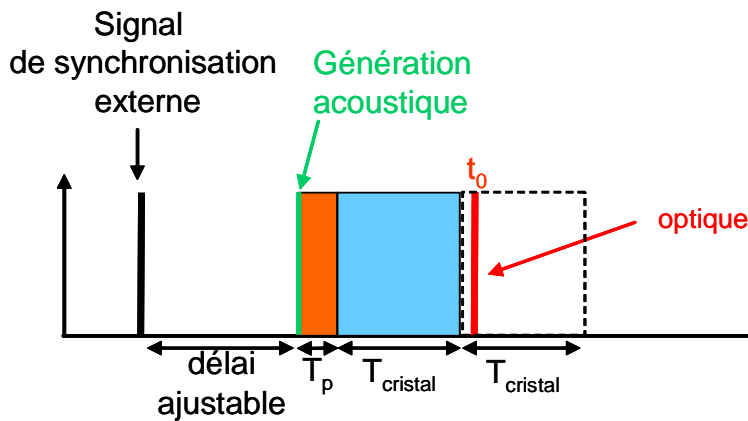


FIGURE 3.5 – Synchronisation de la génération de l'impulsion acoustique par rapport à l'impulsion optique

Plus précisément, pour que l'impulsion acoustique occupe pleinement la zone de diffraction lors du passage d'une impulsion optique à un instant $t = t_0$, il faut que l'impulsion acoustique soit générée à un instant $t = t_0 - (T_p + T_{\text{cristal}})$. T_p est le temps de propagation de l'impulsion acoustique entre le transducteur et la face d'entrée du cristal, de l'ordre de quelques μs (Fig. 3.4) et T_{cristal} le temps de propagation entre la face d'entrée et la

face de sortie du cristal. En pratique, le délai entre l'instant d'arrivée du signal externe de synchronisation (provenant de la chaîne laser) et celui de génération de l'impulsion acoustique est ajusté pour permettre cette génération à l'instant $t = t_0 - (T_p + T_{\text{cristal}})$ comme détaillé figure 3.5.

Pour un cristal de TeO_2 en configuration "haute-résolution", on a : $T_p = 7.5 \mu\text{s}$ et $T_{\text{cristal}} = 32.7 \mu\text{s}$. L'impulsion acoustique doit donc être générée $40.2 \mu\text{s}$ avant le passage de l'impulsion optique.

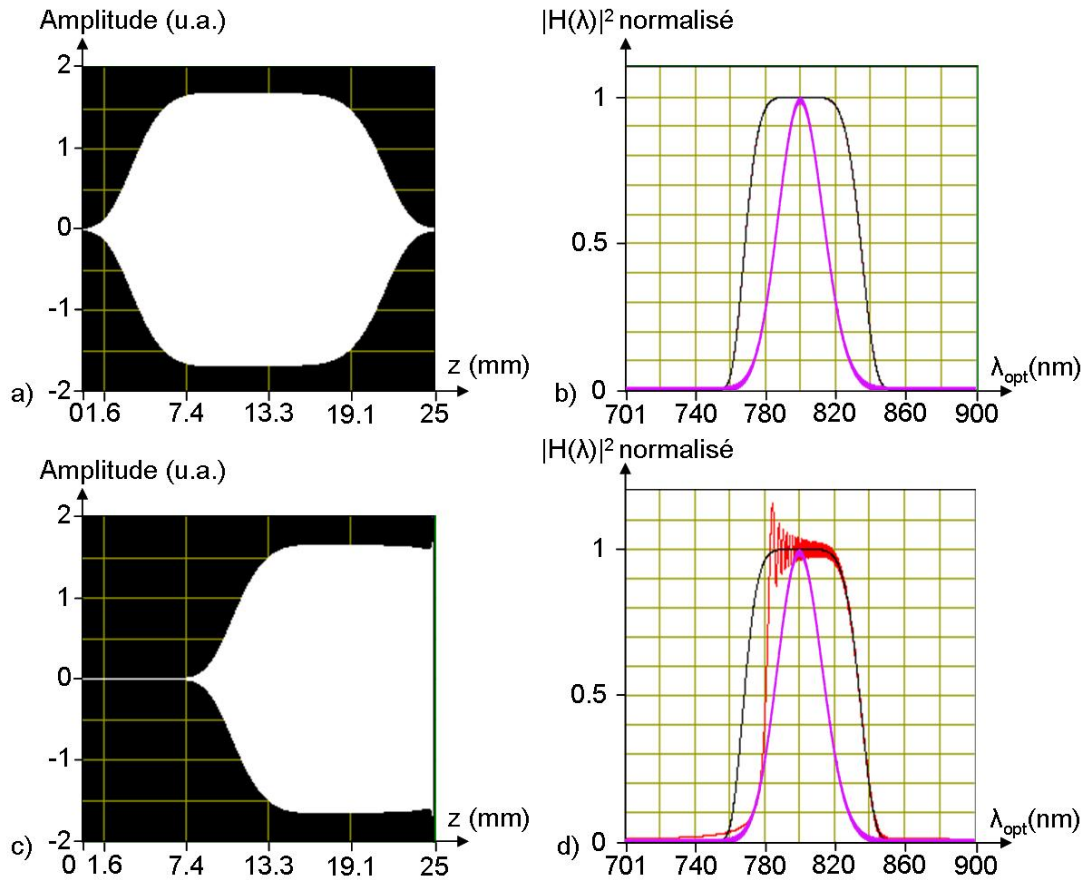


FIGURE 3.6 – *Effet d'une mauvaise synchronisation entre impulsions acoustique et optique sur la fonction de transfert de l'AOPDF. Impulsion acoustique vue par l'impulsion optique dans le cas d'une synchronisation correcte entre ces deux impulsions a) et dans celui d'une mauvaise synchronisation c). b), d) Intensité spectrale de l'onde optique incidente (gaussienne, $\lambda_0 = 800$ nm, $\Delta\lambda = 30$ nm) en violet, de la fonction de transfert H réellement appliquée dans les cas a) et c) respectivement en noir et rouge.*

Cette synchronisation est essentielle pour que le façonnage de l'impulsion optique soit correctement réalisé. A titre d'exemple, plaçons-nous dans le cas d'une impulsion optique incidente gaussienne ($\lambda_0 = 800$ nm, $\Delta\lambda \sim 30$ nm, Fig. 3.6b courbe violette) à laquelle on souhaite ajouter une phase quadratique importante de l'ordre de $-30\,000$

$\text{fs}^2 (\varphi_2)^6$. Pour cela, une impulsion acoustique à dérive de fréquence linéaire négative est générée. Programmons pour l'amplitude de la fonction de transfert optique H du dispositif une supergaussienne d'ordre 6 de largeur à $1/e$ égale à 70 nm. Lorsque la génération de l'impulsion acoustique est bien synchronisée par rapport à l'impulsion optique, l'impulsion acoustique occupe toute la longueur du cristal ($L = 25$ mm) lors du passage de l'impulsion optique (Fig. 3.6a). L'amplitude de la fonction de transfert optique réelle est alors bien celle programmée (Fig. 3.6b, courbe noire). En revanche si la génération de l'impulsion acoustique a lieu $9.5 \mu\text{s}$ plus tôt, l'impulsion acoustique avec laquelle l'impulsion optique interagit est tronquée (Fig. 3.6c). La dérive de fréquence linéaire de l'impulsion acoustique étant négative, la partie tronquée de cette impulsion contient les longueurs d'onde basses de la fonction de transfert H qui sont alors absentes de la fonction de transfert réellement appliquée à l'impulsion optique comme le montre la courbe rouge de la figure 3.6d. Ceci a deux conséquences : la déformation (non souhaitée) de l'amplitude spectrale de l'impulsion optique (tronquée elle aussi), un façonnage en phase qui n'est pas correct pour $\lambda \leq 780$ nm.

3.2.3 Calcul de l'impulsion électrique

Dans la section 3.1.2, nous avons montré, à partir d'un modèle simple de la diffraction acousto-optique, comment l'amplitude spectrale et la phase spectrale de l'impulsion acoustique sont transférées sur l'impulsion optique incidente suivant les relations respectives 3.28 et 3.27. Rappelons que cette impulsion acoustique est induite dans le cristal par la déformation du transducteur sous l'action d'un champ électrique pulsé délivré par le générateur RF. La question se pose alors du calcul de l'impulsion électrique permettant via l'impulsion acoustique, le façonnage souhaité de l'impulsion optique incidente. Le signal électrique étant proportionnel au signal acoustique, il est nécessaire et suffisant de connaître pour chaque pulsation acoustique $\omega_{ac(i)}$ le signal acoustique $S_{ac}(\omega_{ac(i)})$ ou de manière équivalente (Eq. 3.38) la fonction de transfert $H(\omega_{(i)})$ à appliquer à l'impulsion optique incidente, avec $\omega_{(i)}$ et $\omega_{ac(i)}$ reliées par l'équation 3.34 rappelée ci-dessous :

$$\omega_{ac(i)} = \alpha(\omega_{(i)})\omega_{(i)} = A(\theta_a, \theta_0)\Delta n(\omega_{(i)}) \quad (3.42)$$

où $A(\theta_a, \theta_0)$ est donné par l'équation 3.33.

Comme les angles θ_0 et θ_a et les indices principaux n_o et n_{e_0} sont connus, il est possible de calculer, pour chaque pulsation acoustique, la pulsation optique associée par la relation 3.42.

Les deux étapes du calcul de la matrice $(\omega_{ac(i)}, H(\omega_{(i)}))$ ($i \in [0, N - 1]$ où N est le nombre de points programmés) sont résumées figure 3.7. On part d'un peigne régulier de pulsations acoustiques. Pour chaque pulsation $\omega_{ac(i)}$ de ce peigne, la pulsation optique $\omega_{(i)}$

6. Cette valeur comprend les -12845 fs^2 de compensation de la dispersion introduite par la propagation dans le cristal (section 3.3.2).

associée par la relation 3.42 est calculée. Les valeurs de l'amplitude spectrale $|H|_{(i)}$ et de la phase spectrale $\phi_{(i)}$ à appliquer à l'impulsion optique incidente sont ensuite déterminées.

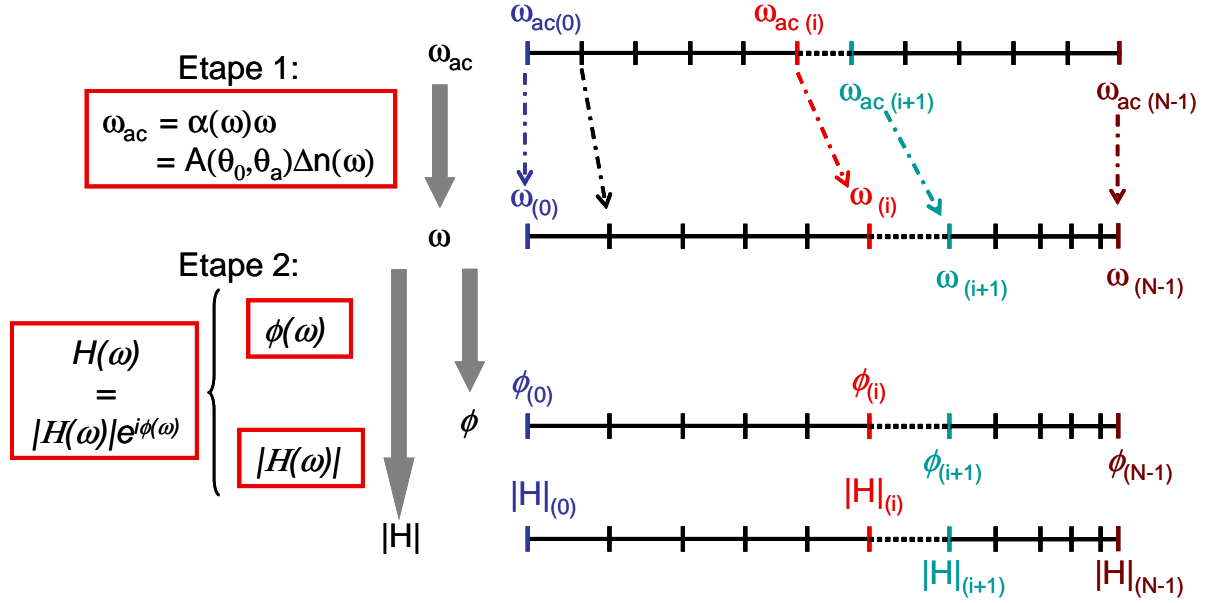


FIGURE 3.7 – *Etapes du calcul de la matrice $(\omega_{ac(i)}, H(\omega_{(i)}))$ servant à générer le signal électrique correct pour obtenir le façonnage attendu de l'impulsion optique incidente dans le cristal acousto-optique*

Le calcul de l'impulsion électrique est en réalité plus complexe mais les deux étapes présentées ici permettent une compréhension suffisante pour pouvoir interpréter les résultats expérimentaux présentés dans cette thèse et identifier les limitations éventuelles de la précision du façonnage réalisé. C'est pourquoi nous nous limitons à cette présentation succincte du calcul de l'impulsion électrique.

3.2.4 Alignement et calibration du dispositif

Dans les conditions d'accord de phase (Fig. 3.2) les vecteurs d'onde acoustique et optique incident forment respectivement des angles θ_a et θ_0 avec l'axe cristallin [110] ($\theta_a = 3.9^\circ$ et $\theta_0 = 38.5^\circ$). La polarisation de l'onde optique incidente est, de plus, ordinaire. Expérimentalement, une procédure d'alignement, présentée dans cette section et utilisée dans toute la thèse, est nécessaire afin d'assurer le respect des conditions d'accord de phase. Les effets d'un écart à l'alignement optimal sur le façonnage de l'impulsion optique incidente sont également discutés pour mettre en évidence l'intérêt et l'importance d'une telle procédure d'alignement.

Alignement du dispositif

La figure 3.8 représente la propagation de l'onde optique incidente et de l'onde acoustique dans le cristal de TeO_2 (Fig. 3.4) ainsi que les surfaces des indices optiques et des lenteurs acoustiques correspondantes dans le plan défini par les axes cristallins [110] et

comme explicité ci-après.

Inclinaison du faisceau optique incident par rapport à la normale à la face d'entrée du cristal

Lorsqu'un angle est introduit, dans le plan perpendiculaire au plan de diffraction (Fig. 3.8), entre l'axe optique du faisceau incident et la normale à la face d'entrée du cristal, les conditions d'accord de phase ne sont pas modifiées. En revanche lorsque cet angle, noté $\delta\theta$ dans la suite, est introduit dans le plan de diffraction, ces conditions le sont. L'angle entre \vec{k}_{inc} et l'axe $[110]$ devient $\theta'_0 = \theta_0 + \delta\theta/n_o$ et la pulsation optique diffractée pour une pulsation acoustique ω_{ac_i} donnée n'est plus la même. Soient ω'_i et ω_i les pulsations optiques diffractées pour une pulsation acoustique ω_{ac_i} respectivement en présence ($\delta\theta \neq 0^\circ$) et en absence ($\delta\theta = 0^\circ$) d'inclinaison de l'axe optique du faisceau incident. ω_i et ω'_i sont alors respectivement reliées à ω_{ac_i} par les expressions 3.42 et 3.43.

$$\omega_{ac_i} = A\left(\theta_0 + \frac{\delta\theta}{n_o}, \theta_a\right) \Delta n(\omega'_i) \omega'_i \quad (3.43)$$

On en déduit la relation suivante entre ω'_i et ω_i :

$$A\left(\theta_0 + \frac{\delta\theta}{n_o}, \theta_a\right) \Delta n(\omega'_i) \omega'_i = A(\theta_0, \theta_a) \Delta n(\omega_i) \omega_i \quad (3.44)$$

soit en supposant $\Delta n(\omega'_i) \sim \Delta n(\omega_i)$:

$$\omega'_i = \frac{A(\theta_0, \theta_a)}{A\left(\theta_0 + \frac{\delta\theta}{n_o}, \theta_a\right)} \omega_i \quad (3.45)$$

Notons ε_{θ_0} le rapport de ω'_i sur ω_i :

$$\varepsilon_{\theta_0} = \frac{\omega'_i}{\omega_i} = \frac{A(\theta_0, \theta_a)}{A\left(\theta_0 + \frac{\delta\theta}{n_o}, \theta_a\right)} \quad (3.46)$$

Compte-tenu de l'ordre de grandeur de $\delta\theta$, on peut négliger la dépendance de l'angle $\delta\theta/n_o$ avec ω_i . Le défaut d'alignement de l'axe optique du faisceau incident est alors à l'origine d'une homothétie de rapport ε_{θ_0} sur les pulsations optiques diffractées.

L'effet de cette homothétie sur le façonnage de l'impulsion incidente est lié à l'utilisation de la relation 3.42 et non 3.43 dans le calcul de l'impulsion électrique. L'amplitude $|H|_i$ et la phase ϕ_i de la fonction de transfert de l'AOPDF calculées à la pulsation optique ω_i sont physiquement associées à la pulsation ω'_i comme illustré figure 3.9. De ce défaut d'alignement résulte donc une erreur de calibration du dispositif.

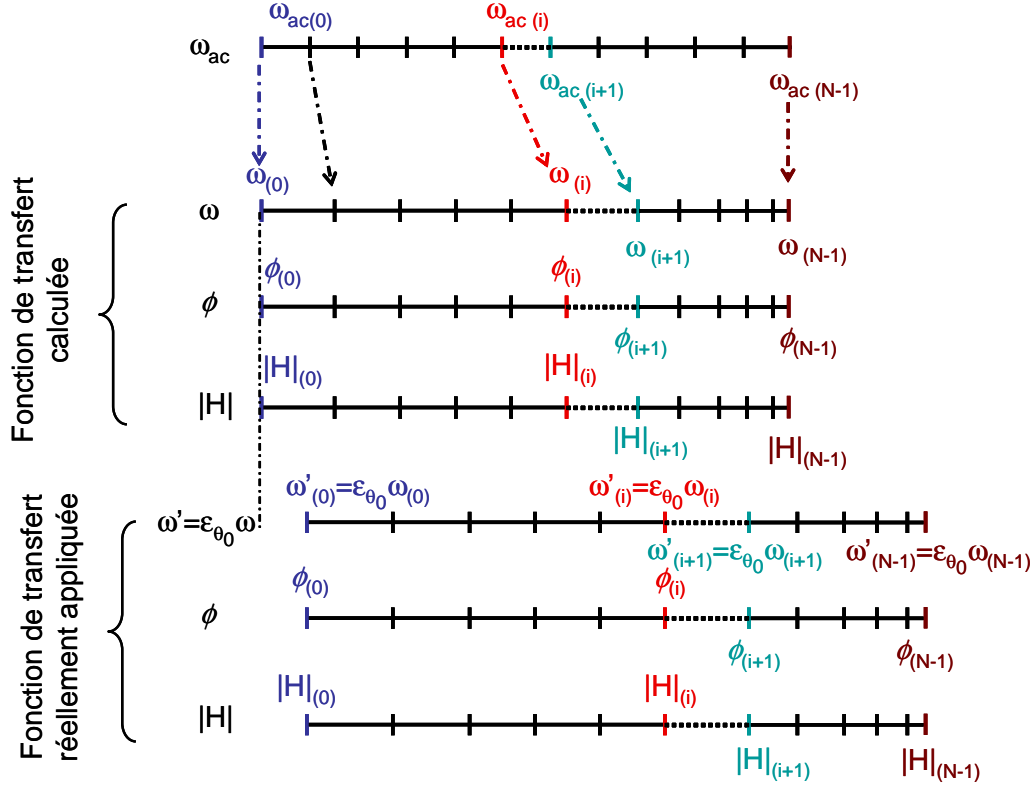


FIGURE 3.9 – Illustration de l'erreur de calibration obtenue pour un défaut d'alignement de l'axe optique du faisceau incident dans le plan de diffraction

Mise en évidence expérimentale et correction d'une erreur de calibration :

Cette erreur de calibration est, expérimentalement, facilement mise en évidence et corrigée. En effet, il suffit de vérifier la concordance entre la fonction de transfert calculée et celle obtenue expérimentalement pour une seule pulsation optique. Une première méthode pourrait consister à générer un Dirac⁷ à une pulsation ω_i donnée puis de vérifier que ce Dirac est bien mesuré en cette même pulsation à l'aide d'un spectromètre calibré au préalable en longueur d'onde⁸. En pratique cette méthode n'est réalisable que dans peu de cas car dans la plupart des expériences, l'AOPDF est installé en amont d'un amplificateur (régénératif ou multi-passages) et le spectromètre en aval. Une telle opération risquerait d'endommager les optiques de l'amplificateur.

Une méthode équivalente, systématiquement utilisée dans cette thèse, consiste à générer un trou fin spectralement ($\delta\lambda_t = 0.5 - 1$ nm) dans l'amplitude spectrale de l'impulsion incidente (fonction de transfert H_t , Eq. 3.47) et de vérifier que la position centrale de ce trou mesurée au spectromètre est bien celle calculée initialement [43]. Pour corriger une éventuelle erreur de calibration, il suffit alors de tourner le cristal dans le plan de

7. dans la limite de la résolution de l'appareil.

8. Une procédure de calibration précise d'un spectromètre en longueur d'onde est donnée dans le chapitre 4.

diffraction jusqu'à ce qu'il y ait concordance entre ces deux valeurs.

$$H_t(\omega) = 1 - k_t \exp \left[- \left(\frac{\omega - \omega_t}{\delta\omega_t} \right)^2 \right] \quad (3.47)$$

où ω_t est la position centrale du trou et $\delta\omega_t$ sa largeur. Cette largeur peut être également exprimée en terme de longueur d'onde à l'aide de l'équation suivante [43] :

$$\delta\omega_t = \frac{\omega_t}{2} \left(\frac{\delta\lambda_t}{2\lambda_t} - \left(\frac{\delta\lambda_t}{2\lambda_t} \right)^3 \right) \quad (3.48)$$

où $\lambda_t = \frac{2\pi c}{\omega_t}$ est la position centrale du trou exprimée en terme de longueur d'onde.

Divergence du faisceau optique incident

On considère maintenant que l'axe optique du faisceau est perpendiculaire à la face d'entrée du cristal mais que le faisceau n'est pas parfaitement collimaté. La divergence du faisceau incident est caractérisée par l'angle associé, noté $\delta\theta_{div}$. L'effet de la divergence du faisceau sur le façonnage de l'impulsion optique incidente peut se comprendre intuitivement de la manière suivante. En se plaçant d'un point de vue de l'optique géométrique, on peut considérer un faisceau d'ouverture numérique $\delta\theta_{div}$. A l'intérieur du cristal, l'angle entre la direction de ce faisceau et l'axe [110] du cristal varie entre $\theta_0 - \frac{\delta\theta_{div}}{2n_o}$ et $\theta_0 + \frac{\delta\theta_{div}}{2n_o}$ suivant la position spatiale transverse (par rapport au faisceau). Pour chaque position spatiale considérée, l'accord de phase a donc lieu à un angle entre \vec{k}_{inc} et l'axe [110] différent. Comme démontré dans le paragraphe précédent, la pulsation optique ω_i diffractée pour une pulsation acoustique ω_{ac_i} donnée n'est alors pas la même sur toute la dimension transverse du faisceau. On peut donc interpréter l'effet de la divergence du faisceau incident sur les performances de l'appareil comme une dégradation de sa résolution spectrale.

Ce résultat est démontré dans l'annexe C.3 à partir du modèle simplifié de la diffraction acousto-optique décrit dans la section 3.1.2 de ce chapitre. L'acceptance angulaire de l'accord de phase acousto-optique $\Delta\theta_{ang}$ est, en effet, reliée à la résolution spectrale $\Delta\omega_{res}$ par l'expression suivante (au premier ordre en $\frac{\Delta n}{n_o}$ et $\theta_d - \theta_0$) :

$$\Delta\theta_{ang} \simeq \left(\frac{\Delta\omega_{res}}{\omega} \right) \frac{1}{|\tan(\theta_0 - \theta_a) - 2 \tan(\theta_0)|} \frac{\Delta n_g}{\Delta n} \quad (3.49)$$

où $\Delta n_g = n_{g_{e0}} - n_{g_o}$ est la biréfringence de groupe du cristal.

Soit $\Delta\omega_{res}^0$ la résolution spectrale du dispositif pour un alignement parfait du faisceau optique incident. Cette résolution est alors dégradée lorsque l'angle de divergence $\delta\theta_{div}$ vérifie :

$$\delta\theta_{div} > n_o \Delta\theta_{ang}(\Delta\omega_{res}^0) \simeq \left(\frac{\Delta\omega_{res}^0}{\omega} \right) \frac{n_o}{|\tan(\theta_0 - \theta_a) - 2 \tan(\theta_0)|} \frac{\Delta n_g}{\Delta n} \quad (3.50)$$

Pour un alignement parfait du dispositif, les AOPDFs utilisés dans cette thèse ont une résolution spectrale exprimée en terme de longueur d'onde de $\Delta\lambda_{res}^0 \sim 0.2$ nm à 800 nm (section 3.2.5) et :

$$\frac{\Delta\lambda_{res}^0}{\lambda} = \frac{\Delta\omega_{res}^0}{\omega} \quad (3.51)$$

Pour ne pas dégrader cette résolution, la tolérance sur la divergence du faisceau optique incident est donc de 0.045° (Eq. 3.49).

Il est donc essentiel de bien collimater le faisceau en entrée du dispositif.

3.2.5 Grandeurs caractéristiques

Les performances d'un AOPDF peuvent être caractérisées par trois grandeurs :

- la capacité maximale de façonnage,
- la résolution spectrale,
- l'efficacité de diffraction sur la largeur spectrale de l'impulsion optique incidente.

La capacité maximale de façonnage a été déterminée, de manière intuitive, dans la section 3.1.1. Nous en rappelons l'expression ci-dessous :

$$\Delta\tau_{max} = \frac{\delta n_g}{c} L \quad (3.52)$$

Pour les AOPDFs utilisés dans cette thèse, $\Delta\tau_{max} \sim 8.5$ ps.

A partir de cette grandeur, nous avons déduit une expression de la résolution spectrale en terme de longueur d'onde (section 3.1.1) :

$$\delta\lambda \simeq \frac{\lambda}{\nu} \delta\nu \simeq \lambda^2 \frac{0.89}{\delta n_g L} \quad (3.53)$$

La dépendance en $(\delta n_g L)^{-1}$ a été corroborée dans la section 3.1.2 à l'aide d'un modèle simple de la diffraction acousto-optique. A partir du développement de ce modèle en géométrie non-colinéaire, une nouvelle expression de la résolution spectrale a été calculée en annexe C.3 :

$$\Delta\lambda_{res} \simeq \frac{0.8\lambda^2}{\delta n_g L} \quad (3.54)$$

Cette relation confirme la validité de l'estimation 3.53 de la résolution spectrale. On obtient : $\delta\lambda \sim 0.22$ nm et $\Delta\lambda_{res} \sim 0.20$ nm à 800 nm. Dans la suite du manuscrit, la résolution spectrale sera définie par l'expression 3.54 et donc égale à 0.2 nm (à 800 nm).

L'efficacité de diffraction $\tilde{\eta}$ peut se définir comme la valeur moyenne de l'efficacité $\eta(\omega)$ (Eq. 3.29, section 3.1.2) sur la largeur spectrale $\Delta\omega$ de l'impulsion optique incidente,

centrée sur ω_0 :

$$\tilde{\eta} = \frac{\int_{\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}} \eta(\omega) d\omega}{\Delta\omega} \quad (3.55)$$

soit $\tilde{\eta} \sim 50\%$.

3.3 Effets fins

3.3.1 Précision sur le façonnage en phase

L'objectif d'une partie des expériences réalisées dans cette thèse est de déterminer la précision de façonnage en phase d'un AOPDF. Il est donc intéressant d'estimer au préalable une précision théorique de ce façonnage en phase.

Pour cela, on suppose les impulsions optique incidente et acoustique parfaitement synchronisées (section 3.2.2) et alignées (section 3.2.4) dans le cristal. On peut alors distinguer principalement deux types d'erreur qui viennent entacher la précision de façonnage du dispositif⁹ :

- des erreurs systématiques liées à la connaissance des propriétés du cristal,
- des erreurs statistiques liées au bruit introduit par l'électronique de génération de l'impulsion électrique.

La relation 3.34 qui associe à une pulsation acoustique ω_{ac} donnée une pulsation optique ω dépend du facteur $A(\theta_0, \theta_a)$ et de la biréfringence Δn du cristal. Comme cette relation est utilisée pour déterminer l'impulsion électrique adéquate à appliquer au transducteur (section 3.2.3), il est indispensable que, pour une pulsation acoustique donnée, la pulsation optique diffractée dans le cristal soit bien la même que celle calculée à l'aide de cette relation. L'hypothèse d'alignement parfait des ondes optique incidente et acoustique implique la correspondance entre les valeurs expérimentale et calculée de A . En revanche, on comprend bien qu'une méconnaissance de la biréfringence Δn du cristal entraîne un écart systématique entre pulsations optiques diffractée et calculée et donc un écart systématique entre la fonction de transfert que l'on souhaite appliquer et celle qui est réellement appliquée. La précision du façonnage de l'impulsion optique incidente est alors limitée par la précision avec laquelle la biréfringence est connue.

Supposons maintenant la biréfringence du matériau parfaitement connue. On peut alors considérer que la précision de façonnage est limitée par le bruit de génération de l'impulsion électrique qui se retrouve sur l'impulsion acoustique. En terme de temps de groupe, la précision de génération correspond à la pente minimale que l'on est capable

9. Il ne s'agit en aucun cas d'un énoncé exhaustif de l'ensemble des erreurs qui peuvent limiter la précision de façonnage.

d'introduire sur une bande spectrale donnée.

$$\tau_{gmin} = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \omega} \right)_{min} = \frac{\Delta \varphi_{min}}{\Delta \omega} \quad (3.56)$$

où $\Delta \omega$ est le support spectral de la fonction de transfert de l'AOPDF.

Soit N le nombre de points de programmation sur l'ensemble de cette bande spectrale :

$$N = \frac{\Delta \omega}{\delta \omega} \quad (3.57)$$

où $\delta \omega$ est la résolution spectrale du dispositif.

La phase minimale $\Delta \varphi_{min}$ peut être reliée au rapport signal à bruit SNR du signal électrique de la manière suivante [36] :

$$\Delta \varphi_{min} \simeq \frac{2\pi}{SNR\sqrt{N}} = \frac{2\pi}{SNR} \sqrt{\frac{\delta \omega}{\Delta \omega}} \quad (3.58)$$

On en déduit l'expression de la pente minimale τ_{gmin} :

$$\tau_{gmin} \simeq \frac{2\pi}{\Delta \omega SNR} \sqrt{\frac{\delta \omega}{\Delta \omega}} \quad (3.59)$$

Pour un rapport signal à bruit de 10^3 et une largeur spectrale correspondant à $\Delta \lambda = 60$ nm centrée sur $\lambda_0 = 800$ nm, on a $\tau_{gmin} = 0.002$ fs. Ainsi, en considérant que seul le bruit de génération de l'impulsion électrique altère la précision du dispositif, un retard de 1 ps sera généré avec une précision théorique relative d'environ $2E-6$. Cet écart est totalement négligeable d'un point de vue expérimental. On peut donc s'attendre à ce que les erreurs systématiques soient dominantes.

3.3.2 Dispersion optique de l'AOPDF

La relation de phase 3.27 établie à partir d'un modèle de la diffraction acousto-optique dans la limite quasi-monochromatique (section 3.1.2) ne fait pas intervenir la phase spectrale $\varphi_{cristal}$ accumulée sur l'impulsion incidente du fait de la seule propagation dans le cristal (hors transfert de la phase de l'impulsion acoustique). En prenant en compte cette phase, la relation 3.27 se réécrit :

$$\varphi_{diff}(\omega) = \phi(\omega) + \varphi_{inc}(\omega) + \varphi_{cristal}(\omega) \quad (3.60)$$

Pour certaines applications, il est intéressant de pouvoir compenser $\varphi_{cristal}$. On décompose alors la phase $\phi(\omega)$ en deux termes :

$$\phi(\omega) = \phi_{sh}(\omega) - \varphi_{cristal}(\omega) \quad (3.61)$$

où ϕ_{sh} est la phase que l'on souhaite ajouter à l'impulsion optique incidente hors compensation de φ_{cristal} .

Du fait de la procédure de calcul de l'impulsion électrique¹⁰, la phase ϕ_{cristal} programmée pour compenser φ_{cristal} correspond, en réalité, à l'opposé de la phase introduite par la traversée de $L = 25$ mm de TeO_2 par une onde polarisée suivant l'axe ordinaire, soit :

$$\phi_{\text{cristal}}(\omega) = -\frac{n_o(\omega)\omega L}{c} \quad (3.62)$$

Dans la suite du manuscrit, nous désignerons par "compensation automatique de la dispersion optique de l'AOPDF" le mode de fonctionnement pour lequel les ordres 2 à 4 (développement de Taylor) de la phase spectrale φ_{cristal} sont compensés ie dans lequel les ordres 2 à 4 de ϕ_{cristal} sont programmés.

3.3.3 Déviation du faisceau diffracté

Dans cette section, nous expliquons l'orientation du faisceau diffracté dans le cristal de TeO_2 et en sortie de cristal (Fig. 3.4).

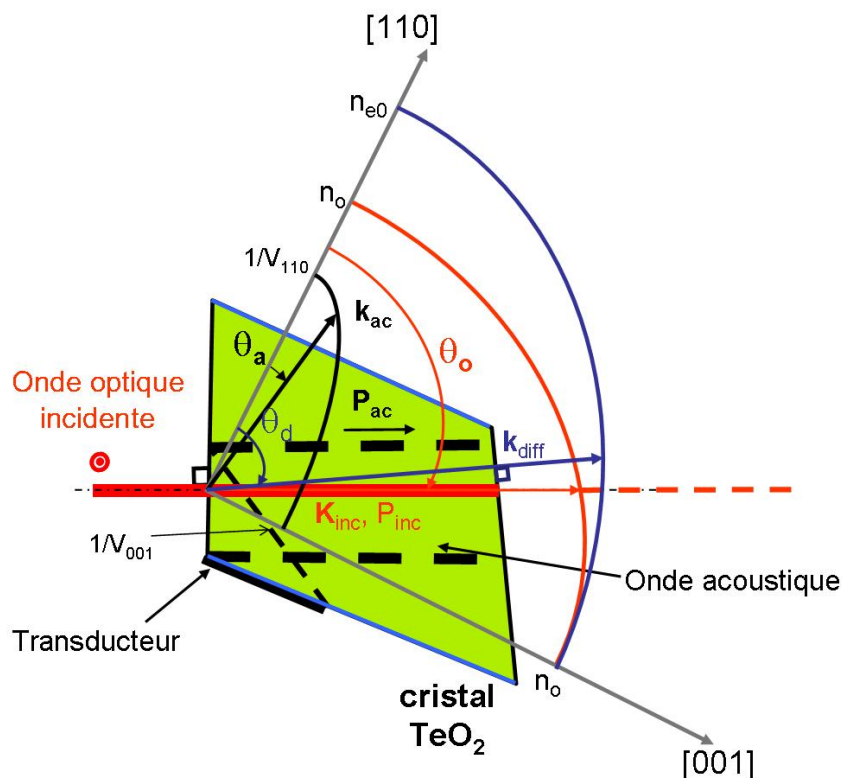
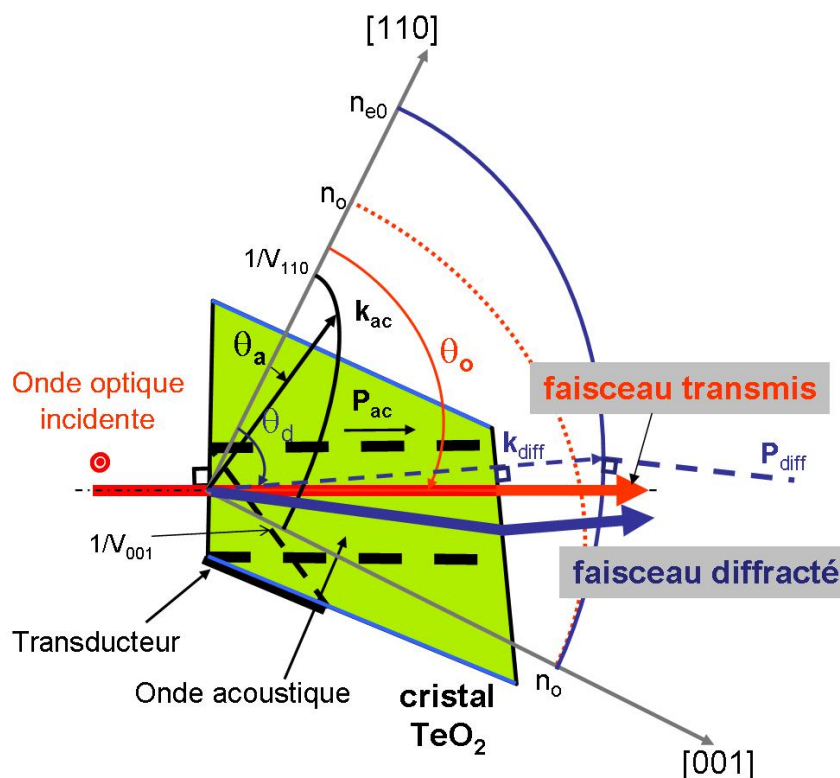


FIGURE 3.10 – Représentation de la direction du vecteur d'onde diffracté avant et après la face de sortie du cristal de TeO_2

10. non détaillée dans cette thèse.

Par ailleurs, du fait de la polarisation extraordinaire de l'onde diffractée, son énergie ne se déplace pas dans la direction du vecteur \vec{k}_{diff} mais avec un angle ρ_{AOPDF} par rapport à celle-ci, appelé angle de double réfraction (Fig. 3.11). On retrouve ainsi le trajet des faisceaux transmis et diffracté représenté figure 3.4. Dans le cas des AOPDFs utilisés dans cette thèse, cet angle vaut : $\rho_{AOPDF} = 62.4$ mrad. Ces deux effets se compensant en partie, la déviation du faisceau diffracté par rapport au faisceau transmis à l'intérieur du cristal est de 35.7 mrad, soit un décalage des deux faisceaux l'un par rapport à l'autre au maximum de 0.89 mm en sortie de cristal ($35.7 * L$, où $L = 25$ mm est la longueur du cristal). En pratique, la diffraction n'a souvent pas lieu sur la totalité de la longueur du cristal et ce décalage est de l'ordre de 0.3 mm.



102

Comme toutes les composantes spectrales ne sont pas diffractées au même endroit dans le cristal, un léger chromatisme latéral est susceptible d'être observé en sortie de cristal ($< 10^{-2} \mu\text{m nm}^{-1}$).

Résumé - Conclusion

Le principe de l'AOPDF repose sur une interaction acousto-optique co-propagative de type Bragg entre une impulsion acoustique et une impulsion optique incidente dans un matériau biréfringent possédant des propriétés acousto-optiques. A l'accord de phase, la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement s'écrivent, après avoir négligé le décalage Doppler sur l'impulsion optique incidente :

$$\begin{aligned}\omega_{inc} &\sim \omega_{diff} \\ \vec{k}_{inc}(\omega_{inc}) + \vec{k}_{ac}(\omega_{ac}) &= \vec{k}_{diff}(\omega_{diff})\end{aligned}$$

Les conditions d'accord de phase permettent à l'impulsion optique diffractée d'être polarisée suivant l'axe extraordinaire.

- De l'approche consistant à considérer l'AOPDF comme une ligne à retard programmable, nous avons déduit, de manière intuitive, le retard de groupe introduit par l'AOPDF sur l'impulsion optique incidente :

$$\tau_{g_{AOPDF}}(\omega, z) = \frac{n_{go}(\omega)}{c}z(\omega) + \frac{n_{ge}(\omega)}{c}(L - z(\omega))$$

- Diffraction acousto-optique et somme de fréquence sont deux phénomènes qui présentent une analogie. A partir de cette analogie, nous avons démontré que :
 - les conditions d'accord de Bragg induisent une relation quasi-bijective entre pulsation acoustique et pulsation optique du fait du temps de transit T de l'onde acoustique dans le cristal de l'ordre de quelques dizaines de μs .
 - le fonctionnement de l'AOPDF peut alors être interprété comme un transfert de l'amplitude et de la phase de l'onde acoustique sur l'onde optique incidente,
 - le façonnage en amplitude se fait via l'efficacité de diffraction η :

$$\mathcal{I}_{diff}(\omega) = \eta(\omega)\mathcal{I}_{inc}(\omega)$$

avec :

$$\eta(\omega) = \frac{\pi^2}{4} \frac{P(\omega)}{\tilde{P}_0(\omega)} \text{sinc}^2 \left[\sqrt{\left(\frac{\pi^2}{4} \frac{P(\omega)}{\tilde{P}_0(\omega)} \right) + \left(\frac{\Delta k_1(\omega)L}{2} \right)^2} \right]$$

et \tilde{P}_0 inversement proportionnelle à L^2 et M_2 ,

- le façonnage en phase se fait via la relation suivante entre les phases des trois ondes :

$$\varphi_{diff}(\omega) = \varphi_{ac}(\omega_{ac}) + \varphi_{inc}(\omega) + \frac{\pi}{2}$$

- La valeur importante du temps de transit T est obtenue grâce à la longueur importante d'interaction entre onde acoustique et onde optique assurée par la colinéarité des vecteurs de Poynting de ces deux ondes.
- A l'accord de phase, la relation entre pulsation optique et pulsation acoustique s'écrit en fonction de la biréfringence Δn du matériau de la manière suivante :

$$\omega_{ac} = A(\theta_0, \theta_a) \Delta n(\omega) \omega$$

où l'ordre de grandeur du rapport $\frac{\omega_{ac}}{\omega}$ est de 10^{-7} .

- L'AOPDF peut également être considéré comme un filtre optique linéaire de fonction de transfert $H(\omega) = |H(\omega)| \exp[i\phi(\omega)]$:

$$\mathcal{I}_{diff}(\omega) = H(\omega) \mathcal{I}_{inc}(\omega)$$

La relation de phase entre les trois impulsions se réécrit :

$$\varphi_{diff}(\omega) = \phi(\omega) + \varphi_{inc}(\omega)$$

- Le calcul de l'impulsion électrique à l'origine de la génération de l'impulsion acoustique adéquate utilise la relation précédente entre pulsation acoustique et pulsation optique.
- Les performances d'un AOPDF peuvent être caractérisées par les grandeurs suivantes :
 - la capacité maximale de façonnage :

$$\Delta \tau_{max} \simeq \frac{\delta n_g}{c} L$$

- la résolution spectrale :

$$\Delta \lambda_{res} \simeq \frac{0.8 \lambda^2}{\delta n_g L}$$

- l’efficacité de diffraction moyenne sur le support spectral de l’impulsion optique incidente :

$$\tilde{\eta} \simeq \frac{\int_{\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}} \eta(\omega) d\omega}{\Delta\omega}$$

- Le mode d’Auto-Compensation réalise une compensation de la dispersion d’ordre 2 à 4 (coefficients de Taylor) accumulée par propagation dans le cristal.
- D’un point de vue expérimental, les points clés de l’installation sont : l’alignement optique et la synchronisation entre les impulsions acoustique et optique dans le cristal. Tout défaut d’alignement ou de synchronisation se traduit par une dégradation de la précision du dispositif.
- En supposant la précision de façonnage seulement limitée par le bruit de génération du signal électrique, le temps de groupe minimal τ_{gmin} que l’on peut introduire sur l’impulsion optique incidente est relié au rapport signal à bruit SNR de ce signal par :

$$\tau_{gmin} \simeq \frac{2\pi}{\Delta\omega \text{SNR}} \sqrt{\frac{\delta\omega}{\Delta\omega}}$$

- Les AOPDFs utilisés dans cette thèse sont constitués d’un cristal de TeO_2 en configuration dite haute-résolution ($\theta_0 = 38.5^\circ$, $\theta_a = 3.9^\circ$).
 - les grandeurs caractérisant leurs performances sont : $\Delta\tau_{max} \sim 8.5$ ps, $\Delta\lambda_{res} \sim 0.2$ nm et $\tilde{\eta} \sim 50\%$,
 - le faisceau diffracté est décalé de 0.89 mm par rapport au faisceau transmis du fait à la fois de la déviation du vecteur d’onde diffractée et de l’angle de double-réfraction.

Chapitre 4

Interférométrie spectrale

L'interférométrie est une méthode de mesure qui exploite les interférences intervenant entre deux ondes. Sa variante spectrale, introduite en 1973 par C. Froehly [44], permet de mesurer la différence de phase spectrale entre deux ondes polychromatiques possédant des propriétés de cohérence suffisantes pour que les interférences puissent être détectées. Lorsque les deux ondes proviennent d'une même source et qu'un objet transparent ou partiellement transparent est placé sur le chemin optique de l'une des ondes, cette technique permet de mesurer non seulement l'absorption mais aussi la dispersion optique du composant, c'est-à-dire la variation de phase spectrale apportée par celui-ci. Lorsqu'elle est combinée à des effets non linéaires cette technique permet également de caractériser l'amplitude et la phase spectrales des impulsions courtes.

Dans le cadre de ce travail de thèse, l'interférométrie spectrale a été utilisée à de multiples reprises : pour mesurer avec précision les capacités de contrôle de phase par AOPDF (chapitre 5), pour caractériser des impulsions courtes par interférométrie spectrale à décalage (technique SPIDER, chapitre 7), pour caractériser ces mêmes impulsions par interférométrie spectrale auto-référencée (SRSI, chapitre 8). Une étude approfondie de cette technique est donc présentée dans ce chapitre. Différents niveaux d'analyse ayant été utilisés, une partie des descriptions et des résultats expérimentaux ont été reportés en annexes D et E, ceci afin d'en faciliter la lecture et de conserver, dans ce chapitre, un fil directeur unique, celui de la métrologie.

Dans un premier temps, je rappelle le principe de la technique d'interférométrie spectrale ainsi que les différentes étapes du traitement numérique permettant de remonter, non seulement à la différence de phase entre les deux impulsions qui interfèrent, mais aussi, sous certaines conditions, à leur amplitude spectrale. Une généralisation de celui-ci sur deux dimensions, une spatiale x et une spectrale ω est présentée et sera utilisée, dans le chapitre 5 pour la caractérisation 2D (x, ω) de phases polynomiales générées par un AOPDF.

La seconde partie de ce chapitre est consacrée à la présentation et la caractérisation expérimentale du montage d'interférométrie spectrale utilisé dans le chapitre 5. Le premier

objectif de cette caractérisation est la mesure de la dispersion différentielle d'un interféromètre de Mach-Zehnder (différence de phase spectrale en sortie d'interféromètre). Le second consiste à déterminer la précision avec laquelle cette différence de phase est mesurée. Cette étape est primordiale pour les expériences du chapitre 5 consacrées à l'AOPDF. En effet, les précisions de façonnage en phase que l'on cherche à caractériser sont de l'ordre de quelques % sur le coefficient de Taylor d'ordre le plus élevé. Il est alors indispensable, non seulement de s'assurer que la précision de mesure accessible ici rend possible une telle caractérisation, mais également de la quantifier afin de pouvoir interpréter les résultats expérimentaux et estimer la précision de façonnage de l'AOPDF. Dans ce but, les sources prépondérantes de bruit ainsi que les artefacts expérimentaux ont été systématiquement recherchés afin de pouvoir déterminer des barres d'erreur sur les mesures ultérieures. Plus précisément, j'étudie le rôle de la phase différentielle, les conséquences du fonctionnement non-idéal du spectromètre (calibration en longueurs d'onde, réponse, bruit de mesure), l'influence du contraste temporel des impulsions optiques utilisées et l'effet des fluctuations tir à tir d'origines variées.

4.1 Principe de l'interférométrie spectrale

Considérons une impulsion à caractériser de support spectral¹ $\Delta\omega$ et une impulsion dite de référence de support spectral $\Delta\omega_0$ avec $\Delta\omega_0 \geq \Delta\omega$. Celles-ci sont représentées dans le domaine temporel, respectivement, par les champs complexes $\tilde{\mathcal{E}}(t)$ et $\tilde{\mathcal{E}}_0(t)$ (Fig. 4.1). On suppose également que l'impulsion de référence est retardée de τ par rapport à l'impulsion à caractériser. Le spectre du champ électrique correspondant (Fig. 4.1),

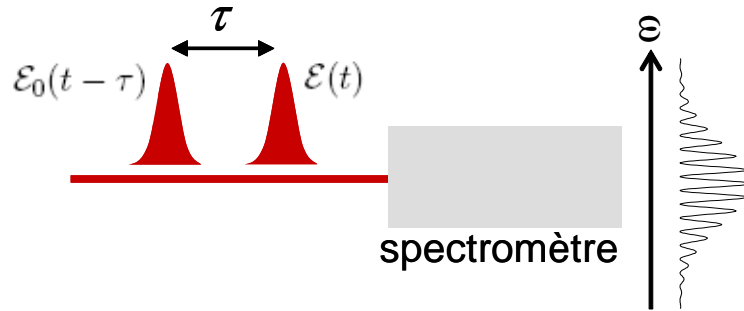


FIGURE 4.1 – *Principe de l'interférométrie spectrale*

enregistré avec un spectromètre supposé idéal, s'écrit² :

$$S(\omega) = |\mathcal{E}_0(\omega) \exp(i\omega\tau) + \mathcal{E}(\omega)|^2 \quad (4.1)$$

1. Le support spectral d'une impulsion est défini comme le domaine spectral en dehors duquel l'intensité spectrale est nulle ou négligeable. Le support spectral est supposé connexe.

2. Du fait de la relation entre champ électrique et représentation analytique du champ (Eq. 1.24, section 1.1, chapitre 1), le signal $S(\omega)$ s'écrit en fait : $S(\omega) = \frac{1}{4} |\mathcal{E}_0(\omega) \exp(i\omega\tau) + \mathcal{E}(\omega)|^2$, mais nous omettons le facteur $\frac{1}{4}$ dans cette thèse.

où $\mathcal{E}(\omega)$ et $\mathcal{E}_0(\omega)$ sont les champs associés dans le domaine spectral respectivement à l'impulsion à caractériser et à celle de référence.

En faisant apparaître l'amplitude spectrale ($|\mathcal{E}_0(\omega)|, |\mathcal{E}(\omega)|$) et la phase spectrale ($\varphi_0(\omega), \varphi(\omega)$) de chaque impulsion, $S(\omega)$ s'écrit :

$$S(\omega) = |\mathcal{E}_0(\omega)|^2 + |\mathcal{E}(\omega)|^2 + 2|\mathcal{E}_0(\omega)||\mathcal{E}(\omega)| \cos[\varphi_0(\omega) - \varphi(\omega) + \omega\tau] \quad (4.2)$$

Ce signal présente un aspect cannelé (Fig. 4.1, Eq. 4.2). Son expression (Eq. 4.2) peut être décomposée en deux parties³ :

- un terme non-interférométrique ($|\mathcal{E}_0(\omega)|^2 + |\mathcal{E}(\omega)|^2$) qui ne contient aucune information sur la différence de phase spectrale entre les deux impulsions,
- un terme interférométrique ($2|\mathcal{E}_0(\omega)||\mathcal{E}(\omega)| \cos(\omega\tau + \varphi_0(\omega) - \varphi(\omega))$), à l'origine des modulations observées sur le spectre. Ce terme contient toute l'information sur la différence de phase spectrale entre les deux impulsions.

4.2 Traitement numérique

Un traitement numérique du signal d'interférométrie spectrale $S(\omega)$ (Eq. 4.2) permet de remonter directement à la différence de phase spectrale entre les deux impulsions et, sous certaines conditions, à l'amplitude spectrale de chaque impulsion (section 4.2.3). Il repose sur un traitement de Fourier de $S(\omega)$, désigné dans la littérature par l'acronyme FTSI ("Fourier-Transform Spectral Interferometry") [45].

4.2.1 Interférométrie spectrale par transformée de Fourier (FTSI)

En posant $f(\omega) = \mathcal{E}^*(\omega)\mathcal{E}_0(\omega)$ et $S_0(\omega) = |\mathcal{E}(\omega)|^2 + |\mathcal{E}_0(\omega)|^2$, le signal d'interférométrie spectrale se réécrit :

$$S(\omega) = S_0(\omega) + f(\omega) \exp(i\omega\tau) + f^*(\omega) \exp(-i\omega\tau) \quad (4.3)$$

Par transformée de Fourier, le signal dans le domaine temporel est :

$$\tilde{S}(t) = \tilde{S}_0(t) + \tilde{f}(t - \tau) + \tilde{f}^*(-t - \tau) \quad (4.4)$$

3. L'ajout d'un retard τ entre les deux impulsions est crucial dans cette technique. Pour un retard nul, un signal avec peu, voire aucune frange, est obtenu. En l'absence de frange, la différence de phase $\varphi(\omega) - \varphi(\omega_0)$ ne peut pas être reconstruite sans ambiguïté. En présence de franges, celle-ci ne peut l'être qu'en connaissant sa forme au préalable du fait de l'indétermination sur son signe liée au cosinus (Eq. 4.2 avec $\tau = 0$).

En ajoutant un terme linéaire approprié, l'ambiguïté sur le signe de la différence de phase reconstruite est levée pour chaque pulsation (ce qui revient à choisir le retard de façon à ce que les supports de la composante à $t = 0$ et de la composante à $t = \tau$, dans le domaine temporel, soient disjoints (section 4.2.5)).

où $\tilde{S}_0(t)$ et $\tilde{f}(t)$ sont respectivement les transformées de Fourier de $S_0(\omega)$ et $f(\omega)$. En remplaçant $\tilde{S}_0(t)$ et $\tilde{f}(t)$ par leurs expressions en fonction des champs incidents $\tilde{\mathcal{E}}_0(t)$ et $\tilde{\mathcal{E}}(t)$, on obtient :

$$\tilde{S}_0(t) = \tilde{\mathcal{E}}_0^*(-t) \otimes \tilde{\mathcal{E}}_0(t) + \tilde{\mathcal{E}}^*(-t) \otimes \tilde{\mathcal{E}}(t) \quad (4.5)$$

$$\tilde{f}(t - \tau) = \tilde{\mathcal{E}}_0(t - \tau) \otimes \tilde{\mathcal{E}}(-t) \quad (4.6)$$

$$\tilde{f}^*(-t - \tau) = \tilde{\mathcal{E}}(t + \tau) \otimes \tilde{\mathcal{E}}_0^*(-t) \quad (4.7)$$

$\tilde{S}_0(t)$ correspond à la somme des autocorrélations du premier ordre des deux champs incidents $\tilde{\mathcal{E}}_0(t)$ et $\tilde{\mathcal{E}}(t)$ (Eq. 4.5) et est nommé, dans toute la suite de ce document, composante DC. Ce terme est centré en $t = 0$ comme le montre la représentation du module de la transformée de Fourier de $S(\omega)$ (Fig.4.2 b). Les deux termes suivants $\tilde{f}(t - \tau)$ et $\tilde{f}^*(-t - \tau)$ correspondent aux produits de corrélation croisée des champs (Eqs. 4.6 et 4.7) et sont nommés composantes AC par la suite.

Les trois étapes du traitement numérique sont :

- la transformée de Fourier du spectre cannelé,
- le filtrage dans le domaine temporel de la composante centrée en $t = \tau$,
- la transformée de Fourier inverse (pour revenir dans le domaine spectral) qui permet d'accéder à la différence de phase.

Ces trois étapes sont illustrées figure 4.2 dans le cas de deux impulsions initiales de même spectre gaussien ($\lambda_0 = 800$ nm et $\Delta\lambda = 20$ nm) et de différence de phase nulle décalées temporellement l'une par rapport à l'autre de $\tau = 1$ ps.

Le signal $S'(\omega)$, obtenu après filtrage et transformée de Fourier inverse, est donné par l'équation suivante :

$$S'(\omega) = \mathcal{E}^*(\omega)\mathcal{E}_0(\omega) \exp(i\omega\tau) = |\mathcal{E}(\omega)||\mathcal{E}_0(\omega)| \exp[i(\varphi_0(\omega) - \varphi(\omega) + \omega\tau)] \quad (4.8)$$

Son module donne accès au produit $|\mathcal{E}(\omega)||\mathcal{E}_0(\omega)|$ des amplitudes spectrales et son argument à la phase $\Phi(\omega)$, définie par :

$$\Phi(\omega) = \varphi_0(\omega) - \varphi(\omega) + \omega\tau \quad (4.9)$$

Par soustraction du terme linéaire $\omega\tau$, on obtient la différence de phase spectrale $\Delta\varphi(\omega)$ entre les deux impulsions de départ.

$$\Delta\varphi(\omega) = \varphi_0(\omega) - \varphi(\omega) \quad (4.10)$$

Si la phase spectrale $\varphi_0(\omega)$ de l'impulsion de référence est connue, alors celle de l'impulsion à caractériser $\varphi(\omega)$ est reconstruite.

La reconstruction de $\Delta\varphi(\omega)$ à partir du signal $S'(\omega)$ présente néanmoins quelques subtilités discutées dans la section 4.2.2.

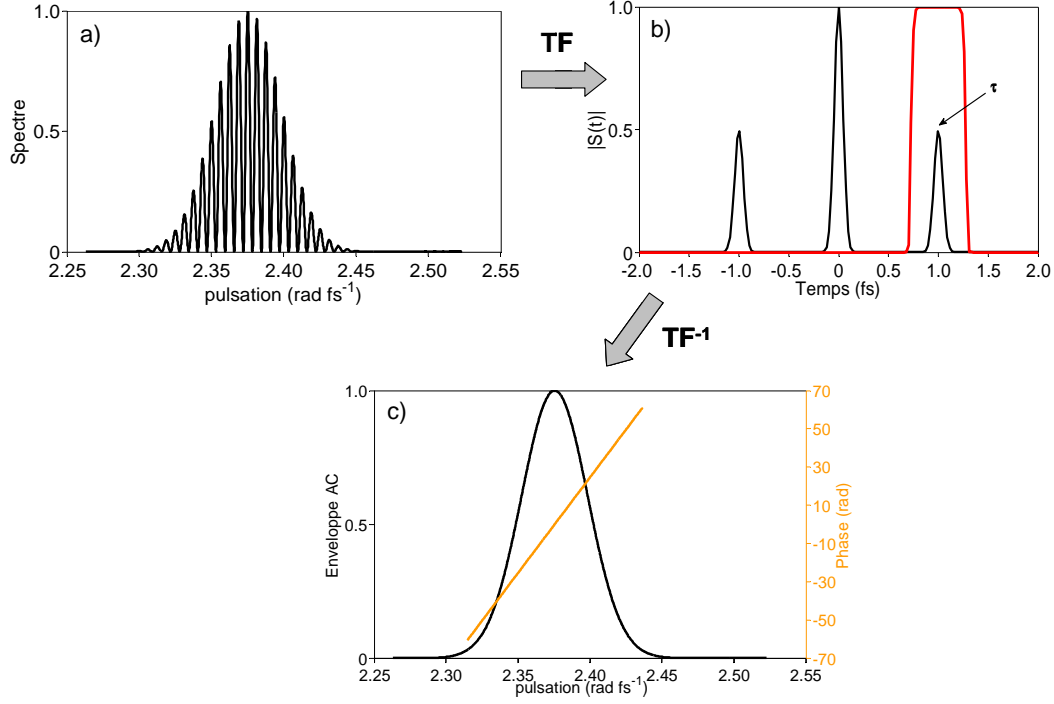


FIGURE 4.2 – *Etapes du traitement numérique d'un interférogramme par FTSI. a) Interférogramme de départ, b) Filtrage de la composante AC dans le domaine de Fourier. En noir, module de la transformée de Fourier de l'interférogramme, en rouge filtre temporel utilisé, c) Extraction de la phase $\Phi(\omega)$ (en orange), Enveloppe spectrale de la composante AC en noir*

4.2.2 Reconstruction de la différence de phase spectrale $\Delta\varphi(\omega)$

La phase spectrale $\Phi(\omega)$ extraite du signal $S'(\omega)$ est repliée entre $-\pi$ et π . Dans cette thèse, les différences de phase $\Delta\varphi(\omega)$ reconstruites sont, soit comparées à une phase polynomiale de référence, soit utilisées dans une boucle de rétroaction avec un dispositif de façonnage. Le dépliement de $\Phi(\omega)$ est alors nécessaire. Une fois $\Phi(\omega)$ dépliée, l'information recherchée est soit :

- le retard τ entre les deux impulsions (expériences de caractérisation de doubles impulsions générées par un AOPDF et expériences SPIDER par exemple),
- la différence de phase $\Delta\varphi(\omega)$ hors terme linéaire ($\omega\tau$) (ce sera le cas pour les expériences de correction de la phase spectrale).

Dans le premier cas, le retard doit être déterminé avec la meilleure précision possible. Dans le second cas, une soustraction précise du terme $\omega\tau$ ne semble pas strictement nécessaire. Par exemple, un retard optique ne perturbe ni les expériences impliquant une boucle de rétroaction avec un dispositif de façonnage ni celles de caractérisation de phases polynomiales en termes de coefficient de Taylor (expériences avec le dispositif SRSI, chapitre 8). Toutefois, une soustraction très précise de ce terme est nécessaire pour la comparaison quantitative, en terme d'écart rms, des phases polynomiales d'ordre ≥ 2 programmées

avec l'AOPDF et mesurées par interférométrie spectrale (chapitre 5).

Déplieement de la phase spectrale $\Phi(\omega)$

La phase spectrale $\Phi(\omega)$ de la figure 4.2c est représentée telle qu'elle est accessible i.e. repliée entre $-\pi$ et π figure 4.3. La problématique du déplieement de la phase a été initialement étudiée pour le traitement d'images [46]. Il s'agit de la transposition de méthodes utilisées en interférométrie spatiale [47]. Dans cette thèse, le déplieement de la phase

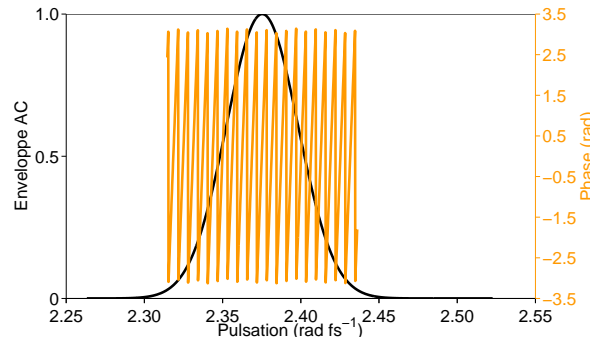


FIGURE 4.3 – Phase extraite du signal $S'(\omega)$ avant déplieement

est effectué à partir de la phase mesurée en ω_c , pulsation la plus proche de la pulsation centrale ω_0 de l'impulsion, de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 \varphi_{depliee}(\omega_c) &= \varphi_{repliee}(\omega_c) \\
 \varphi_{depliee}(\omega_c + d\omega) &= \varphi_{repliee}(\omega_c + d\omega) & \text{si } |\varphi_{repliee}(\omega_c + d\omega) - \varphi_{repliee}(\omega_c)| < l * \pi \\
 &= \varphi_{repliee}(\omega_c + d\omega) - 2\pi & \text{si } \varphi_{repliee}(\omega_c + d\omega) - \varphi_{repliee}(\omega_c) > l * \pi \\
 &= \varphi_{repliee}(\omega_c + d\omega) + 2\pi & \text{si } \varphi_{repliee}(\omega_c + d\omega) - \varphi_{repliee}(\omega_c) < -l * \pi
 \end{aligned}
 \tag{4.11}$$

où $l \in [1, 2[$ est choisi en fonction du type de phase à déplier. La phase spectrale est ainsi reconstruite pas à pas.

Détermination du retard τ

Pour la caractérisation de phases polynomiales d'ordre connu ≥ 2 , τ est déterminé par un ajustement polynomial de $\Phi(\omega)$ à l'ordre de la phase appliquée. Le terme linéaire $\omega\tau$ de $\Phi(\omega)$ est ensuite soustrait (Fig. 4.4).

La détermination du retard τ entre deux impulsions de différence de phase non-nulle pouvant être ajustée par un polynôme d'ordre inconnu ≥ 2 est plus complexe. Une première possibilité consiste à effectuer un ajustement polynômial de $\Phi(\omega)$ à l'ordre 1 en $\omega - \omega_0$, où ω_0 est une composante spectrale des deux impulsions de départ. La précision de la détermination de τ dépend alors de la forme de $\Phi(\omega)$. En effet, pour toute phase

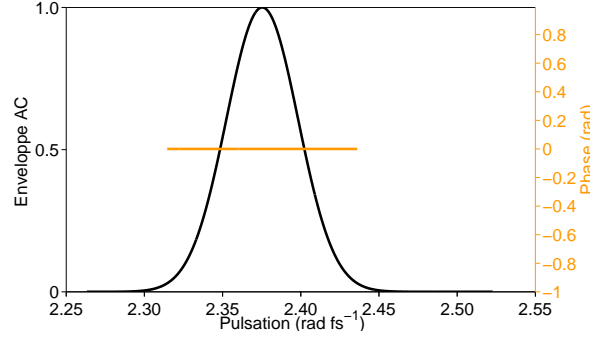


FIGURE 4.4 – *Soustraction du terme linéaire résiduel pour reconstruire la différence de phase spectrale entre les deux impulsions de départ (en orange)*

spectrale polynomiale d'ordre impair ≥ 3 , les termes de phases d'ordre impair introduisent une erreur non-négligeable sur le coefficient d'ordre 1 de l'ajustement polynômial. Cette précision peut être améliorée en "fittant" $\Phi(\omega)$ par un polynôme d'ordre plus élevé. La décomposition n'est cependant pas unique et se pose alors le choix de l'ordre du polynôme. Dans cette thèse, j'ai choisi d'utiliser des polynômes d'ordre inférieur ou égal à 4. Pour chaque ordre, l'erreur rms σ_{poly} (Eq.4.12) sur l'ajustement polynomial est calculée. L'ordre du polynôme choisi pour l'analyse est celui à partir duquel les variations de cette erreur rms restent faibles lorsque l'ordre augmente [48].

$$\sigma_{poly} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} W_i (\Phi_i - f_i)^2}{\sum_{i=0}^{N-1} (W_i)}} \quad (4.12)$$

où $(f_i)_i$ représente les points de l'ajustement polynomial, N le nombre de points de mesure et $(W_i)_i$ un poids.

Remarque : Le retard ainsi déterminé n'est pas un retard "pur" ($\omega\tau$) mais correspond au retard à la pulsation ω_0 (terme linéaire en $(\omega - \omega_0)\tau$).

La détermination précise du retard entre deux impulsions à partir de l'interférogramme est, par conséquent, plus complexe qu'il n'y paraît. Pour la caractérisation d'impulsions de temps de groupe non-nul, la meilleure solution consiste à introduire un retard calibré de manière indépendante par exemple en utilisant une lame biréfringente correctement orientée. C'est ce qui a été adopté pour la mesure SRSI (chapitre 8).

4.2.3 Reconstruction des amplitudes spectrales

L'amplitude spectrale de chaque impulsion peut être, en principe, facilement déterminée en mesurant séparément le spectre des deux impulsions⁴. Cette opération se révèle cependant souvent délicate et moins simple qu'il n'y paraît car les faisceaux réels ne

4. Le rapport signal à bruit de la mesure du spectre est, cependant, limité par la dynamique spectrale du détecteur.

sont pas strictement homogènes spatialement et les spectres peuvent présenter des fluctuations rapides. Par ailleurs, il est difficile de reproduire exactement les conditions de couplage et d'alignement dans le spectromètre, ce qui, couplé aux aberrations spatiales et/ou chromatiques des spectromètres, tend à biaiser la mesure. Pour s'affranchir de ces biais expérimentaux, il est nécessaire de mesurer simultanément la phase relative et les deux enveloppes spectrales, ce qui est possible lorsque l'une des conditions 4.13 ou 4.14 est vérifiée, c'est-à-dire lorsque le contraste des franges est strictement inférieur à 1. Les amplitudes des champs $\mathcal{E}(\omega)$ et $\mathcal{E}_0(\omega)$ peuvent alors être reconstruites indépendamment à partir de la composante à $t = 0$ (composante DC) et de celle à $t = \tau$ (composante AC).

$$\forall \omega, \quad |\mathcal{E}(\omega)| > |\mathcal{E}_0(\omega)| \quad (4.13)$$

$$\text{ou } \forall \omega, \quad |\mathcal{E}(\omega)| < |\mathcal{E}_0(\omega)| \quad (4.14)$$

En effet, en utilisant la même méthode de filtrage que pour la composante AC, on peut isoler la composante DC. Par transformée de Fourier inverse, on remonte alors à $S_0(\omega) = |\mathcal{E}(\omega)|^2 + |\mathcal{E}_0(\omega)|^2$. L'amplitude de $S'(\omega)$ nous donnant accès au produit $|\mathcal{E}(\omega)||\mathcal{E}_0(\omega)|$ des amplitudes spectrales, l'amplitude spectrale de chaque champ se déduit de la manière suivante [49] :

$$|\mathcal{E}_{min}(\omega)| = \frac{1}{2} \left(\sqrt{S_0(\omega) + 2|f(\omega)|} - \sqrt{S_0(\omega) - 2|f(\omega)|} \right) \quad (4.15)$$

$$|\mathcal{E}_{max}(\omega)| = \frac{1}{2} \left(\sqrt{S_0(\omega) + 2|f(\omega)|} + \sqrt{S_0(\omega) - 2|f(\omega)|} \right) \quad (4.16)$$

En connaissant le champ de plus petite amplitude spectrale, on obtient $|\mathcal{E}(\omega)|$ et $|\mathcal{E}_0(\omega)|$.

4.2.4 Choix du retard

Dans les spectromètres, le détecteur est constitué d'une matrice de pixels ce qui a pour effet de discrétiser le signal mesuré. Le signal d'interférométrie spectrale est donc échantillonné sur un peigne de N pulsations de pas $d\omega$ où $d\omega$ est fixé par le spectromètre (Fig. 4.5).

Le théorème de Shannon-Whittaker (usuellement utilisé pour l'analyse fréquentielle d'un signal temporel) stipule que, pour reconstruire toute l'information contenu dans un signal à support temporel fini $[-T', T']$, il est suffisant de choisir un échantillonnage de pas $d\omega = \frac{\pi}{T'}$ dans le domaine spectral [50]. T' correspond alors à ce qui est désigné usuellement par la "pulsation" de Nyquist. Pour un pas d'échantillonnage $d\omega' > \frac{\pi}{T'}$, le signal associé dans le domaine temporel par transformée de Fourier prend des valeurs non-nulles en dehors de la fenêtre $[-T', T']$ qui sont alors repliées dans cette même fenêtre. On parle dans ce cas de repliement du spectre (phénomène d'aliasing).

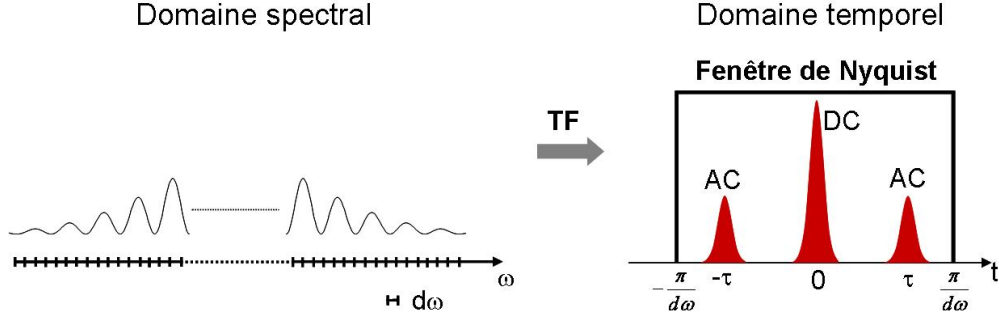


FIGURE 4.5 – *Fenêtre de Nyquist dans le domaine temporel liée à l'échantillonnage discret dans le domaine spectral*

L'échantillonnage $d\omega$ fixé par le spectromètre impose ici une fenêtre de Nyquist comprise entre $-\frac{\pi}{d\omega}$ et $\frac{\pi}{d\omega}$ (Fig. 4.5). Le retard τ entre les deux impulsions doit donc être choisi de façon à ce que le support du produit de corrélation croisée des deux champs $\mathcal{E}_0(t - \tau) \otimes \mathcal{E}(-t)$ soit contenu dans la fenêtre de Nyquist. Une seconde limite sur le choix de τ est imposé par la nécessité de séparer la composante AC de la composante DC.

Pour un spectromètre de résolution spectrale $d\lambda = 0.05$ nm, soit $d\omega = 0.15$ rad ps⁻¹ pour $\lambda = 800$ nm, la fenêtre de Nyquist est définie entre -21 et 21 ps. Ceci montre que le choix de valeurs de τ imposé par ces deux limites reste large. Il peut en revanche être restreint par la réponse non-idéale du spectromètre comme exposé dans la section 4.6.2.

4.2.5 Choix du filtre temporel

Le signal $S'(\omega)$ contenant l'information sur la différence de phase spectrale est reconstitué après transformée de Fourier inverse du signal $S(t)$ filtré pour ne conserver que la composante AC à $t = \tau$. La question se pose alors du choix du filtre temporel $h_f(t)$ (largeur et forme).

Largeur minimale du filtre

Le support temporel du produit de corrélation croisée doit être intégralement contenu dans le filtre temporel de façon à pouvoir reconstruire la différence de phase spectrale sans erreur.

Nous illustrons ici l'effet de la largeur δh_t du filtre sur la précision de la reconstruction d'une différence de phase spectrale cubique $\varphi_3 = +200100$ fs³ (Eq. 1.62). Le signal d'interférométrie spectrale a été simulé pour deux impulsions d'amplitude gaussienne identique ($\lambda_0 = 793$ nm, $\Delta\lambda = 20$ nm) décalées temporellement d'un retard de $\tau = 2$ ps. Le filtre $h_f(t)$ utilisé dans le domaine temporel pour reconstruire la différence de phase spectrale par FTSI est un filtre supergaussien d'ordre $n = 10$, centré sur la composante

AC ($t_0 = 2$ ps) et de largeur à mi-hauteur δh_t variable (Eq. 4.17).

$$h_f(t) = \exp \left[-\ln(2) * 2^{2n} \left(\frac{t - t_0}{\delta h_t} \right)^{2n} \right] \quad (4.17)$$

où n est l'ordre de la supergaussienne, t_0 son centre et δh_t sa largeur à mi-hauteur.

Le tableau 4.1 montre l'évolution du coefficient d'ordre 3 reconstruit $\varphi_{3_{rec}}$ en fonction de

δh_t filtre (ps)	$\varphi_{3_{rec}}$ (fs ³)	écart phase introduite (%)
0.5	160412	19.8
0.75	194621	2.7
1	200728	0.3
1.5	200076	0.01
2	200100	6E-5

TABLE 4.1 – Effet de la largeur du filtre temporel sur la reconstruction d'une différence de phase cubique de 200100 fs³ par interférométrie spectrale

la largeur à mi-hauteur δh_t du filtre temporel. Le choix de δh_t dépend alors de la précision recherchée.

Largeur maximale du filtre

Une première limite est donnée par la largeur du support temporel de la composante DC⁵. En effet, la présence d'une partie de la composante DC dans le signal filtré par FTSI introduit une erreur sur la phase spectrale reconstruite.

- *Résolution spectrale de la différence de phase*

Le spectromètre impose une résolution spectrale $d\omega$ du signal d'interférométrie, à l'origine d'un fenêtrage temporel de largeur $2T' = \frac{2\pi}{d\omega}$. Le filtre temporel sélectionne alors une fenêtre de largeur $2T_f$, avec $T_f < T'$. La résolution associée dans le domaine spectral est $d\omega' = \frac{\pi}{T_f} < d\omega$. Le filtrage dans le domaine de Fourier dégrade donc la résolution spectrale sur laquelle la différence de phase est reconstruite. De même la largeur sur laquelle l'intensité temporelle de chaque impulsion peut être déterminée est limitée par la largeur du filtre.

- *Présence de répliques sur le profil temporel*

Les impulsions utilisées, dans le chapitre 5, pour la caractérisation de l'AOPDF par interférométrie spectrale présentent, sur leur profil temporel, des répliques décalées temporellement de l'impulsion principale (Fig. 4.13). Ces répliques sont conservées sur les champs $\tilde{\mathcal{E}}(t)$ et $\tilde{\mathcal{E}}_0(t)$ en sortie d'interféromètre. L'information sur le signal $S'(\omega)$ recherché est

5. Il est cependant possible de soustraire la composante DC pour s'affranchir de cette limite. Il suffit pour cela de mesurer indépendamment les spectres des deux impulsions. On connaît alors $S_0(\omega)$ et donc la composante DC, $\tilde{S}_0(t)$, par transformée de Fourier.

alors uniquement contenue dans la composante AC résultant de l'interférence entre les deux parties principales de ces champs. Si l'une des répliques initiales est isolée avec cette composante AC, une erreur est introduite sur la reconstruction attendue de $S'(\omega)$ dont l'ordre de grandeur dépend de l'amplitude et du support temporel de cette réplique. La largeur du filtre temporel est donc choisie de façon à limiter la prise en compte de ces répliques lors du filtrage. L'effet de la présence de répliques sera étudié en détail dans la partie expérimentale de ce chapitre (section 4.7).

• *Bruit temporel de mesure*

Tout signal $S_m(\omega)$ contient un bruit de mesure $B(\omega)$ supposé ici non-corrélé pixel à pixel, blanc et additif :

$$S_m(\omega) = S(\omega) + B(\omega) \quad (4.18)$$

où $S(\omega)$ est le signal d'interférométrie spectrale en l'absence de bruit.

Dans le domaine temporel, le signal $\tilde{S}_m(t)$ s'écrit, par transformée de Fourier :

$$\tilde{S}_m(t) = \tilde{S}(t) + \tilde{B}(t) \quad (4.19)$$

où $\tilde{B}(t) = \mathcal{TF}[B(\omega)](t)$ est un bruit blanc additif non-corrélé.

Le bruit obtenu sur le champ $S'(\omega)$ reconstruit est corrélé du fait du filtrage dans le domaine temporel [51] et ne peut donc pas être séparé du signal utile. Une erreur dépendant, entre autre, de la largeur du filtre temporel est alors introduite sur $S'(\omega)$. Des ordres de grandeurs de l'erreur introduite sur la phase reconstruite du fait de la présence d'un bruit de mesure sont donnés dans ce chapitre section 4.6.3. En pratique, cette erreur est souvent négligeable par rapport aux autres sources d'erreur (erreur de calibration du spectromètre, présence de répliques,...). Néanmoins la présence de ce bruit limite la dynamique temporelle du signal mesuré (section 4.6.3).

Conclusion sur la largeur du filtre

La largeur du filtre influe sur la précision de reconstruction de $S'(\omega)$ et donc sur celle de la différence de phase spectrale $\Delta\varphi(\omega)$ reconstruite. Afin d'optimiser cette précision, la largeur du filtre doit être adaptée en fonction :

- du support de la composante AC,
- du support de la composante DC,
- de la résolution spectrale attendue sur la phase $\varphi(\omega)$,
- de la fenêtre temporelle sur laquelle on souhaite déterminer l'intensité temporelle de l'impulsion à caractériser,
- de la présence ou non de répliques initiales sur le profil temporel de l'impulsion à caractériser,
- éventuellement du bruit de mesure si ce dernier est très important.

Pour la caractérisation de l'AOPDF par interférométrie spectrale, la largeur du filtre sera adaptée pour chaque phase spectrale appliquée.

Forme du filtre temporel

Le signal reconstruit $S'(\omega)$ est en fait la convolution de la composante AC avec le filtre. Plus les fronts de montée et de descente du filtre sont raides, plus des oscillations parasites peuvent apparaître sur l'amplitude et la phase du signal reconstruit. Il est donc préférable d'utiliser une fonction super-gaussienne d'ordre faible ($n < 10$)⁶.

4.2.6 Echantillonnage des pulsations à pas non constant

Le principe de fonctionnement d'un spectromètre est rappelé en annexe D.1. Nous supposons ici son fonctionnement idéal ie que la fente d'entrée de celui-ci réalise un point source parfait qui est imagé sans aberration dans le plan du détecteur pour chaque composante spectrale de l'impulsion mesurée. Le détecteur est constitué d'une matrice de pixels qui a pour rôle de discrétiser le signal mesuré. Ainsi la mesure du signal d'interférométrie spectrale se traduit par la mesure d'une matrice $(i, S_i)_i$ d'ordre $(N, 2)$ où i est le numéro de pixel et N le nombre total de pixels (Fig. 4.6). A chaque pixel i est associé une position spatiale y_i par la relation :

$$y_i = idy \quad \forall i \in [0, N - 1] \quad (4.20)$$

où dy est la taille d'un pixel.

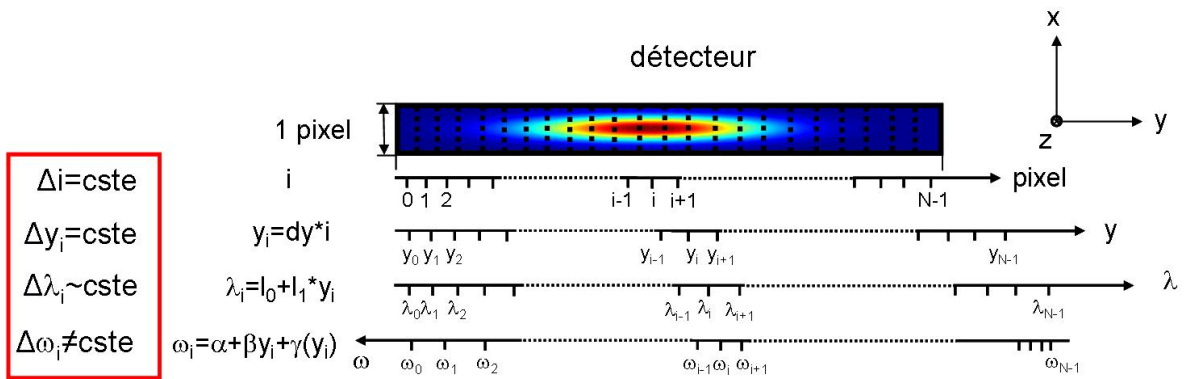


FIGURE 4.6 – *Discrétisation du signal mesuré au spectromètre*

Sur une petite bande spectrale (< 100 nm), la relation entre longueur d'onde et posi-

6. En pratique, dans cette thèse, l'ordre de la supergaussienne sera choisi supérieur ou égal à 10 du fait de la présence de répliques sur le profil temporel des impulsions en sortie de laser (Fig. 4.13).

tion spatiale peut être considérée comme linéaire⁷. On a :

$$\lambda_i = l_0 + l_1 y_i \quad \forall i \in [0, N - 1] \quad (4.21)$$

avec l_0 et $l_1 \in \mathbb{R}$.

En revanche, la relation entre pulsation et position spatiale n'est pas linéaire. Elle peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\omega_i = \alpha + \beta y_i + \gamma(y_i) \quad (4.22)$$

où $\gamma(y)$ est une fonction non-linéaire de y .

Le pas d'échantillonnage entre deux pulsations ω_i et ω_{i+1} n'est donc pas constant sur tout le domaine spectral (Fig. 4.6).

Conséquence sur le traitement par FTSI

Le traitement effectué pour reconstruire la différence de phase spectrale $\Delta\varphi(\omega)$ à partir de l'interférogramme (cf. section 4.2.1) repose sur deux transformées de Fourier discrètes (TFD) [52]. Leur calcul numérique se fait grâce à des transformées de Fourier rapides de façon à réduire le nombre d'opérations de N^2 à $N \log_2 N$ [48]. La TFD repose sur la connaissance d'une fonction $f(\omega)$ sur un peigne régulier ω_i et ne permet pas la détermination de $\tilde{f}(t)$ (transformée de Fourier de $f(\omega)$) si ce peigne ne l'est pas. Dans le cas présent, les pulsations ne sont pas déterminées sur un peigne régulier (Eq. 4.22) et le calcul de la transformée de Fourier rapide du signal d'interférométrie spectrale en fonction de la pulsation pose problème.

Du fait de l'aspect cannelé du signal, une interpolation précise sur un peigne régulier de pulsations n'est pas simple. Or, toute erreur introduite lors de l'interpolation se traduit par une erreur sur la reconstruction de la différence de phase spectrale $\Delta\varphi(\omega)$ [51][53]. Ainsi, l'erreur introduite sur une différence de phase initialement plate par une interpolation linéaire de l'interférogramme peut atteindre 0.09 radians ($\tau = 2$ ps, résolution du spectromètre : 0.05 nm à $\lambda_0 = 800$ nm, annexe D.2). Cette erreur est beaucoup trop importante pour permettre une mesure de phases polynomiales avec une précision de l'ordre de 10^{-3} à $5 \cdot 10^{-3}$ sur le coefficient de Taylor d'ordre le plus élevé, précision recherchée pour la caractérisation des phases polynomiales générées par un AOPDF.

Bien que l'erreur introduite lors de l'interpolation de l'interférogramme puisse être minimisée en réduisant artificiellement le pas d'échantillonnage⁸ (annexe D.2), j'ai choisi

7. Cette relation linéaire n'est plus vraie sur des bandes spectrales plus larges (> 100 nm). De manière générale, pour plus de précision sur la calibration en longueurs d'onde d'un spectromètre, elle est déterminée par une approximation polynomiale à l'ordre 3 (spectromètres commerciaux Avantes).

8. Cette méthode dite de "zéro-padding" consiste à réaliser une transformée de Fourier du signal, ajouter des zéros dans le domaine de Fourier associé puis appliquer une transformée de Fourier inverse

d'utiliser une autre méthode proposée par C. Dorrer [51][53]. Cette méthode consiste à réaliser le traitement par FTSI en utilisant comme variable la position spatiale y dans le plan du détecteur.

Le signal d'interférométrie spectrale devient :

$$S(\omega(y)) = |\mathcal{E}_0(\omega(y))|^2 + |\mathcal{E}(\omega(y))|^2 + 2|\mathcal{E}_0(\omega(y))||\mathcal{E}(\omega(y))| \cos [\varphi_0(\omega(y)) - \varphi(\omega(y)) + \omega(y)\tau] \quad (4.23)$$

où ω est reliée à y par la relation 4.22.

Il se caractérise également par un aspect cannelé dont la transformée de Fourier par rapport à y présente trois pics. La composante DC est obtenue en $k_y = 0$, les composantes AC en $k_y = \beta\tau$ et $k_y = -\beta\tau$, k_y étant la variable associée à y par transformée de Fourier. Un filtre supergaussien $h_f(k_y)$ isole la composante en $k_y = \beta\tau$ (Eq. 4.24).

$$h_f(k_y) = \exp \left[-\ln(2) * 2^{2n} \left(\frac{k_y - k_{y0}}{\delta h_{k_y}} \right)^{2n} \right] \quad (4.24)$$

où n est l'ordre du filtre, k_{y0} son centre et δh_{k_y} sa largeur à mi-hauteur.

Par transformée de Fourier inverse, le signal $S'(\omega(y))$ est obtenu (Eq.4.25).

$$S'(\omega(y)) = |\mathcal{E}(\omega(y))||\mathcal{E}_0(\omega(y))| \exp[i(\varphi_0(\omega(y)) - \varphi(\omega(y)) + \omega(y)\tau)] \quad (4.25)$$

La relation entre position spatiale et pulsation est bijective. Par changement de variable entre position spatiale et pulsation, le signal $S'(\omega)$ (Eq.4.8) est donc reconstruit. La différence de phase spectrale $\Delta\varphi(\omega)$ entre les deux impulsions initiales peut ainsi être extraite.

Remarque : Le signal $S'(\omega)$ peut alors être interpolé sur un peigne de pulsations échantillonnées et par transformée de Fourier, le signal $S(t)$ est déterminé. Les variations du filtre $h_f(k_y)$ (Eq. 4.24) en fonction du temps peuvent aussi être obtenues par transformée de Fourier. Suivant l'ordre de la supergaussienne, le filtre temporel reconstruit contient des oscillations parasites liées au phénomène de Gibbs [48].

Une généralisation du calcul d'une transformée de Fourier discrète sur un peigne irrégulier est donnée dans la référence [54].

4.3 Extension à deux dimensions x, ω

Un des objectifs de cette thèse est de caractériser la précision de génération de phases polynomiales avec un AOPDF non seulement en une position $x = x_0$ donnée mais également sur la totalité du support spatial de l'impulsion optique incidente. Pour cela, il est nécessaire d'étendre la technique d'interférométrie spectrale précédemment présentée sur

pour revenir dans le domaine initial.

deux dimensions x et ω . Ceci est possible avec l'utilisation d'un spectromètre imageur. Le signal d'interférométrie spectrale est alors enregistré suivant x et ω (Fig. 4.7) et prend la forme suivante :

$$S(x, \omega) = |\mathcal{E}_0(x, \omega)|^2 + |\mathcal{E}(x, \omega)|^2 + 2|\mathcal{E}_0(x, \omega)||\mathcal{E}(x, \omega)| \cos[\varphi_0(x, \omega) - \varphi(x, \omega) + \omega\tau] \quad (4.26)$$

où $|\mathcal{E}_0(x, \omega)|$ et $\varphi_0(x, \omega)$ sont respectivement l'amplitude et la phase spectrale de l'impulsion de référence, $|\mathcal{E}(x, \omega)|$ et $\varphi(x, \omega)$ l'amplitude et la phase de l'impulsion à caractériser et τ le retard entre ces deux impulsions.

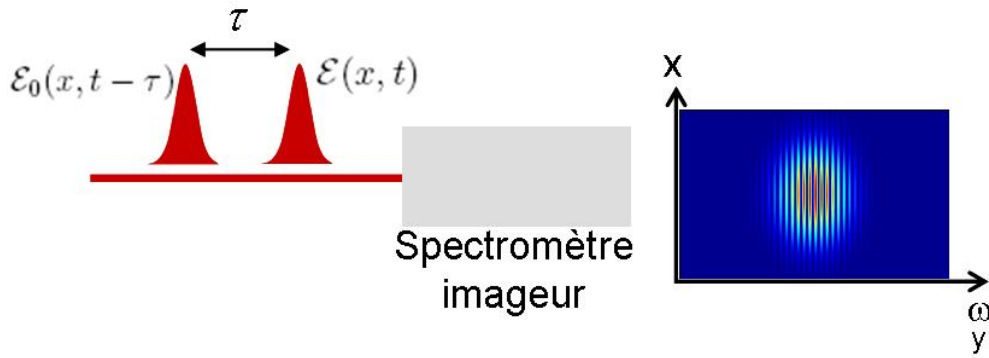


FIGURE 4.7 – *Extension de l'interférométrie spectrale "classique" sur deux dimensions*

$S(x, \omega)$ présente des cannelures suivant ω quelle que soit la position x considérée sur le détecteur tant que x est contenu dans le support spatial commun aux deux impulsions (Fig. 4.7). Il est constitué de deux parties :

- un terme non-interférométrique ($|\mathcal{E}_0(x, \omega)|^2 + |\mathcal{E}(x, \omega)|^2$) qui ne contient aucune information sur la différence de phase spectrale entre les deux impulsions,
- un terme interférométrique ($2|\mathcal{E}_0(x, \omega)||\mathcal{E}(x, \omega)| \cos[\varphi_0(x, \omega) - \varphi(x, \omega) + \omega\tau]$), à l'origine des modulations observées sur le spectre. Ce terme contient toute l'information sur la différence de phase spectrale entre les deux impulsions.

4.3.1 Traitement numérique par FTSI

Le traitement numérique par FTSI présenté dans la section 4.2 est transposé sur deux dimensions pour reconstruire la différence de phase spectrale $\varphi_0(x, \omega) - \varphi(x, \omega)$ et sous certaines conditions, les amplitudes spectrales des deux impulsions initiales $\mathcal{E}_0(x, \omega)$ et $\mathcal{E}(x, \omega)$.

Interférométrie spectrale par transformée de Fourier en deux dimensions

On pose : $f(x, \omega) = \mathcal{E}^*(x, \omega)\mathcal{E}_0(x, \omega)$ et $S_0(x, \omega) = |\mathcal{E}_0(x, \omega)|^2 + |\mathcal{E}(x, \omega)|^2$. Le signal $S(x, \omega)$ devient :

$$S(x, \omega) = S_0(x, \omega) + f(x, \omega) \exp(i\omega\tau) + f^*(x, \omega) \exp(-i\omega\tau) \quad (4.27)$$

Dans l'espace de Fourier associé à x et ω , le signal se réécrit :

$$\tilde{S}(k_x, t) = \tilde{S}_0(k_x, t) + \tilde{f}(k_x, t - \tau) + \tilde{f}^*(k_x, -t - \tau) \quad (4.28)$$

où $\tilde{S}_0(k_x, t)$ et $\tilde{f}(k_x, t - \tau)$ sont respectivement les transformées de Fourier 2D de $S_0(x, \omega)$ et $f(x, \omega)$.

Le signal $\tilde{S}(k_x, t)$ est constitué de trois composantes : une composante DC centrée en $t = 0$ correspondant à $\tilde{S}_0(k_x, t)$ et deux composantes AC centrées en $t = \tau$ et $t = -\tau$ correspondant respectivement à $\tilde{f}(k_x, t - \tau)$ et $\tilde{f}^*(k_x, -t - \tau)$.

Les trois étapes du traitement numérique effectué à partir de l'interférogramme de départ sont :

- la transformée de Fourier 2D du spectre cannelé,
- le filtrage dans le domaine de Fourier de la composante centrée en $t = \tau$ (rectangle jaune sur la figure 4.8 b),
- la transformée de Fourier 2D inverse pour revenir dans le domaine spectral et remonter à la différence de phase.

Ces étapes sont illustrées figure 4.8 dans le cas de deux impulsions initiales de même spectre gaussien suivant x ($x_0 \sim 3.46$ mm, $\Delta x \sim 2.97$ mm) et ω ($\lambda_0 = 800$ nm, $\Delta\lambda = 20$ nm) et de différence de phase nulle décalées temporellement l'une par rapport à l'autre de $\tau = 1$ ps. Le filtre utilisé h_{f2D} est une supergaussienne d'ordre n , centré en $(t = t_0, k_x = k_{x_0})$ et de largeurs à mi-hauteur $\delta h_{f2D}^{k_x}$ suivant k_x et δh_{f2D}^t suivant t :

$$h_{f2D}(k_x, t) = \exp \left[-\ln(2) 2^{2n} \left(\left(\frac{t - t_0}{\delta h_{f2D}^t} \right)^{2n} + \left(\frac{k_x - k_{x_0}}{\delta h_{f2D}^{k_x}} \right)^{2n} \right) \right] \quad (4.29)$$

avec $k_{x_0} = 0$ mm⁻¹.

Le signal $S'(x, \omega)$ obtenu après filtrage et transformée de Fourier inverse est alors :

$$S'(x, \omega) = \mathcal{E}^*(x, \omega)\mathcal{E}_0(x, \omega) \exp(i\omega\tau) = |\mathcal{E}_0(x, \omega)| |\mathcal{E}(x, \omega)| \exp[i(\varphi_0(x, \omega) - \varphi(x, \omega) + \omega\tau)] \quad (4.30)$$

Prise en compte de l'échantillonnage des pulsations à pas non-constant

Du fait de la pixellisation du détecteur, la mesure du signal d'interférométrie spectrale se ramène à une mesure des (ω_j, x_i, S_{ij}) pour $j \in [0, N_\omega - 1]$ et $i \in [0, N_x - 1]$. Le pas

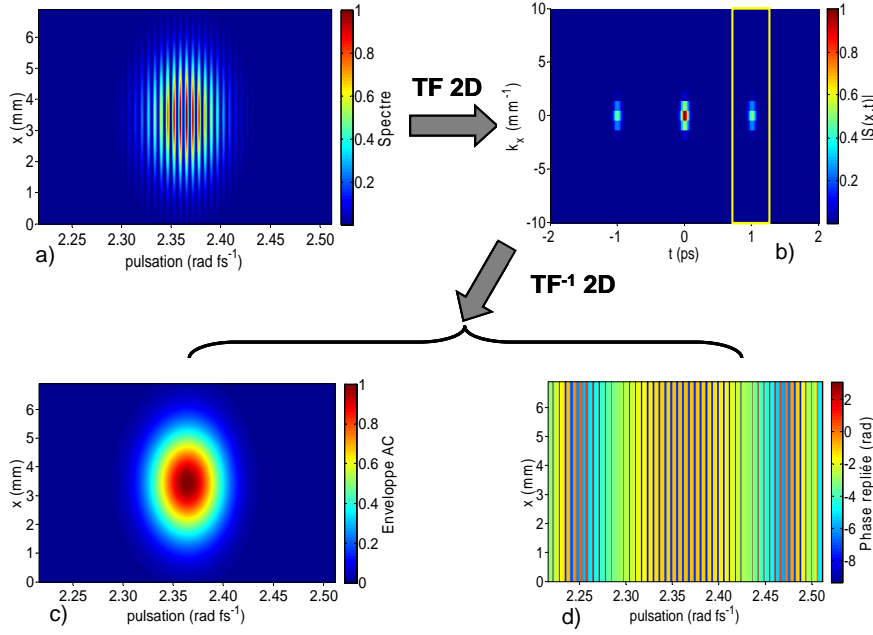


FIGURE 4.8 – *Etapes du traitement numérique d'un interférogamme 2D. a) Interférogamme de départ, b) Filtrage de la composante AC dans le domaine de Fourier. Rectangle jaune : largeurs à mi-hauteur δh_{f2D}^t et $\delta h_{f2D}^{k_x}$ du filtre supergaussien utilisé. c) Enveloppe AC reconstruite ($|S'(x, \omega)|$). d) Phase spectrale $\Phi(x, \omega)$ repliée reconstruite*

d'échantillonnage suivant x est constant, celui entre deux pulsations ne l'est pas. Le fait que le signal ne soit pas mesuré sur un peigne régulier de pulsations pose problème pour le traitement numérique de l'interférogamme (section 4.2.6). Nous transposons ici la solution développée dans la section 4.2.6. Ainsi, le traitement par FTSDI des interférogammes 2D sera effectué par rapport aux variables spatiales x et y (Fig. 4.7). Le filtre h_{f2D} (Eq. 4.29) s'écrit sous la forme d'une supergaussienne d'ordre n , centré en ($k_y = k_{y0}, k_x = k_{x0}$ et de largeurs à mi-hauteur $\delta h_{f2D}^{k_x}$ suivant k_x et $\delta h_{f2D}^{k_y}$ suivant k_y :

$$h_{f2D}(k_x, k_y) = \exp \left[-\ln(2) 2^{2n} \left(\left(\frac{k_y - k_{y0}}{\delta h_{f2D}^{k_y}} \right)^{2n} + \left(\frac{k_x - k_{x0}}{\delta h_{f2D}^{k_x}} \right)^{2n} \right) \right] \quad (4.31)$$

où $k_{x0} = 0 \text{ mm}^{-1}$.

Une fois ce traitement effectué, $S'(x, \omega)$ (Eq. 4.30) est obtenu par changement de variable entre y et ω .

L'interférométrie 2D est utilisée, dans cette thèse, pour caractériser un ensemble de phases polynomiales appliquées avec un AOPDF. Pour ces expériences, $\delta h_{f2D}^{k_x}$ restera fixé à 234 mm^{-1} quelque soit la valeur de la phase appliquée, contrairement à $\delta h_{f2D}^{k_y}$ qui sera adapté pour chaque valeur suivant les critères énoncés section 4.2.5 afin de garantir une bonne précision de reconstruction de la phase appliquée.

4.3.2 Reconstruction de la différence de phase $\Delta\varphi(x, \omega)$

Notons $\Phi(x, \omega)$ l'argument de $S'(x, \omega)$:

$$\Phi(x, \omega) = \varphi_0(x, \omega) - \varphi(x, \omega) + \omega\tau \quad (4.32)$$

Comme expliqué dans le cas à une dimension (section 4.2.2), il est nécessaire, une fois la phase $\Phi(x, \omega)$ extraite, de la déplier et pour certaines expériences, de déterminer de manière précise le retard τ . La différence de phase $\Delta\varphi(x, \omega)$ est ensuite obtenue par soustraction de ce dernier.

$$\Delta\varphi(x, \omega) = \varphi_0(x, \omega) - \varphi(x, \omega) \quad (4.33)$$

Le détail des procédures de dépliement et de détermination de τ transposées en deux dimensions est présenté ci-après.

Dépliement de la phase

La figure 4.8d montre la phase $\Phi(x, \omega)$ repliée entre $-\pi$ et π . Le dépliement de cette phase peut se faire, indépendamment suivant chaque ligne $x = x_i$ ($i \in [0, 511]$), à partir de la phase mesurée en ω_c (pulsation la plus proche de la pulsation centrale de l'impulsion) selon la méthode exposée dans la section 4.2.2. Pour conserver la relation de phase suivant x , il suffit alors de déplier suivant x , les valeurs de phase $\Phi(x, \omega_c)$ obtenues en $\omega = \omega_c$ à partir du barycentre x_0 de l'impulsion (section 4.2.2) :

$$\begin{aligned} \phi_{depliee}(x_0, \omega_c) &= \varphi_{repliee}(x_0, \omega_c) \\ \varphi_{depliee}(x_0 + dx, \omega_c) &= \varphi_{repliee}(x_0 + dx, \omega_c) \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned} &\text{si } |\varphi_{repliee}(x_0 + dx, \omega_c) - \varphi_{repliee}(x_0, \omega_c)| < l * \pi \\ &= \varphi_{repliee}(x_0 + dx, \omega_c) - 2\pi \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned} &\text{si } \varphi_{repliee}(x_0 + dx, \omega_c) - \varphi_{repliee}(x_0, \omega_c) > l * \pi \\ &= \varphi_{repliee}(x_0 + dx, \omega_c) + 2\pi \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} &\text{si } \varphi_{repliee}(x_0, \omega_c) - \varphi_{repliee}(x_0, \omega_c) < -l * \pi \\ & \end{aligned} \quad (4.37)$$

où $l \in [1, 2[$ est choisi en fonction du type de phase à déplier et dx correspond à la taille d'un pixel suivant la direction x .

Remarque : Des algorithmes plus complexes de dépliement de la phase sont proposés dans le domaine du traitement des images pour limiter l'introduction d'erreurs (liée à la présence de bruit, aux zones de faible contraste,...) [46]. Pour le type de phases que nous étudions et les conditions expérimentales choisies, il n'est pas nécessaire d'avoir recours à ces méthodes.

La phase $\Phi(x, \omega)$ reconstruite après dépliement est représentée figure 4.9⁹.

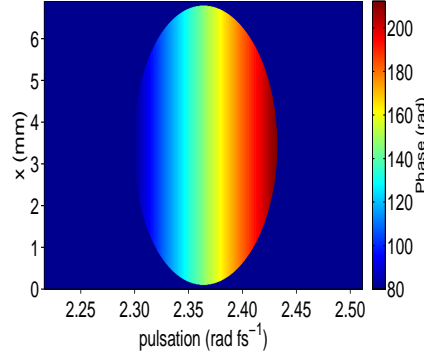


FIGURE 4.9 – Phase extraite après dépliement de la phase de la figure 4.8 d

Détermination du retard τ

Le retard τ est déterminé de la même façon qu'en une dimension (section 4.2.2). L'ajustement polynomial à l'ordre n (≤ 4) se fait en $\omega - \omega_0$ et $x - x_0$ sous la forme :

$$\begin{aligned}
 f(x, \omega) = & f_0 + f_{1x}(x - x_0) + f_{1\omega}(\omega - \omega_0) & (\text{ordre } 0 + 1) \\
 & + \frac{f_{2x}}{2}(x - x_0)^2 + \frac{f_{2\omega}}{2}(\omega - \omega_0)^2 + f_{x\omega}(x - x_0)(\omega - \omega_0) & (\text{ordre } 2) \\
 & + \frac{f_{3x}}{6}(x - x_0)^3 + \frac{f_{2x\omega}}{2}(x - x_0)^2(\omega - \omega_0) + \frac{f_{x2\omega}}{2}(x - x_0)(\omega - \omega_0)^2 \\
 & \quad + \frac{f_{3\omega}}{6}(\omega - \omega_0)^3 & (\text{ordre } 3) \\
 & + \frac{f_{4x}}{24}(x - x_0)^4 + \frac{f_{3\omega}}{6}(x - x_0)^3(\omega - \omega_0) + \frac{f_{2x2\omega}}{4}(x - x_0)^2(\omega - \omega_0)^2 \\
 & \quad + \frac{f_{x3\omega}}{6}(x - x_0)(\omega - \omega_0)^3 + \frac{f_{4\omega}}{24}(\omega - \omega_0)^4 & (\text{ordre } 4)
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

L'écart rms σ_{poly2D} sur cet ajustement polynomial est défini par :

$$\sigma_{poly2D} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N_\omega-1} \sum_{j=0}^{N_x-1} W_{ij} (\Phi_{ij} - f_{ij})^2}{\sum_{i=0}^{N_\omega-1} \sum_{j=0}^{N_x-1} W_{ij}}} \tag{4.39}$$

où $(f_{ij})_{(i,j)}$ représente les points de l'ajustement polynomial, N_ω le nombre de points de mesures suivant ω , N_x le nombre de points de mesures suivant x et $(W_{ij})_{(i,j)}$ le poids.

Remarque : Le retard ainsi déterminé n'est pas un retard pur mais le retard en ω_0 et x_0 .

Dans les conditions de la figure 4.8, la différence de phase $\Delta\varphi(x, \omega)$ reconstruite après soustraction du terme linéaire $\omega\tau$ est donnée figure 4.10.

9. Les valeurs obtenues pour une enveloppe AC ($|S'(x, \omega)|$) inférieure à 3% de son maximum sont masquées.

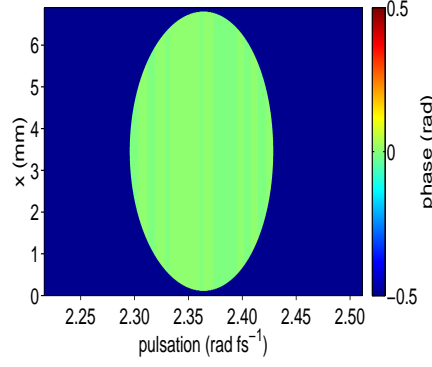


FIGURE 4.10 – *Différence de phase spectrale reconstruite après soustraction du retard*

4.3.3 Reconstruction des amplitudes spectrales

De façon analogue à la reconstruction des amplitudes spectrales à partir de l'interférogramme à une dimension, il est possible d'extraire $|\mathcal{E}_0(x, \omega)|$ et $|\mathcal{E}(x, \omega)|$ du signal $S(x, \omega)$, si elles vérifient l'une des conditions suivantes :

$$\forall x, \omega, \quad |\mathcal{E}(x, \omega)| > |\mathcal{E}_0(x, \omega)| \quad (4.40)$$

$$\text{ou } \forall x, \omega, \quad |\mathcal{E}(x, \omega)| < |\mathcal{E}_0(x, \omega)| \quad (4.41)$$

En sachant lequel de ces deux champs a la plus petite amplitude spectrale, on peut ainsi déterminer $|\mathcal{E}_0(x, \omega)|$ et $|\mathcal{E}(x, \omega)|$ à partir des relations suivantes :

$$|\mathcal{E}_{min}(x, \omega)| = \frac{1}{2} \left(\sqrt{S_0(x, \omega) + 2|f(x, \omega)|} - \sqrt{S_0(x, \omega) - 2|f(x, \omega)|} \right) \quad (4.42)$$

$$|\mathcal{E}_{max}(x, \omega)| = \frac{1}{2} \left(\sqrt{S_0(x, \omega) + 2|f(x, \omega)|} + \sqrt{S_0(x, \omega) - 2|f(x, \omega)|} \right) \quad (4.43)$$

4.4 Montage expérimental d'interférométrie spectrale

Au cours de ma thèse, j'ai réalisé et installé le montage d'interférométrie spectrale schématisé figure 4.11 en sortie de la ligne d'expérience n° 1 de la chaîne laser LUCA (Tableau 2.2). Ce montage a servi à la caractérisation 1D et 2D du façonnage en phase réalisé par un AOPDF, dont les résultats sont présentés au chapitre 5.

En entrée du dispositif expérimental, les impulsions ont une énergie de l'ordre de $20 \mu\text{J}$, une cadence de 20Hz et un spectre centré sur 800 nm, de largeur $\Delta\lambda \sim 20 \text{ nm}$. Le dispositif est constitué de trois parties :

1. un filtre spatial dont l'utilité et le dimensionnement sont discutés dans le chapitre 5 (section 5.1.2) et dans l'annexe E.3,
2. un interféromètre de Mach-Zehnder,
3. un spectromètre imageur.

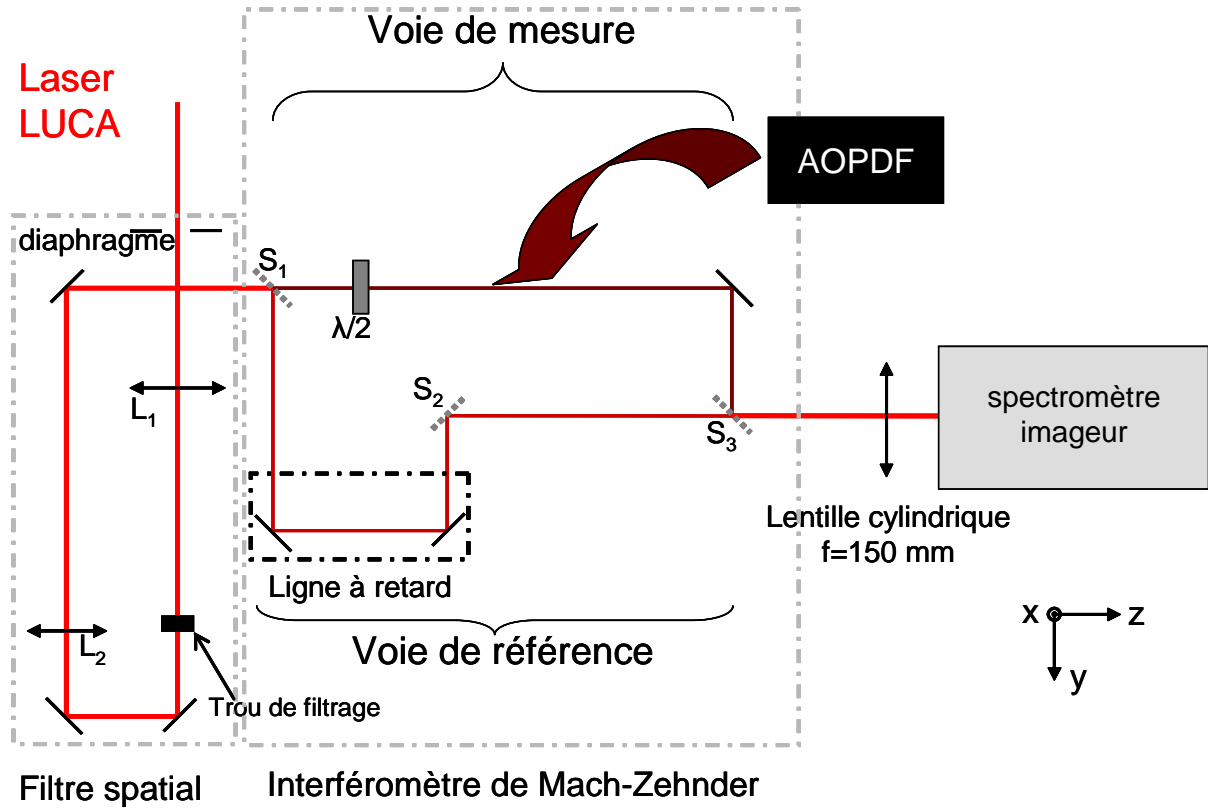


FIGURE 4.11 – Schéma du montage d'interférométrie spectrale

4.4.1 L'interféromètre de Mach-Zehnder

En sortie de filtre spatial, le faisceau a un profil spatial gaussien de largeur à $1/e^2$ égale à 3 mm. L'interféromètre est constitué de deux voies : une voie de référence et une voie de mesure. La voie de référence comporte une ligne à retard permettant de faire varier le retard entre les impulsions se propageant sur chaque voie. Une lame demi-onde d'ordre 0 à 800 nm en quartz est insérée sur la voie de mesure pour pouvoir ultérieurement adapter la polarisation en entrée de l'AOPDF (section 3.2.4). Les séparatrices S_1 et S_3 respectivement séparatrice d'entrée et de sortie de l'interféromètre sont en BK7, de coefficient de réflexion 50% (face avant). Leurs faces arrières sont légèrement inclinées d'un angle inférieur à 5 minutes d'arc et possèdent un traitement anti-reflet pour éviter les réflexions parasites. Leurs faces avant sont orientées de façon à équilibrer la dispersion qu'elles introduisent sur chaque voie.

4.4.2 Le spectromètre imageur

Le faisceau en sortie de Mach-Zehnder est focalisé suivant y sur la fente (alignée suivant x) d'un spectromètre imageur à l'aide d'une lentille cylindrique de focale $f = 150$ mm (Fig. 4.11). Il s'agit d'un spectromètre à réseau (600 traits/mm) en configuration Czerny-Turner (Fig. D.1, annexe D). Le détecteur est constitué d'une matrice CCD de 2048 x 512 pixels (2048 suivant ω (y), 512 suivant la direction perpendiculaire x) de taille élémentaire

13.5 x 13.5 μm . Un refroidissement par azote liquide du détecteur permet d'atteindre une dynamique spectrale de 33 dB (rapport signal à bruit maximal). La résolution spectrale du spectromètre est de 0.04 nm.

4.4.3 Contraste des impulsions

Les spectres des impulsions se propageant sur chaque voie sont donnés ci-dessous. Ces spectres sont identiques et présentent chacun plusieurs séries de franges de périodes différentes. Ces franges montrent la présence de répliques décalées temporellement de l'impulsion principale. Elles peuvent être mises en évidence en traçant la transformée de Fourier du spectre de la voie de référence (Fig. 4.13)¹⁰.

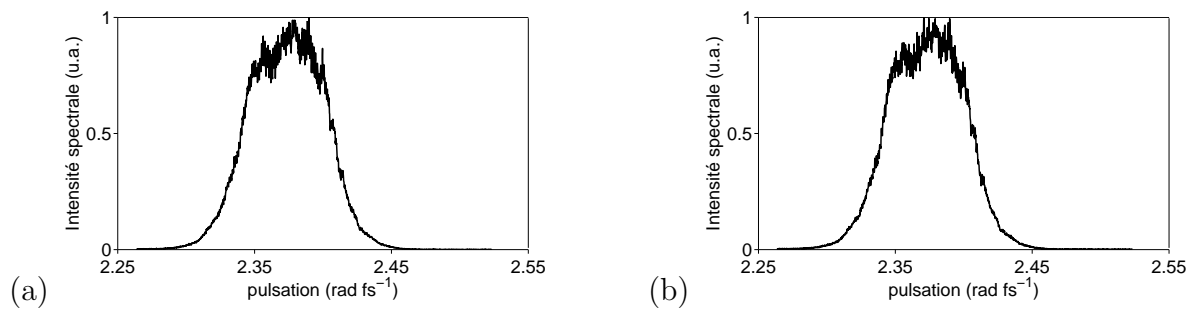


FIGURE 4.12 – *Spectre typique des impulsions mesuré en sortie (a) de la voie de référence, (b) de celle de mesure*

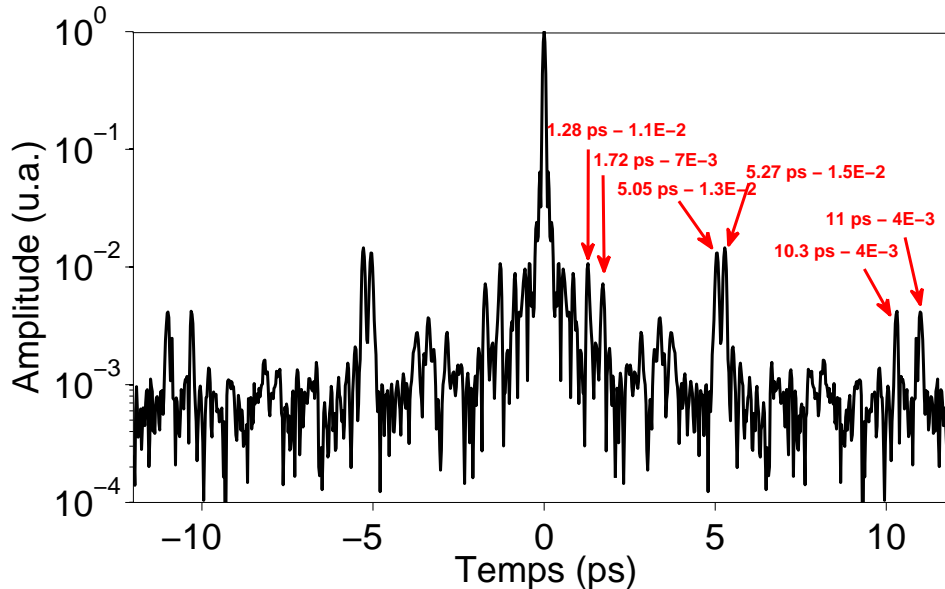


FIGURE 4.13 – *Module de la transformée de Fourier du spectre de la voie de référence*

Chaque réplique d'amplitude a , décalée temporellement d'un retard τ , est à l'origine

10. Pour obtenir cette transformée de Fourier, le spectre a été interpolé, au préalable, sur un peigne régulier de pulsations.

de modulations sur le spectre de fréquence τ avec un facteur de visibilité¹¹ $2a$ (pour un signal normalisé à 1 et une phase plate). Le tableau 4.2 répertorie le facteur de visibilité associé à chaque réplique annotée figure 4.13 (τ , a).

retard τ (ps)	amplitude a	contraste (%)
1.28	0.011	2.2
1.72	0.007	1.4
5.05	0.013	2.6
5.27	0.015	3.0
10.3	0.004	0.8
11	0.004	0.8

TABLE 4.2 – Facteur de visibilité associé à chaque réplique repérée sur la figure 4.13

Il a été vérifié expérimentalement que ces répliques étaient générées en amont du montage d'interférométrie spectrale. L'origine de celles à 5 et 10 ps peut être attribuée à la configuration de la cellule de Pockels dans la cavité de l'amplificateur régénératif (annexe E.1).

4.4.4 Objectifs des expériences de caractérisation de l'interféromètre

Dans ce chapitre, je présente l'étude du montage d'interférométrie spectrale en l'absence d'AOPDF. Cette étude a deux objectifs :

- déterminer la différence de phase spectrale en sortie d'interféromètre en l'absence d'AOPDF (section 4.5),
- estimer, dans les conditions expérimentales, la précision de mesure de cette phase (sections 4.6 et 4.7).

Pour simplifier, cette caractérisation est réalisée sur une ligne de la CCD $x = x_0 \sim 3.9$ mm.

Pour estimer la précision de mesure, il est nécessaire de déterminer les sources prépondérantes de perturbation de la mesure. On peut identifier principalement :

- les fluctuations tir à tir de la différence de phase,
- le spectromètre,
- le contraste fini des impulsions utilisées.

11. Le spectre mesuré correspond donc à l'interférence entre chaque réplique de champ \mathcal{E}_r (r , numéro de la réplique) et l'impulsion principale de champ \mathcal{E}_0 . On définit alors le facteur de visibilité à la pulsation centrale de l'impulsion ω_0 pour une différence de phase plate entre les deux impulsions considérées :

$$V = \frac{2|\mathcal{E}_r(\omega_0)||\mathcal{E}_0(\omega_0)|}{|\mathcal{E}_r(\omega_0)|^2 + |\mathcal{E}_0(\omega_0)|^2}$$

En prenant la moyenne de la phase reconstruite sur un nombre M d'interférogrammes, l'effet des fluctuations tir à tir sur la précision de la mesure peut être minimisé. Pour ces expériences, j'ai donc choisi d'enregistrer 21 interférogrammes successifs. Une caractérisation des fluctuations obtenues en l'absence d'AOPDF est présentée dans l'annexe E.8 et une étude succincte de leur origine dans l'annexe E.9. Dans la suite, je suppose que le nombre d'échantillons utilisé est suffisant pour négliger l'influence des fluctuations dans la détermination de la précision de mesure de la phase.

C. Dorrer a montré, dans sa thèse [51], que la précision de toute mesure d'interférométrie spectrale est dégradée par le fonctionnement non-idéal du spectromètre. En particulier, la calibration en longueur d'onde de précision finie, la réponse non-idéale et la présence d'un bruit de mesure intrinsèque au détecteur sont des sources d'altération de la mesure. Après une présentation rapide de ces trois sources, l'influence de celles-ci sur la phase reconstruite est analysée, en détail, dans le cas du spectromètre du montage 4.11 (section 4.6). Je propose, de plus, une interprétation originale du bruit de mesure en terme de dynamique temporelle qui permet de savoir facilement si c'est le contraste des impulsions ou le bruit de mesure qui limite la précision de reconstruction de la phase.

Enfin, le contraste fini des impulsions (piédestal + répliques) peut également avoir une influence. Cet aspect a été, à ma connaissance, peu abordé dans la littérature. Compte-tenu des répliques présentes sur le profil temporel des impulsions en sortie de chaîne LUCA (Fig. 4.13), une étude détaillée de l'effet de ce contraste temporel sur la précision de mesure de la phase est indispensable. On peut, en effet, s'attendre, à ce que cette précision soit limitée par la présence de ces répliques.

Ces analyses permettent d'identifier la source prépondérante de perturbation de la mesure, ce qui est primordial pour l'interprétation des résultats expérimentaux obtenus en présence de l'AOPDF (chapitre 5). En effet, on peut alors en déduire une procédure d'estimation de la précision de mesure de toute différence de phase en sortie d'interféromètre et donc conclure sur la précision de génération de phases polynomiales avec un AOPDF.

4.5 Dispersion différentielle de l'interféromètre

La dispersion différentielle de l'interféromètre est déterminée en mesurant la différence de phase $\varphi_{interfero}$ entre les impulsions se propageant sur chaque voie en absence d'AOPDF. Cette phase est utilisée à la fois dans la suite du chapitre pour déterminer la précision de cette mesure et dans le chapitre 5 pour caractériser la dispersion optique de l'AOPDF (section 3.3.2). Le retard τ entre les deux voies choisi ici est d'environ 2.2 ps, proche de celui utilisé pour la caractérisation de l'AOPDF (chapitre 5).

4.5.1 Méthodologie

21 mesures monocoup du signal d'interférométrie spectrale ont été réalisées. Le traitement numérique exposé dans la section 4.2 a été effectué sur chacun des 21 interférogrammes pour reconstruire la phase $\Phi(\omega)$. Après dépliement (section 4.2.2), la phase moyenne $\Phi_{moy}(\omega)$ est calculée. Le retard est alors estimé puis retiré par un ajustement polynomial à l'ordre 2 en $\omega - \omega_0$ ($\omega_0 \sim 2.37 \text{ rad fs}^{-1}$, soit $\lambda_0 = 793 \text{ nm}$) pondéré par l'enveloppe AC moyenne (moyenne de $|S'(\omega)|$) (section 4.2.2). Cet ajustement est effectué sur la phase $\Phi_{moy}(\omega)$ coupée à 3% du maximum de cette enveloppe. La pondération appliquée se justifie par la présence d'oscillations sur cette phase. L'erreur rms σ_{poly} sur l'ajustement est déterminée pour estimer sa pertinence (Eq. 4.12). On récupère ainsi la moyenne de la différence de phase $\varphi_{interfero}(\omega)$ en sortie d'interféromètre en absence d'AOPDF.

4.5.2 Phase moyenne reconstruite sur 21 mesures

La phase spectrale moyenne $\varphi_{interfero}$ est présentée figure 4.14 après soustraction d'un retard $\tau \sim 2187.5 \text{ fs}$. Cette figure montre que les deux voies de l'interféromètre ne sont pas

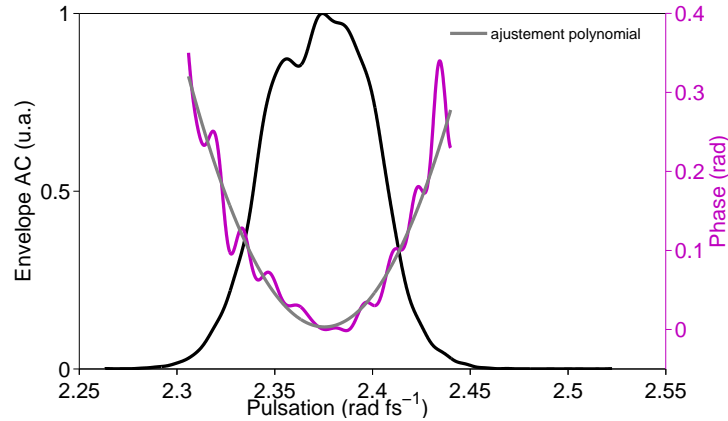


FIGURE 4.14 – Phase moyenne sur 21 tirs ($\varphi_{interfero}$) mesurée pour un délai de 2187.5 fs après soustraction de ce dernier (violet). En gris, ajustement polynomial à l'ordre 2 pondéré par l'enveloppe AC moyenne (noir)

équilibrées. Compte-tenu de l'erreur faible ($\sigma_{poly} \sim 14 \text{ mrad}$) sur l'ajustement polynomial, la phase résiduelle peut être considérée comme une phase quadratique de coefficient de Taylor égal à celui de l'ajustement polynomial : $\varphi_{2interfero} \sim 131.5 \text{ fs}^2$. L'origine de celle-ci est étudiée dans la section suivante.

On peut également noter la présence d'oscillations d'amplitude maximale étonnamment élevée (0.11 rad) dont l'origine sera expliquée plus loin dans ce chapitre (section 4.7). Il est, en effet, important de déterminer si ces oscillations sont physiquement présentes sur la différence de phase mesurée ou bien si elles sont ajoutées lors de la mesure. Dans le second cas, ces oscillations constituent une limitation de la précision de mesure de toute différence de phase en sortie d'interféromètre.

4.5.3 Origine de la phase résiduelle

Le schéma du montage expérimental (Fig. 4.11) montre un déséquilibre entre les deux voies de l'interféromètre dû à la présence d'une lame demi-onde en quartz d'épaisseur 1.3 mm. La phase spectrale introduite lors de la propagation dans une telle lame est représentée figure 4.15a suivant la polarisation du faisceau incident (ordinaire ou extraordinaire).

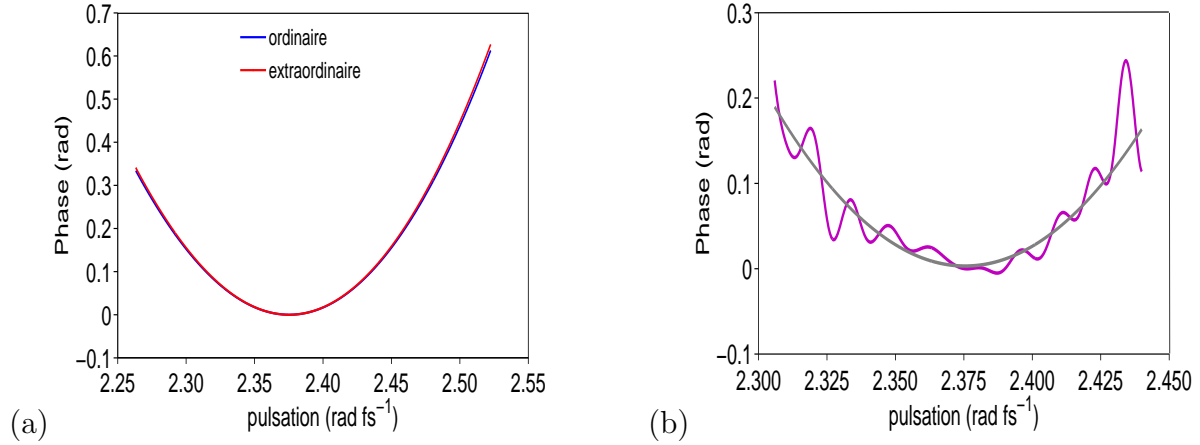


FIGURE 4.15 – (a) Phase spectrale d'ordre supérieur ou égal à 2 introduite par la lame demi-onde pour une polarisation ordinaire (bleu) et extraordinaire (rouge). (b) Phase résiduelle en sortie d'interféromètre après prise en compte de la phase spectrale introduite par la lame demi-onde pour une polarisation ordinaire (violet). En gris, ajustement polynomial à l'ordre 2 pondéré par l'enveloppe AC

Le terme de phase quadratique à la pulsation ω_0 ($\lambda_0 = 793$ nm) est respectivement de 55.8 fs² pour une impulsion polarisée suivant l'axe extraordinaire et de 54.8 fs² pour une impulsion polarisée suivant l'axe ordinaire. La différence entre ces deux valeurs étant négligeable, nous supposons que les axes de la lame sont alignés de façon à ce que la polarisation du faisceau incident soit orientée suivant l'axe ordinaire. Après soustraction de la phase introduite par la lame, la figure 4.15 b montre l'existence d'une phase résiduelle principalement quadratique de coefficient $\varphi_2 = 77.0$ fs² (ajustement polynomial à l'ordre 2, $\sigma_{poly} = 14.0$ mrad).

La phase mesurée en sortie d'interféromètre ($\varphi_{2_{interfero}} \sim 131.5$ fs²) a été déterminée à partir d'une moyenne sur 21 tirs, ce qui limite l'effet des fluctuations tir à tir. De plus, la précision de reconstruction de la phase spectrale hors fluctuation tir à tir est bien meilleure que 77 fs², comme cela sera démontré plus loin (section 4.7). L'existence de la phase résiduelle $\varphi_{interfero}$ n'est donc pas seulement liée à la présence de la lame demi-onde sur la voie de mesure.

Plusieurs pistes peuvent être envisagées pour expliquer la présence de cette phase. L'explication la plus probable serait une différence d'épaisseur entre les lames séparatrices d'entrée et de sortie S_1 et S_2 . En effet, l'épaisseur de S_1 est de 6.07 mm mais celle de

S_2 n'a pas été vérifiée. Pour introduire une phase quadratique de l'ordre de 77.0 fs^2 , il suffirait que l'épaisseur de S_2 soit de 4.87 mm .

4.6 Caractérisation de l'effet du fonctionnement non-idéal du spectromètre sur la précision de mesure

J'étudie ici l'influence du fonctionnement non-idéal du spectromètre sur la précision de reconstruction de la différence de phase présentée figure 4.14. Trois aspects particuliers sont détaillés :

- la calibration en longueurs d'onde,
- la réponse du spectromètre,
- la présence d'un bruit de mesure intrinsèque au détecteur.

L'objectif de cette analyse est de déterminer si ces aspects constituent la principale limitation de la précision de mesure.

4.6.1 Effet d'une erreur de calibration du spectromètre en longueurs d'onde

La calibration des longueurs d'ondes ou pulsations mesurées par le spectromètre est effectuée avec une précision finie. L'effet d'une erreur de calibration sur la phase spectrale reconstruite par interférométrie spectrale a été étudié en détail par C. Dorrer dans les références [51] et [55]. Nous rappelons, dans un premier temps, l'expression de l'erreur introduite sur la phase reconstruite. Cette erreur est illustrée dans le cas d'une phase initiale quadratique, pour une erreur de calibration quadratique en pulsation, ceci afin de montrer la nécessité d'une vérification expérimentale de la calibration du spectromètre. Dans un deuxième temps, nous présentons une procédure de calibration à l'aide d'une lampe Krypton qui a été utilisée non seulement sur le montage 4.11 mais aussi dans toutes les expériences de cette thèse. La précision obtenue sur chaque raie du Krypton est donnée. Enfin, une seconde méthode, plus précise, a été appliquée pour vérifier la présence d'une éventuelle erreur résiduelle.

Effet d'une erreur de calibration en longueur d'onde

La calibration du spectromètre associe une pulsation ω_{c_i} à chaque position spatiale y_i (Eq. 4.22). En l'absence de toute erreur de calibration, ces pulsations sont identiques aux pulsations ω contenues dans le signal d'interférométrie spectrale : $\omega_c(y) = \omega(y)$. En revanche, en présence d'une erreur ε_c , ces pulsations sont reliées entre elles par :

$$\omega(y) = \omega_c(y) + \varepsilon_c(y) \quad (4.44)$$

De manière arbitraire, on choisit d'écrire l'erreur de calibration en fonction de ω_c sous la forme d'un développement polynomial à l'ordre n autour de la pulsation centrale ω_0 des impulsions mesurées :

$$\varepsilon_c(\omega_c) = a_0 + a_1(\omega_c - \omega_0) + a_2(\omega_c - \omega_0)^2 + a_3(\omega_c - \omega_0)^3 + \dots = a_0 + a_1(\omega_c - \omega_0) + n(\omega_c) \quad (4.45)$$

où $n(\omega_c)$ est la partie non-linéaire de la décomposition polynomiale.

Le signal mesuré en chaque pulsation ω_c est : $S(\omega) = S(\omega_c + \varepsilon_c)$ et la différence de phase reconstruite par FTSI devient :

$$\Phi_c(\omega_c) = \Delta\varphi(\omega_c + \varepsilon_c(\omega_c)) + (\omega_c + \varepsilon_c(\omega_c))\tau \quad (4.46)$$

où $\Delta\varphi(\omega_c + \varepsilon_c(\omega_c)) = \varphi(\omega_c + \varepsilon_c(\omega_c)) - \varphi(\omega_c)$ (Eq. 4.10).

La phase ϵ_{ϕ_c} introduite par l'erreur de calibration est donc :

$$\epsilon_{\phi_c} = [\Delta\varphi(\omega_c + \varepsilon_c(\omega_c)) - \Delta\varphi(\omega_c)] + \varepsilon_c(\omega_c)\tau \quad (4.47)$$

Le terme $\Delta\varphi(\omega_c + \varepsilon_c(\omega_c)) - \Delta\varphi(\omega_c)$ (Eq. 4.47) est généralement négligeable, sauf dans le cas de fortes dispersions. En revanche, le terme restant ($\varepsilon_c(\omega_c)\tau$) ne l'est pas du fait de sa dépendance avec le retard τ . Ainsi, une petite erreur de calibration peut se traduire par une erreur plus importante sur la phase reconstruite.

Pour illustration, prenons l'exemple détaillé en annexe D.3 d'une erreur de calibration quadratique en pulsation de coefficient $a_2 = 0.01 \text{ rad}^{-1} \text{ fs}$ développée autour de $\omega_0 \sim 2.35 \text{ rad fs}^{-1}$ ($\lambda_0 = 800 \text{ nm}$). Pour les longueurs d'onde extrêmes, 747 et 833 nm, enregistrées avec le spectromètre¹², le rapport $\frac{\varepsilon_c}{\omega_c}$ de l'erreur sur la pulsation calibrée vaut respectivement 1.1E-4 et 3.7E-5, soit une erreur de calibration petite. Pour une différence de phase quadratique de 1000 fs^2 en sortie d'interféromètre, l'erreur relative sur le coefficient d'ordre 2 reconstruit est de 4%.

Le montage d'interférométrie spectrale présenté figure 4.11 est utilisé, dans le chapitre 5, pour déterminer la précision de génération de phases polynomiales avec un AOPDF. Pour des phases quadratiques, la précision attendue est de l'ordre de 1%. Or en présence d'une erreur de calibration $\varepsilon_c(\omega_c) = 0.01(\omega_c - \omega_0)^2$ ($\omega_0 \sim 2.35 \text{ rad fs}^{-1}$ soit $\lambda_0 = 800 \text{ nm}$), nous venons de montrer que la précision de mesure d'un coefficient d'ordre 2 de 1000 fs^2 est de 4%, ce qui rend impossible la détermination expérimentale de la précision avec laquelle l'AOPDF génère une telle phase.

Nous voyons ici l'importance d'une calibration très précise du spectromètre afin de disposer de la meilleure précision possible pour les expériences de caractérisation de

12. avec le réseau 600 traits/mm

l'AOPDF. De plus, comme le réseau de diffraction du spectromètre est monté sur une tourelle qui se positionne automatiquement à l'ordre 0 à l'extinction de l'appareil, il est indispensable de définir une procédure de calibration à la fois simple et précise puisque celle-ci devra être effectuée à chaque mise en route de l'appareil.

Du fait de la dépendance de la phase ϵ_{ϕ_c} introduite par l'erreur de calibration avec le retard τ entre les deux impulsions (Eq. 4.47), cette erreur est également facilement mise en évidence en mesurant la différence de phase en sortie d'interféromètre pour différents retards entre les deux voies. C. Dorrer [55] a notamment montré, qu'à partir de ce procédé, une précision supérieure à la résolution apparente du spectromètre peut être obtenue après correction de la partie non-linéaire $n(\omega_c)$ (Eq. 4.45) de l'erreur. C'est pourquoi, nous l'appliquerons pour vérifier la présence d'une éventuelle erreur de calibration résiduelle.

Calibration préliminaire du spectromètre à l'aide d'une lampe Krypton

La calibration est effectuée sur chaque ligne (1 ligne = 1 position spatiale x donnée) du détecteur à partir du spectre d'une lampe Krypton (Fig. 4.16a). Le choix de cette lampe se justifie par la répartition relativement homogène de ses raies spectrales sur l'ensemble de la plage de longueurs d'onde enregistrées par le spectromètre ([747 nm, 833 nm]) (Fig. 4.16b). Ceci assure une bonne précision de calibration sur toute cette plage.

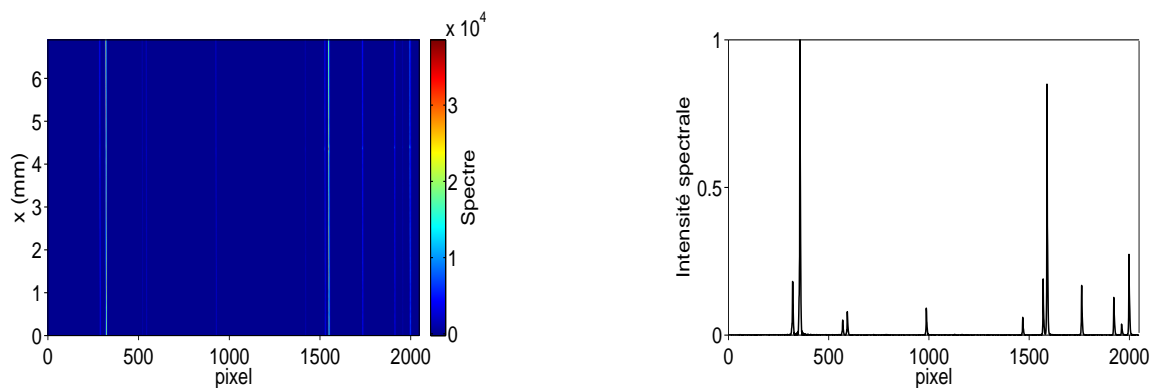


FIGURE 4.16 – *Spectre de la lampe Krypton : (a) sur l'ensemble du détecteur, (b) sur une ligne $x = x_0 \sim 3.9$ mm*

Sur chaque ligne, la position y_i du maximum de chacune des 12 raies est déterminée par un ajustement parabolique et associée à la longueur d'onde λ_{Kr_i} correspondant à la raie analysée dans les tables de données du Krypton¹³. La loi de variation de la longueur d'onde λ avec la position spatiale y est obtenue par un ajustement polynomial à l'ordre 3 des points $(y_i, \lambda_{\text{Kr}_i})_{i \in [1,12]}$.

La précision de calibration est alors caractérisée :

13. http://physics.nist.gov/PhysRefData/ASD/lines_form.html.

- sur une ligne du détecteur par les déviations absolue Δ_{cal} et relative $\Delta_{r_{cal}}$ sur les longueurs d'onde centrales des raies mesurées :

$$\Delta_{cal} = |\lambda_m - \lambda_{Kr}| \text{ et } \Delta_{r_{cal}} = \frac{|\lambda_m - \lambda_{Kr}|}{\lambda_{Kr}}$$

où λ_{Kr} correspond aux longueurs d'onde connues du Krypton et λ_m aux longueurs d'onde correspondant au maximum des raies mesurées après calibration,

- sur l'ensemble des lignes du détecteur, d'une part, par les écarts absolu $\Delta_{cal_{2D}}$ et relatif $\Delta_{r_{cal_{2D}}}$ entre λ_{Kr} et la moyenne sur l'ensemble des lignes des longueurs d'onde mesurées λ_{m_i} (i indice de la ligne) :

$$\Delta_{cal_{2D}} = \left| \frac{\sum_{i=0}^{N_x-1} \lambda_{m_i}}{N_x} - \lambda_{Kr} \right| \text{ et } \Delta_{r_{cal_{2D}}} = \frac{\left| \frac{\sum_{i=0}^{N_x-1} \lambda_{m_i}}{N_x} - \lambda_{Kr} \right|}{\lambda_{Kr}}$$

où N_x est le nombre de pixels suivant x ,

d'autre part, par la déviation suivant x en terme d'écart rms $\sigma_{cal_{2D}}$ à la moyenne des longueurs d'onde λ_{m_i} exprimé en absolu et en relatif par rapport à λ_{Kr} ($\sigma_{cal_{2D}}/\lambda_{Kr}$) :

$$\sigma_{cal_{2D}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N_x-1} (\lambda_{m_i} - \lambda_{m_{moy}})^2}{N_x}}$$

$$\text{où } \lambda_{m_{moy}} = \frac{\sum_{i=0}^{N_x-1} \lambda_{m_i}}{N_x}.$$

La calibration a été effectuée, dans un premier temps, sur la ligne $x = x_0 \sim 3.9$ mm (Fig. 4.16b) puis sur l'ensemble du détecteur. Cette ligne a été choisie pour l'analyse sur une dimension des interférogrammes de ce chapitre et du chapitre 5. Les coefficients d'ordre 0 à 3 de l'ajustement polynomial correspondant sont respectivement : 746.736, 0.042, -1.98E-7 et -1.95E-12. Les valeurs de Δ_{cal} , $\Delta_{r_{cal}}$, $\Delta_{cal_{2D}}$, $\Delta_{r_{cal_{2D}}}$, $\sigma_{cal_{2D}}$ et $\sigma_{cal_{2D}}/\lambda_{Kr}$ obtenues expérimentalement pour chacune des 12 raies utilisées (lampe Krypton) sont données en annexe D.4 (tableaux D.1 et D.2). Leur moyenne est reportée tableau 4.3.

Δ_{cal} (nm)	$\Delta_{r_{cal}}$	$\Delta_{cal_{2D}}$ (nm)	$\Delta_{r_{cal_{2D}}}$	$\sigma_{cal_{2D}}$ (nm)	$\sigma_{cal_{2D}}/\lambda_{Kr}$
3.1E-3	3.9E-6	1.3E-3	1.6E-6	2.6E-3	3.3E-6

TABLE 4.3 – Valeurs moyennes des écarts Δ_{cal} , $\Delta_{r_{cal}}$, $\Delta_{cal_{2D}}$, $\Delta_{r_{cal_{2D}}}$, $\sigma_{cal_{2D}}$ et $\sigma_{cal_{2D}}/\lambda_{Kr}$ obtenues expérimentalement (détail en annexe D.4, tableaux D.1 et D.2)

L'utilisation d'un ajustement quadratique pour déterminer la position du maximum de chaque raie permet de gagner un ordre de grandeur, en précision, sur la résolution apparente du spectromètre (~ 0.04 nm). La précision relative est de l'ordre de $4 \cdot 10^{-6}$ sur la ligne $x_0 \sim 3.9$ mm et $1.6 \cdot 10^{-6}$ sur l'ensemble du détecteur, ce qui constitue une très bonne précision. Compte-tenu de l'ordre de grandeur de la déviation suivant x de $2.6 \cdot 10^{-3}$

soit $3.3 \cdot 10^{-6}$ en relatif, la loi de calibration (λ vs y) établie sur la ligne x_0 sera utilisée sur l'ensemble des lignes du détecteur¹⁴.

Bien que la calibration effectuée avec la lampe Krypton présente une excellente précision, je l'ai vérifiée expérimentalement à l'aide d'une méthode dont il a été démontré qu'elle était plus précise [55]. Cette méthode consiste à comparer les différences de phases mesurées en sortie d'interféromètre pour différents retards entre les deux voies.

Vérification de la calibration du spectromètre par interférométrie spectrale

La différence de phase spectrale en sortie d'interféromètre a été mesurée pour 7 retards différents entre les deux voies : 1039, 1648, 2188, 2724, 3294, 3820 et 4391 fs. Seule la ligne $x_0 \sim 3.9$ mm a été utilisée pour l'analyse (détaillée en annexe D.5). La phase spectrale moyenne obtenue pour chaque retard après soustraction de celui-ci et d'un terme de phase quadratique de 129 fs^2 (moyenne du coefficient de Taylor d'ordre 2 mesuré pour chaque retard) est représentée figure 4.17.

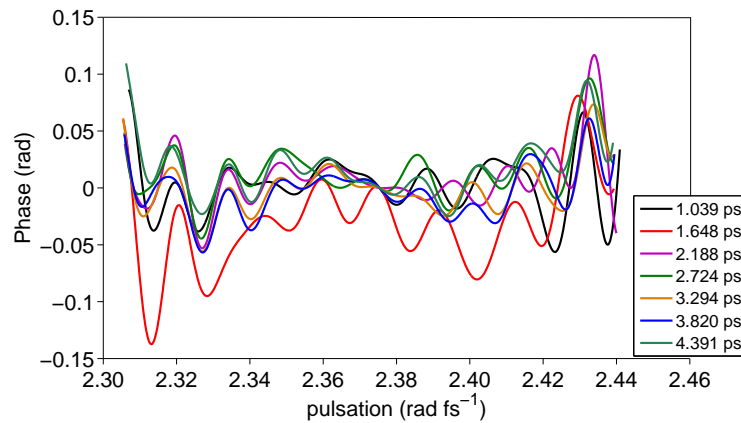


FIGURE 4.17 – Phase spectrale moyenne (21 tirs) reconstruite après soustraction du retard et du terme de phase quadratique moyen pour différentes valeurs du retard entre les deux voies de l'interféromètre

Excepté pour un retard $\tau \sim 1648 \text{ fs}$ ¹⁵ (courbe rouge), la différence de phase spectrale mesurée est indépendante du retard (aux oscillations observées près). Ceci montre qu'aucune erreur de calibration non-linéaire en pulsation n'est décelable et que cette mesure est limitée par la présence d'oscillations sur la différence de phase. En revanche, il pourrait subsister une erreur de calibration d'ordre 0 ou 1 qui ne peut pas être mise en évidence par cette méthode. En effet, toute erreur d'ordre 0 ou 1 se traduit par l'ajout systématique respectivement d'un terme de phase constante et d'un terme de phase linéaire dépendant tous deux du retard¹⁶ (Eq. 4.47). Cependant, la calibration effectuée dans la partie pré-

14. Ceci simplifie l'analyse sur deux dimensions de la phase générée par un AOPDF (chapitre 5)

15. L'écart de la différence de phase mesurée pour $\tau \sim 1648 \text{ fs}$ n'est pas lié à la calibration du spectromètre mais s'explique par la présence d'une réplique centrée sur $t_0 = 1720 \text{ fs}$ sur le profil temporel des impulsions en entrée d'interféromètre (comme discuté plus loin, Fig. 4.13).

16. Ceci n'est vrai qu'en l'absence de fortes dispersions.

cédente limite la présence de ce type d'erreur.

Conclusion

Des deux expériences présentées ici (calibration à l'aide d'une lampe Krypton et vérification par interférométrie spectrale), on peut déduire :

- que la calibration à l'ordre 0 et 1 en ω est effectuée à 10^{-6} près,
- que l'erreur de calibration aux ordres supérieurs est négligeable devant les oscillations présentes sur la différence de phase spectrale reconstruite.

4.6.2 Effet de la fonction de transfert du spectromètre

Dans le cas d'un spectromètre idéal, le point source réalisé par la fente d'entrée est imagé en un point sur le détecteur pour chaque composante spectrale. Sa réponse à un Dirac centré sur ω_0 (réponse impulsionnelle) est alors un Dirac lui-même centré sur ω_0 , ce qui correspond à une réponse plate dans le domaine temporel. En pratique, la réponse du spectromètre n'est pas idéale et elle n'est donc pas constante dans le domaine temporel, ce qui peut modifier la composante AC du signal d'interférométrie spectrale mesuré et, par la même, le signal $S'(\omega)$ reconstruit.

Dans cette section, l'origine et les conséquences d'un écart à la réponse idéale sont d'abord détaillées. Je présente, ensuite, la mesure de la réponse du spectromètre utilisé sur le montage 4.11 (section 4.4.2). Ce résultat permet de conclure s'il faut ou non la prendre en compte de manière systématique dans le traitement numérique des interférogrammes enregistrés expérimentalement.

Fonction de transfert d'un spectromètre

La réponse du spectromètre est supposée invariante par translation suivant y dans le plan du détecteur¹⁷. Nous négligeons, dans un premier temps, l'effet de la pixellisation du détecteur. Nous pouvons alors définir une fonction de transfert optique du spectromètre $H_{spectro}(\omega)$ qui n'est autre que sa réponse impulsionnelle. Tout signal mesuré $S_m(\omega)$ s'exprime donc comme le produit de convolution du signal réel $S_r(\omega)$ et de cette fonction de transfert optique $H_{spectro}(\omega)$ [44][55].

$$S_m(\omega) = H_{spectro}(\omega) \otimes S_r(\omega) \quad (4.48)$$

Dans le cas d'un spectromètre idéal, la réponse impulsionnelle est un Dirac centré sur la pulsation ω_0 incidente (Fig. 4.18a et b) :

$$H_{spectro}(\omega) = \delta(\omega - \omega_0) \quad (4.49)$$

17. Cette approximation implique que la réponse du spectromètre est également invariante par translation suivant ω .

où δ correspond à la distribution de Dirac.

En pratique, $H_{spectro}$ est dégradée par rapport au cas idéal du fait de plusieurs paramètres [56] :

- la taille de la fente d'entrée,
- la taille d'un pixel,
- des phénomènes de diffraction,
- des aberrations géométriques,
- la qualité des composants optiques et leur alignement.

Cet écart à la réponse idéale se traduit par un élargissement spectral de $H_{spectro}$ (Fig. 4.18 (c)) qui définit la résolution maximale accessible.

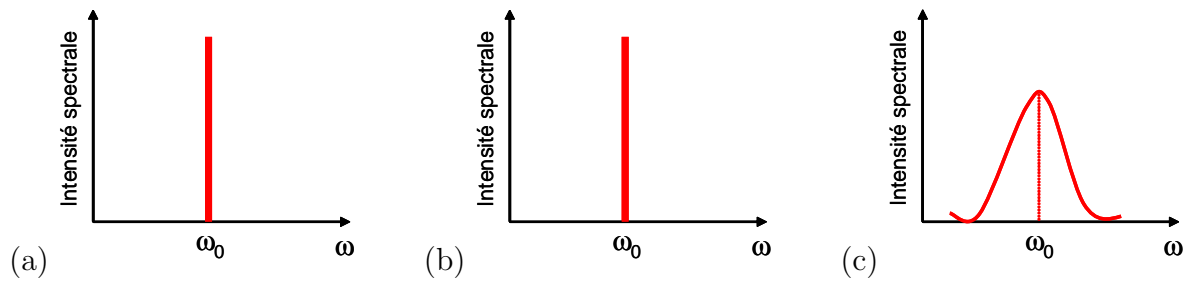


FIGURE 4.18 – (a) Intensité spectrale d'une onde monochromatique de pulsation ω_0 en entrée de spectromètre. (b) Réponse idéale d'un spectromètre au Dirac de la figure (a). (c) Réponse non-idéale.

L'influence de la réponse du spectromètre sur le signal d'interférométrie spectrale mesuré se comprend facilement dans le domaine temporel. La transformée de Fourier du signal mesuré $\tilde{S}_m(t)$ s'écrit alors comme le produit du signal temporel "réel" $\tilde{S}_r(t)$ par la fonction de transfert temporelle du spectromètre $\tilde{H}_{spectro}(t)$:

$$\tilde{S}_m(t) = \tilde{H}_{spectro}(t)\tilde{S}_r(t) \quad (4.50)$$

Dans le cas idéal, $\tilde{H}_{spectro}$ est constante et ne modifie donc pas le signal \tilde{S}_r . Dans le cas non-idéal, elle ne l'est plus ce qui a deux conséquences :

- l'altération du contraste des franges en fonction du retard entre les deux voies de l'interféromètre,
- la modification de la composante AC du signal \tilde{S}_r si la réponse du spectromètre n'est pas plate sur le support de cette composante.

Cette modification introduit alors une erreur sur le signal reconstruit $S'(\omega)$ et par la même sur la différence de phase $\Delta\varphi(\omega)$. Il est alors nécessaire de déterminer la réponse du spectromètre afin d'évaluer cette erreur et suivant la précision requise pour l'expérience d'effectuer ou non une correction automatique des données expérimentales [57][58].

Nous avons, jusqu'ici, négligé la pixellisation liée au détecteur. En la prenant en compte, la réponse du spectromètre devient¹⁸ :

$$S_m(\omega) = \mathfrak{W}_{d\omega} \times (H_{spectro}(\omega) \otimes S_r(\omega)) \quad (4.51)$$

où $\mathfrak{W}_{d\omega}$ est un peigne de Dirac de pas constant $d\omega$.

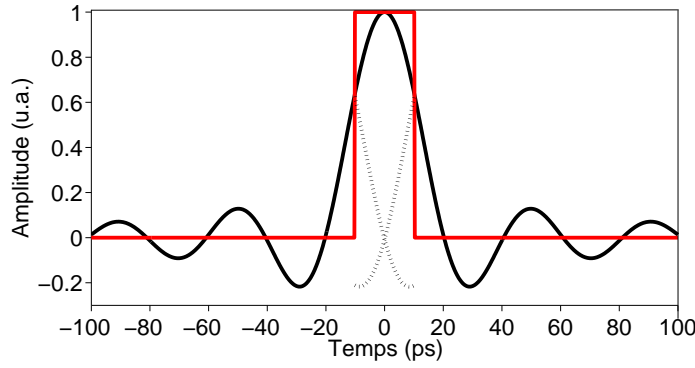


FIGURE 4.19 – Exemple de réponse temporelle du spectromètre (en noir), fenêtre de Nyquist due à l'échantillonnage en pulsation (en rouge). En pointillés, repliement de la réponse dans la fenêtre de Nyquist

La réponse temporelle associée à un pixel de largeur $d\omega \sim 3.1 \cdot 10^{-4} \text{ rad fs}^{-1}$ ($d\lambda \sim 0.1 \text{ nm}$ à 800 nm) est donnée figure 4.19 (courbe noire). Comme déjà expliqué dans la section 4.2.4, la fenêtre temporelle de Nyquist associée à un échantillonnage de pas $d\omega$ s'étend de $-\frac{\pi}{d\omega}$ à $\frac{\pi}{d\omega}$ (courbe rouge). Puisque la réponse du spectromètre prend des valeurs non-nulles en dehors de cette fenêtre, toute composante du signal d'interférométrie spectrale localisée temporellement à des retards supérieurs à $\frac{\pi}{d\omega}$ est repliée à l'intérieur de celle-ci.

La réponse non-idéale du spectromètre pouvant avoir une influence sur la précision de reconstruction de $S'(\omega)$, il est nécessaire de déterminer celle du spectromètre utilisé expérimentalement (section 4.4.2). Les signaux temporels mesurés dans les expériences de caractérisation de l'AOPDF ont une extension temporelle comprise dans la fenêtre $[-4 \text{ ps}, 4 \text{ ps}]$ très inférieure à la fenêtre de Nyquist $[-27 \text{ ps}, 27 \text{ ps}]$, $d\lambda \sim 0.04 \text{ nm}$). Il est donc suffisant de reconstruire la réponse du spectromètre sur $[-4 \text{ ps}, 4 \text{ ps}]$ pour déterminer son influence sur la mesure d'interférométrie spectrale.

Détermination expérimentale de la réponse du spectromètre

La réponse du spectromètre a été déterminée expérimentalement dans le domaine de Fourier ($\tilde{H}_{spectro}$) par une méthode interférométrique comme détaillée en annexe D.6. Le résultat de cette mesure est présenté figure 4.20 en fonction de la variable k_y associée dans

18. Pour simplifier, nous supposons ici le peigne de pulsations régulier. En pratique ce n'est pas le cas et il faut raisonner par rapport à la position spatiale y dans le plan du détecteur (annexe D.6).

le domaine direct à la position spatiale y dans le plan du détecteur. L'intervalle temporel correspondant est compris entre 0 et ~ 4400 fs.

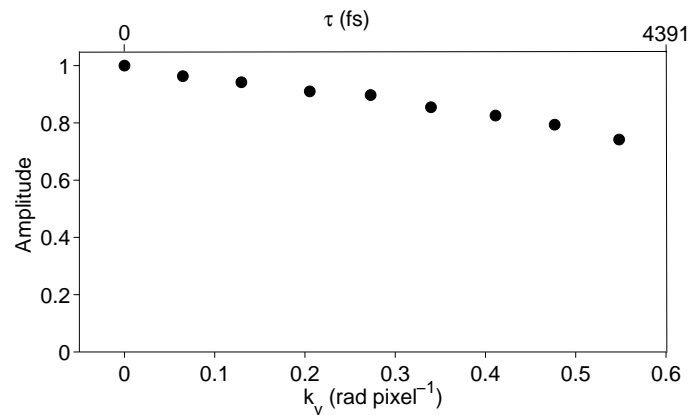


FIGURE 4.20 – Réponse du spectromètre mesurée expérimentalement par une méthode interférométrique (annexe D.6)

Conclusion

La pente de la réponse du spectromètre est suffisamment faible pour considérer que cette réponse n'influe pas sur les mesures d'interférométrie spectrale réalisées sur le montage 4.11.

4.6.3 Dynamique spectrale et dynamique temporelle

Tout signal mesuré au spectromètre contient un bruit expérimental qui limite le rapport signal à bruit de la mesure à la fois dans le domaine spectral et dans le domaine temporel (section 4.2.5). Dans la suite, nous appellerons respectivement dynamique spectrale et dynamique temporelle ces deux quantités. Pour déterminer la source prépondérante de perturbations de la précision de mesure, il est particulièrement intéressant d'être capable d'évaluer de manière simple la dynamique temporelle attendue pour une dynamique spectrale donnée. En effet, cette valeur peut être comparée à la dynamique temporelle obtenue expérimentalement par transformée de Fourier du signal d'interférométrie spectrale mesuré, ce qui permet de savoir si la mesure est limitée par la dynamique spectrale du signal ou bien par le contraste des impulsions utilisées. Une partie de cette section est destinée à établir une relation simple entre dynamique spectrale et dynamique temporelle.

Dans une seconde partie, l'influence de la dynamique spectrale sur la précision de reconstruction de la phase spectrale est mise en évidence à partir de simulations dans le cas d'une différence de phase plate en sortie d'interféromètre.

Expression du signal mesuré en présence de bruit

En l'absence de signal utile sur le spectromètre, le détecteur enregistre un bruit de fond de moyenne μ et d'écart-type σ_n supposé non corrélé pixel à pixel qui a principalement deux origines : le bruit de lecture de la CCD et le bruit thermique qui se traduit par le courant d'obscurité. Une acquisition de celui-ci permet, par soustraction, de se ramener à un bruit de moyenne nulle et d'écart-type σ_n qui peut être assimilé à un bruit blanc additif (en négligeant toute autre source de bruit).

Les expressions, déjà données dans la section 4.2.5 (Eqs. 4.18 et 4.19), du signal S_m mesuré en présence d'un bruit additif B en fonction de celui, S , mesuré en l'absence de celui-ci sont rappelées ci-dessous dans les domaines spectral et temporel :

$$S_{\text{mes}}(\omega) = S(\omega) + B(\omega) \quad (4.52)$$

$$\tilde{S}_{\text{mes}}(t) = \tilde{S}(t) + \tilde{B}(t) \quad (4.53)$$

avec $\tilde{B}(t) = \mathcal{TF}[B(\omega)](t)$.

Comme le signal est discretisé suivant la coordonnée spectrale, l'opérateur de transformée de Fourier est, *de facto*, une série de Fourier (on utilise un algorithme de transformée de Fourier rapide ou FFT). Le problème se réexprime donc sous la forme :

$$S_{\text{mes},n} = S_n + B_n \quad (4.54)$$

$$\tilde{S}_{\text{mes},k} = \tilde{S}_k + \tilde{B}_k \quad (4.55)$$

où $\tilde{S}_k = \sum_{n=0}^{N-1} S_n \exp(-i2\pi kn/N)$ et $\tilde{B}_k = \sum_{n=0}^{N-1} B_n \exp(-i2\pi kn/N)$ sont des quantités complexes (alors que S_n et B_n sont des réels).

Le rapport signal à bruit est défini dans le domaine spectral comme le maximum du signal utile sur l'écart type σ_n du bruit. D'où l'expression suivante de la dynamique spectrale D_ω :

$$D_\omega = \frac{\max_n S_n}{\sigma_n} \quad (4.56)$$

Dans le domaine temporel, la dynamique de mesure se définit légèrement différemment. Le bruit $B(\omega)$ étant un bruit blanc de moyenne nulle, sa densité spectrale de puissance (DSP) est, par définition, une fonction indépendante de la coordonnée réciproque, et en l'occurrence, de la coordonnée temporelle. Autrement dit, un bruit blanc ajoute dans le domaine de Fourier un plancher de bruit. Soit $p_0^2 > 0$ la moyenne de la densité spectrale de puissance du bruit blanc B_n . La dynamique temporelle est alors définie par le rapport

du maximum du signal utile sur le plancher de bruit :

$$D_t = \frac{\max_k |\tilde{S}_k|}{p_0} \quad (4.57)$$

La présence de bruit limite donc à la fois les dynamiques spectrale et temporelle de mesure. Le détecteur utilisé a une dynamique spectrale maximale de 33 dB sur l'ensemble du capteur (en l'absence de regroupement de pixels suivant x) (Fig. 4.21a). Cette grande dynamique est obtenue grâce au refroidissement par azote liquide du détecteur¹⁹.

Une expression simple de la dynamique temporelle attendue pour une dynamique spectrale donnée est proposée ci-dessous.

Dynamique temporelle

La version discrète du théorème de Parseval implique la relation suivante entre B_n et \tilde{B}_k :

$$\sum_{n=0}^{N-1} |B_n|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |\tilde{B}_k|^2 \quad (4.58)$$

Par définition du bruit blanc $\sum_{k=0}^{N-1} |\tilde{B}_k|^2 = N p_0^2$, d'où la relation suivante :

$$p_0 = \sqrt{N} \sigma_n \quad (4.59)$$

Par ailleurs, comme B_n est une série réelle positive, le maximum de $|\tilde{B}_k|$ est atteint pour $k = 0$:

$$\max_k |\tilde{S}_k| = |\tilde{S}_0| = \sum_{n=0}^{N-1} S_n$$

On en déduit l'approximation suivante de D_t :

$$D_t \sim \frac{\sum_{n=0}^{N-1} S_n}{\sqrt{N} \sigma_n} \quad (4.60)$$

Pour un signal normalisé, le rapport $F = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} S_n$ peut être interprété comme un facteur de remplissage du détecteur. Les dynamiques temporelle et spectrale sont alors reliées par :

$$D_t = F D_\omega \sqrt{N} \quad (4.61)$$

Pour une configuration donnée du spectromètre, le nombre de points de mesure N est fixé par le détecteur. On retrouve bien que la dynamique de mesure est maximale lorsque le rapport signal à bruit est optimal sur le détecteur et que l'ensemble du capteur est utilisé.

19. La dynamique spectrale d'un détecteur non-refroidi est plus faible. A titre d'exemple, les spectromètres Avantes constitué d'un détecteur de 1x2048 pixels ont une dynamique spectrale de 23 dB (<http://www.avantes.com/UV-/VIS-Spectrometers/AvaSpec-2048-Fiber-Optic-Spectrometer/Detailed-product-flyer.html>).

Dans le cas du détecteur utilisé ici ($D_\omega \sim 33$ dB, $N = 2048$) et pour un facteur de remplissage $F = 22\%$, la dynamique temporelle est limitée à $D_t \sim 43$ dB. Ce résultat a été vérifié par simulation d'un signal d'interférométrie spectrale en présence d'un bruit poissonnien de variance $5 \cdot 10^{-4}$ (soit une dynamique spectrale de 33 dB pour un signal normalisé) (Fig. 4.21a). Ce signal a été calculé à partir de deux impulsions de même amplitude spectrale gaussienne ($\lambda_0 \sim 793$ nm, $\Delta\lambda \sim 18.5$ nm) et de différence de phase nulle, décalées temporellement de $\tau = 2$ ps. Le facteur de remplissage du détecteur est alors d'environ 22%. La figure 4.21 montre une dynamique temporelle de 44 dB. Ceci montre que l'expression 4.61 permet d'estimer, de manière simple, la dynamique temporelle attendue pour une dynamique spectrale donnée.

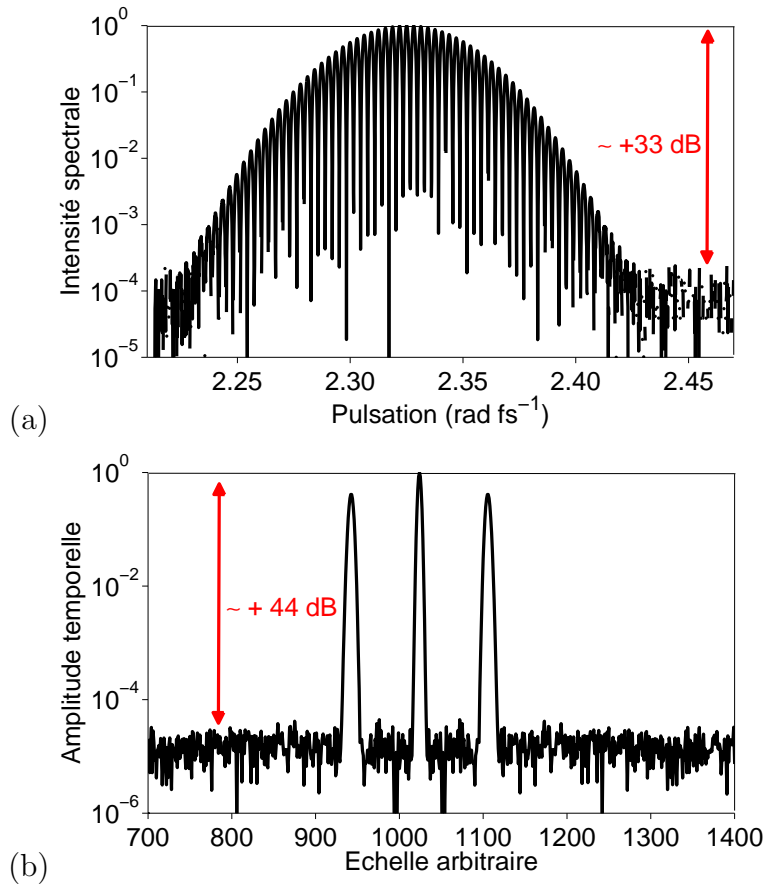


FIGURE 4.21 – Mise en évidence de la limitation des dynamiques spectrale et temporelle à partir de l'exemple d'un signal d'interférométrie spectrale obtenu pour deux impulsions de même amplitude spectrale gaussienne ($\lambda_0 \sim 793$ nm, $\Delta\lambda \sim 18.5$ nm) et de différence de phase nulle, décalées temporellement de $\tau = 2$ ps.

Précision de reconstruction de la phase spectrale

J'étudie dans cette section l'influence de la dynamique spectrale sur la précision de reconstruction de la phase spectrale. Pour cela, différents bruits poissonniens d'écart type

compris entre 10^{-4} et 10^{-2} sont successivement ajoutés au signal d'interférométrie spectrale calculée dans la section précédente. La dynamique spectrale associée varie ainsi entre 20 et 40 dB. Pour chaque bruit ajouté, la phase φ_{rec} reconstruite avec le traitement numérique résumé dans la section 4.5.1 est comparée à la différence de phase initiale φ_{ini} en terme d'écart rms :

$$\sigma_\varphi = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} (\varphi_{rec} - \varphi_{ini})^2}{N}} \quad (4.62)$$

avec $\varphi_{ini} = 0$.

Le filtrage de la composante AC a été réalisé avec un filtre super-gaussien d'ordre 10 centré sur cette composante, contenant $N' = 35$ points (Eq. 4.24). Les résultats des simulations sont résumés figure 4.22. La dynamique spectrale a donc une influence sur la précision de reconstruction de la phase. Comme attendu de manière intuitive, plus cette dynamique augmente plus l'erreur rms σ_φ diminue. De la section précédente, on peut déduire que plus la dynamique temporelle est élevée plus σ_φ est petit et donc plus la précision de reconstruction de la phase est grande.

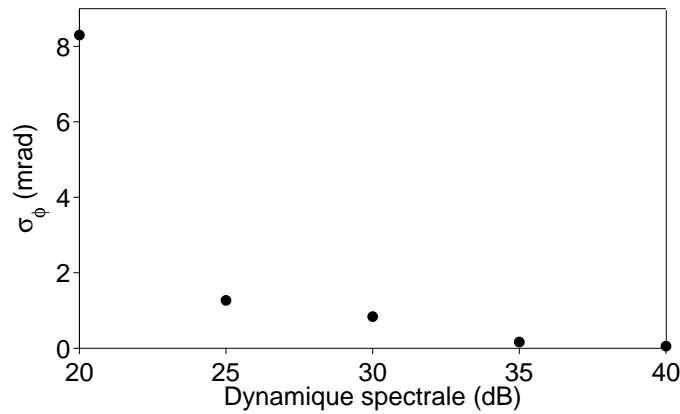


FIGURE 4.22 – Erreur rms σ_φ sur la différence de phase spectrale reconstruite en fonction du rapport signal à bruit dans le domaine spectral. Le facteur de remplissage est $F = 23\%$ et le nombre de pixels est $N = 2048$

Le contraste fini des impulsions est une autre source de limitation de la dynamique temporelle du signal mesuré. Ainsi, en comparant la dynamique temporelle D_t attendue pour une dynamique spectrale donnée à celle, $D_{t_{mes}}$ obtenue expérimentalement par transformée de Fourier du signal d'interférométrie mesuré, il est possible d'identifier quel facteur influe de manière prépondérante sur la précision de reconstruction de la phase. En effet, si $D_t \gg D_{t_{mes}}$, cette précision est limitée par la dynamique spectrale de mesure²⁰. En revanche, si $D_t \ll D_{t_{mes}}$ elle est limitée par le contraste fini des impulsions. Cette analyse est effectuée dans la section suivante.

²⁰. On suppose ici les autres sources d'erreur négligées.

Dynamique spectrale et temporelle expérimentale

Le signal d'interférométrie spectrale mesuré est représenté figure 4.23a, sa transformée de Fourier figure 4.23b. Dans le domaine temporel, on retrouve à la fois les répliques observées sur le profil temporel de chaque impulsion et ces mêmes répliques décalées temporellement de $\tau \sim 2187.5$ fs (retard entre les deux voies de l'interféromètre). La dynamique temporelle maximale atteinte est de 30 dB. Celle attendue du fait de la dynamique spectrale d'environ 31 dB est : $D_{ti} \sim 41$ dB, soit 10 dB de moins.

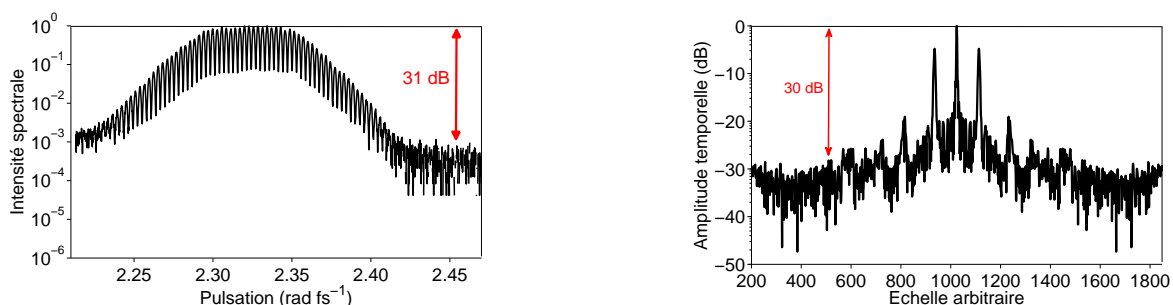


FIGURE 4.23 – Transformée de Fourier de l'interférogramme mesuré en sortie d'interféromètre pour un retard de 2187.5 fs

Ceci, ajouté à la présence de répliques nettement visibles sur le profil temporel des impulsions, montre que la précision de reconstruction de la phase n'est pas limitée par le bruit de mesure du spectromètre mais par le contraste fini des impulsions optiques utilisées pour la mesure. Une source moins modulée comme une source thermique ou un oscillateur femtoseconde aurait pu permettre de s'affranchir de cette limitation et ainsi d'atteindre la dynamique ultime permise par le spectromètre. Cependant, comme la fonction de façonnage de l'AOPDF est transitoire du fait de la propagation acoustique, de telles sources n'ont pas pu être utilisées.

4.6.4 Conclusion sur l'effet du fonctionnement non-idéal du spectromètre sur la précision de mesure

L'étude effectuée ici montre que les erreurs expérimentales introduites par le fonctionnement non-idéal du spectromètre (calibration, échantillonnage, fonction de transfert, bruit de mesure) ne sont pas prépondérantes. En revanche, il est apparu que la mesure est limitée par la présence d'oscillations résiduelles sur la phase reconstruite. Par ailleurs les modulations rapides présentes dans le spectre des impulsions optiques utilisées (autrement dit le contraste temporel des impulsions, piédestal et répliques confondus) limitent la dynamique de mesure.

En réalité, ces deux phénomènes ne sont pas indépendants : les oscillations résiduelles ne sont pas physiquement présentes sur la différence de phase en sortie d'interféromètre mais apparaissent lors de sa reconstruction en raison de la présence des modulations

rapides. Cet effet de couplage entre amplitude et phase spectrales, qui est intrinsèque à la technique d'interférométrie spectrale, est détaillé dans la section suivante.

4.7 Couplage amplitude-phase

L'effet du contraste temporel fini des impulsions sur la précision de mesure de la différence de phase peut être quantifié. De plus, on peut montrer numériquement qu'en l'absence de réplique, cette précision est nettement améliorée et que l'amplitude des oscillations observées sur la phase reconstruite est considérablement diminuée. Enfin, je m'intéresse à la précision obtenue sur les largeurs rms et à mi-hauteur de l'intensité temporelle d'une impulsion de même spectre que les impulsions initiales et de phase égale à celle mesurée expérimentalement.

Il est important de noter que comme le contraste des impulsions limite la précision de mesure, celle-ci dépend sensiblement du retard entre les deux voies de l'interféromètre et de la largeur du filtre temporel utilisé pour isoler la composante AC. La précision de reconstruction de la phase est donc déterminée pour un retard et un filtre temporel donnés.

4.7.1 Estimation de la précision de reconstruction de la phase spectrale

Dans la section 4.5.2, j'ai montré que la différence de phase spectrale mesurée en sortie d'interféromètre (Fig. 4.14) peut être approximée par la somme de la phase spectrale introduite par la lame demi-onde et d'une phase quadratique de coefficient $\varphi_2 = 77 \text{ fs}^2$ (Fig. 4.24). Cette approximation de la phase mesurée est tracée figure 4.24. Elle est notée φ_{appl} dans la suite.

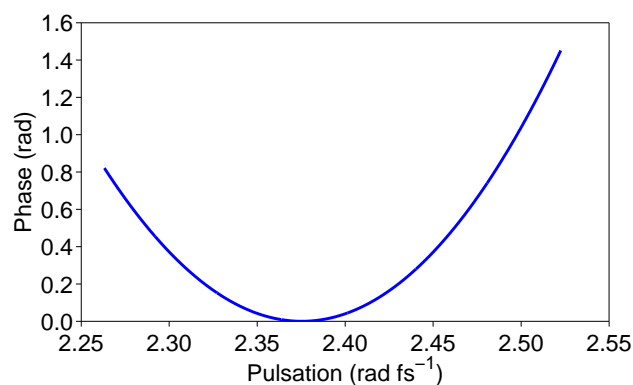


FIGURE 4.24 – Phase spectrale utilisée comme différence de phase théorique de l'interféromètre sans AOPDF.

Je cherche ici à déterminer l'effet du contraste fini des impulsions sur la précision de

reconstruction de la phase spectrale. Une solution consiste à comparer φ_{appl} à la phase φ_{rec} reconstruite à partir du signal d'interférométrie spectrale calculé en utilisant les spectres mesurés séparément sur chaque voie (Fig. 4.12), une différence de phase égale à φ_{appl} et un retard $\tau = 2187.5$ fs (égal à celui mesuré expérimentalement). L'emploi des spectres expérimentaux permet ainsi de mettre en évidence l'effet du contraste des impulsions sur φ_{rec} pour un filtrage de la composante AC donné. La précision de reconstruction de φ_{rec} est alors caractérisée à la fois en termes d'erreur sur les coefficients du développement de Taylor et en termes d'écart rms à la phase appliquée :

$$\sigma_{interfero} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N'-1} (\varphi_{irec}(\omega) - \varphi_{iappl}(\omega))^2}{N'}} \quad (4.63)$$

où N' est le nombre de points de reconstruction de la phase.

Estimation de cette précision

Le signal d'interférométrie spectrale ainsi calculé est représenté figure 4.25a. La phase φ_{rec} reconstruite à partir de ce signal est tracée figure 4.25b. Les coefficients de l'ajustement polynomial à l'ordre 2 ($\sigma_{poly} = 11.3$ mrad) sont respectivement $\varphi_{1rec} = 2187.54$ fs, $\varphi_{2rec} = 131.75$ fs² soit une erreur relative de 2E-3% et 0.1% par rapport à la phase appliquée.

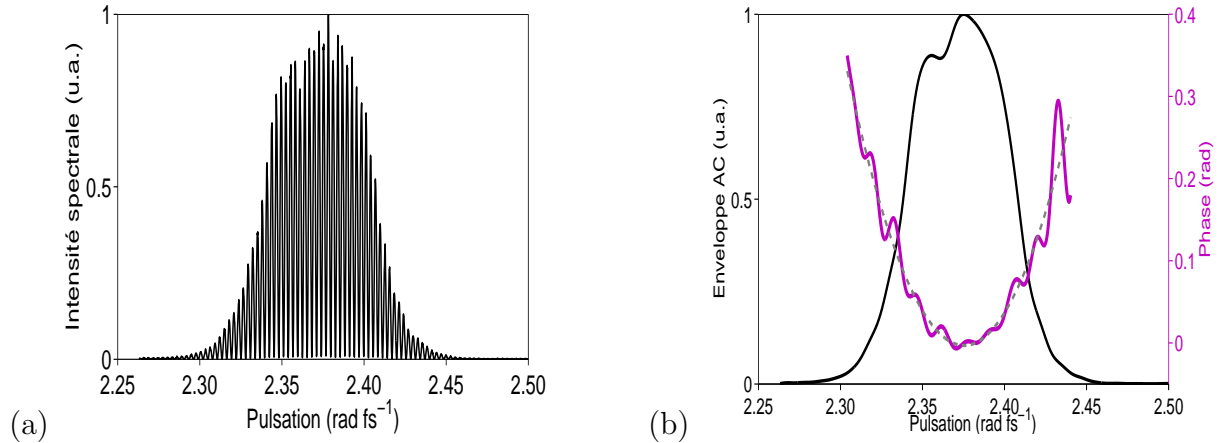


FIGURE 4.25 – (a) Signal d'interférométrie spectrale recalculé à partir des spectres mesurés sur chacune des voies. (b) Reconstruction de la phase spectrale à partir du signal de la figure a. En gris, ajustement polynomial à l'ordre 2 pondéré par l'enveloppe AC

La figure 4.26 montre la différence entre phase reconstruite et phase appliquée qui se traduit en terme rms par un écart $\sigma_{interfero} \sim 22.7$ mrad.

Bien que la phase appliquée (Fig. 4.24) ne soit pas modulée, on observe des oscillations d'amplitude maximale 0.18 rad sur la phase reconstruite, similaires à celles obtenues

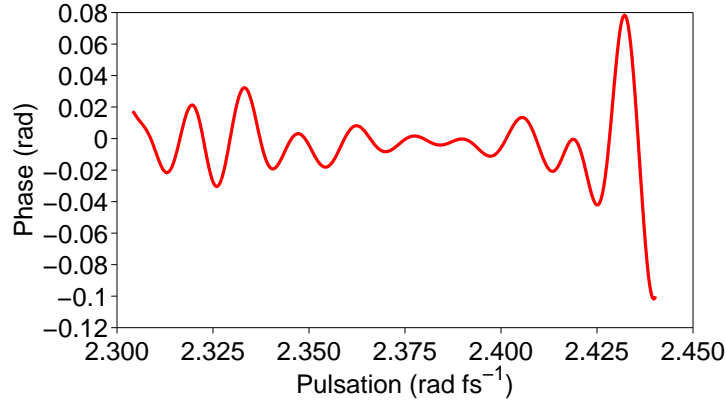


FIGURE 4.26 – *Ecart de la phase reconstruite à la phase appliquée*

expérimentalement (Fig.4.14). Il sera démontré dans la section suivante (section 4.7.2) qu'elles sont liées à la présence de répliques sur le profil temporel des impulsions utilisées.

4.7.2 Dégradation de la précision par la présence de répliques

Je démontre ici que, du fait de la présence de répliques :

- la précision de mesure est dégradée,
- des oscillations d'amplitude importante apparaissent sur la phase spectrale reconstruite.

Pour cela, j'utilise la même méthode que dans la section précédente en remplaçant le spectre des impulsions par le même spectre filtré de la manière suivante. La composante DC de la transformée de Fourier du spectre des impulsions de la voie de référence (Fig. 4.12a) est filtrée par une super-gaussienne d'ordre 10 indiquée en rouge figure 4.27a. Par transformée de Fourier inverse, on récupère le spectre filtré recherché (Fig.4.27b).

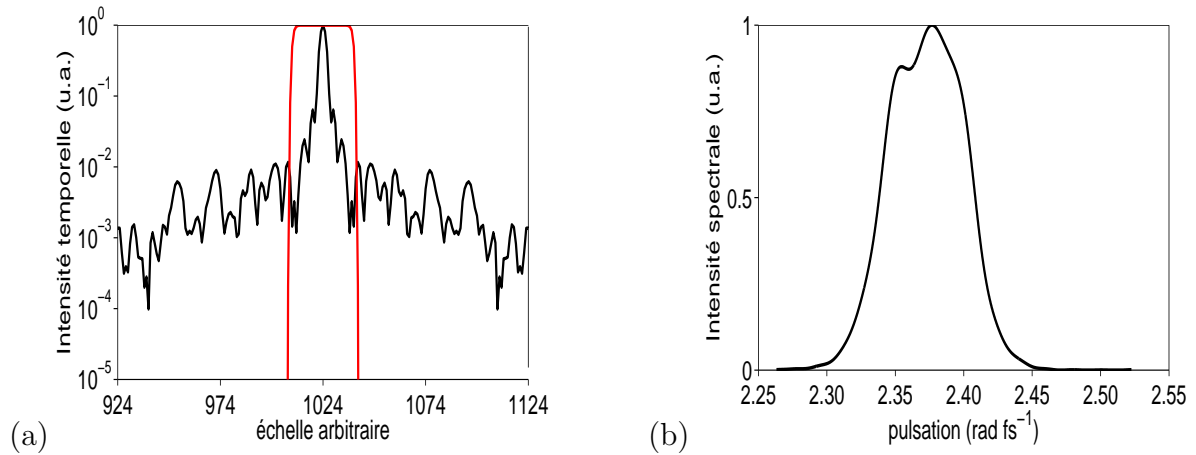


FIGURE 4.27 – (a) En noir, module de la transformée de Fourier du spectre de la voie de référence. En rouge, filtre super-gaussien utilisé pour déterminer le spectre de la partie principale de l'impulsion de référence. (b) Spectre de la partie principale de l'impulsion de référence

Le signal d'interférométrie spectrale est alors calculé à partir de ce spectre, de la même différence de phase φ_{appl} (Fig. 4.24) et du même retard $\tau \sim 2187.5$ fs (Fig. 4.28). La phase spectrale φ_{recf} reconstruite à partir de ce signal est tracée figure 4.28 b.

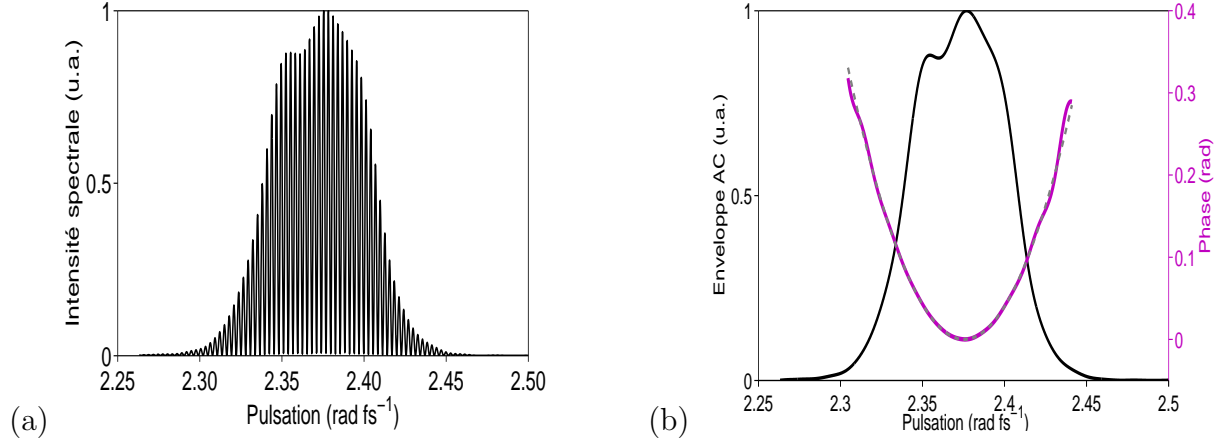


FIGURE 4.28 – (a) Signal d'interférométrie spectrale recalculé à partir des spectres mesurés sur chacune des voies. (b) Phase spectrale reconstruite à partir du signal de la figure a

La différence entre φ_{recf} et φ_{appl} est tracée en bleu figure 4.29. La différence entre φ_{rec} et φ_{appl} déterminée dans la section précédente (Fig. 4.26) y est reportée en rouge. Bien qu'il reste une très légère modulation sur la première courbe, l'amplitude de celle-ci est inférieure d'un ordre de grandeur à celle des oscillations observées sur la seconde courbe. Ceci montre que ces oscillations sont principalement liées à la présence de répliques sur le profil temporel des impulsions initiales.

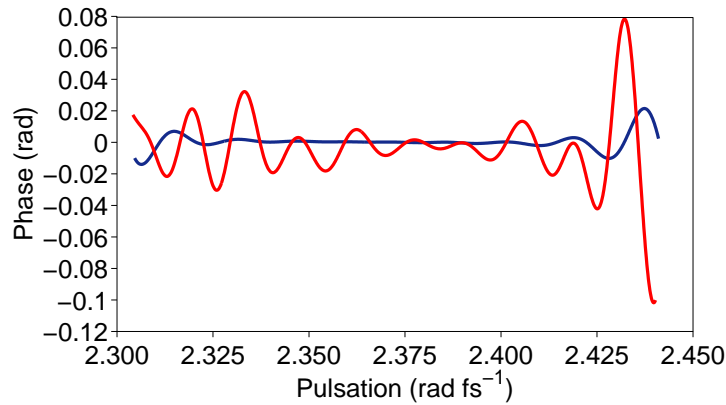


FIGURE 4.29 – Différence entre phase spectrale reconstruite et phase appliquée à partir du signal d'interférométrie spectrale de la figure 4.25 a (en rouge), et de celui de la figure 4.28 a (en bleu foncé)

L'écart rms associé à $\varphi_{ref_f} - \varphi_{appl}$ est : $\sigma_\varphi \sim 5.1$ mrad²¹, soit 4.45 fois plus petit que celui obtenu en présence de répliques (22.7 mrad). Celle-ci dégrade donc de manière

21. Cet écart peut être minimisé en élargissant le filtre temporel servant à isoler la composante AC. On trouve alors au mieux $\sigma_\varphi \sim 0.016$ mrad.

significative la précision de mesure.

4.7.3 Précision de l'intensité temporelle reconstruite

La figure 4.30 présente les intensités temporelles calculées²² à partir du spectre mesuré sur la voie de référence (Fig. 4.12a) et respectivement la phase appliquée φ_{appl} en noir et celle reconstruite φ_{rec} en violet. La plage temporelle de détermination de ces intensités est donnée par le filtre temporel utilisé pour le traitement par FTSI (en rouge).

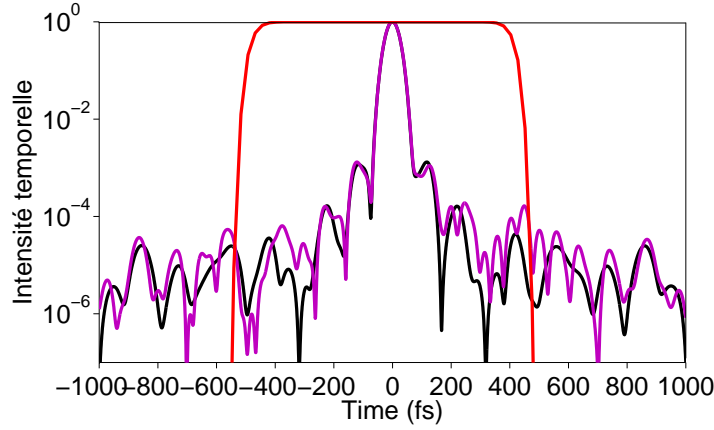


FIGURE 4.30 – Intensité temporelle calculée en utilisant la phase spectrale appliquée (Fig.4.24) en noir et la phase spectrale reconstruite (Fig.4.25b) en violet. En rouge, filtre temporel utilisé pour extraire la composante AC du signal d'interférométrie spectrale.

La largeur à mi-hauteur de l'intensité temporelle associée à φ_{appl} est $\Delta_{t_{appl}} \sim 47.9$ fs et la largeur rms $\sigma_{appl} \sim 21.1$ fs. Pour celle calculée à partir de φ_{rec} , la largeur à mi-hauteur est $\Delta_{t_{mes}} \sim 48.4$ fs et la largeur rms $\sigma_{t_{mes}} \sim 22.1$ fs. Les largeurs rms ont été déterminées sur une fenêtre de 1017 fs correspondant à la largeur à 10^{-5} du filtre temporel.

La précision de mesure de la phase spectrale correspond à un écart sur la largeur à mi-hauteur de 0.5 fs et un écart sur la largeur rms de 1 fs.

4.7.4 Conclusion

Du fait du contraste fini des impulsions, la précision de mesure de la dispersion différentielle de l'interféromètre est de 0.1% sur le coefficient de Taylor d'ordre 2 et de $\sigma_{interfero} \sim 22.7$ mrad en termes d'écart rms. Les écarts associés sur les largeurs à mi-hauteur et rms de l'intensité temporelle calculée à partir des spectres mesurés sur chaque voie sont respectivement de 0.5 et 1 fs. La présence de répliques temporelles de l'impulsion principale est la cause principale de l'apparition d'oscillations d'amplitude importante sur la phase reconstruite et de la dégradation de la précision de mesure.

22. La méthodologie utilisée pour le calcul des intensités temporelles est détaillée en annexe E.2.

Conclusion du chapitre

Dans la technique d'interférométrie spectrale, le signal résultant de l'interférence entre deux impulsions décalées temporellement d'un retard τ est enregistré à l'aide d'un spectromètre. Le traitement numérique présenté dans ce chapitre permet, sur le support spectral commun aux deux impulsions, non seulement de reconstruire la différence de phase spectrale mais aussi, sous certaines conditions (Eqs. 4.13 et 4.14), leur amplitude spectrale.

Un montage d'interférométrie spectrale a été réalisé et installé en sortie de la ligne d'expérience n° 1 de la chaîne LUCA en vue de la caractérisation de la précision de façonnage en phase d'un AOPDF (présenté dans le chapitre 5). La caractérisation du montage en l'absence de ce dispositif a montré que :

- les deux voies de l'interferomètre ne sont pas équilibrées et la dispersion différentielle mesurée peut être approximée par une phase quadratique de 131.5 fs^2 ,
- le fonctionnement non-idéal du spectromètre ne limite pas la précision de mesure de la différence de phase en sortie d'interferomètre,
- le contraste fini (piédestal + répliques) des impulsions utilisées et, en particulier, la présence de répliques temporelles de l'impulsion principale sont à l'origine de l'apparition d'oscillations importantes sur la phase reconstruite (0.12 rad) et de la limitation de la précision de mesure,
- la précision de mesure de la dispersion différentielle est 0.1% sur le coefficient de Taylor d'ordre 2 et $\sigma_{interfero} \sim 22.7 \text{ mrad}$.

Pour améliorer nettement la précision de mesure, il faudrait s'affranchir des répliques temporelles présentes sur les impulsions en sortie de la chaîne LUCA. Il apparaît compliqué de déterminer l'origine de chaque réplique afin de la supprimer. En revanche, un moyen simple consisterait à filtrer ces impulsions par génération de polarisation croisée (XPW [59], chapitre 8) en amont du montage d'interférométrie spectrale.

Chapitre 5

Caractérisation d'un AOPDF par interférométrie spectrale

Bien que le premier AOPDF ait été commercialisé en 2000 et que ce type de dispositif soit largement utilisé aujourd'hui, la caractérisation de sa précision de façonnage a fait l'objet d'un nombre réduit d'études. Les valeurs de précision de façonnage de phases polynomiales d'ordre 1 à 4 mesurées dans la littérature ont été reportées dans le tableau 5.1.

	T.Oksenhendler et al.[36][60] IR (800 nm)	K.Osvey et al. [61] IR (800 nm)	D.J. McCabe et al.[62] UV (267 nm)
φ_1 (fs)	-	-	<2%
φ_2 (fs ²)	3.3%	1%	<6%
φ_3 (fs ³)	4%	3%	-
φ_4 (fs ⁴)	18.5%	-	-

TABLE 5.1 – Estimations de la précision de génération de phases polynomiales d'ordre 1 à 4 trouvées, à ce jour, dans la littérature.

Au début de ma thèse, seule la précision de génération de trois phases polynomiales $\varphi_2 = 6000 \text{ fs}^2$, $\varphi_3 = 2.10^5 \text{ fs}^3$ et $\varphi_4 = -2.10^6 \text{ fs}^4$ évaluée, par une mesure d'interférométrie spectrale à décalage (chapitre 7) avait été publiée [36] [60]. Depuis 2008, trois publications sont parus sur le sujet. Dans un compte-rendu de conférence, K. Osvey et al. [61] ont proposé à la fois de déterminer la précision de génération de phases quadratiques et cubiques et de caractériser la dispersion angulaire en sortie d'AOPDF. En 2010, S. Weber et al. [63] ont établi, dans l'UV (260-410 nm), par des mesures X-FROG (SFG ou DFG Frequency Resolved Optical Gating [64]), la très bonne précision de génération d'une phase cubique importante (-10^6 fs^3) sur des impulsions de durée FTL $\Delta t_{TL} \sim 55 \text{ fs}$ ainsi que celle de génération de multiples impulsions avec différents niveaux de complexité. Enfin, en 2011, D.J. McCabe et al. [62] ont proposé une étude par interférométrie spectrale résolue spatialement (SSI,[65]) des couplages spatio-temporels susceptibles d'apparaître dans un AOPDF travaillant dans l'UV pour différents façonnages en amplitude et en phase (re-

tard, phase quadratique, multiples impulsions, saut de phase). Le seul couplage observé est un déplacement latéral dépendant du retard de groupe. Les précisions de génération de retards et de phases quadratiques ont également été évaluées.

Dans ce chapitre, je propose une étude approfondie et systématique, par interférométrie spectrale, de la précision de génération de phases polynomiales d'ordre 2 à 4 ainsi que celle de génération de doubles impulsions. Les produits Temps-Fréquence (TBP_{rms} , section 1.2.2) associés aux phases polynomiales testées varient entre 0.5 et 5.4, les retards entre 500 fs et 3500 fs. L'analyse des phases quadratiques et cubiques et de la génération de doubles impulsions a été réalisée sur un support spatial $\Delta x \sim 5.6 \text{ mm}^1$ cinq fois plus grand que la taille habituelle du faisceau en entrée d'AOPDF. La compensation automatique de la dispersion optique de l'AOPDF (section 3.3.2) a également été caractérisée.

L'étude minutieuse du montage expérimental réalisée dans le chapitre 4 (avant introduction de l'AOPDF) a permis de déterminer la source prépondérante de perturbation de la précision de mesure : le contraste fini des impulsions et plus particulièrement la présence de répliques sur le profil temporel de ces impulsions. La procédure d'estimation de cette précision, mise en place au chapitre 4, est adaptée dans ce chapitre pour déterminer la précision de mesure de chaque phase étudiée. Cette étape permet d'identifier et de quantifier correctement les écarts à la phase appliquée observés expérimentalement.

Une interprétation de ces écarts est ensuite proposée via l'étude de sources d'erreurs de type systématiques comme : la calibration en longueurs d'onde de l'AOPDF, la précision de la longueur du cristal ou encore celle des formules de Sellmeier utilisées pour calculer l'impulsion électrique (section 3.2.3).

Enfin, l'interférométrie spectrale résolue spatialement est utilisée pour caractériser des phases spectrales plus complexes. Un exemple de mesure d'une phase sinusoïdale et d'un saut de phase sont notamment proposés à la fin de ce chapitre.

5.1 Montage expérimental, objectifs et méthodologie

Le montage d'interférométrie spectrale, présenté dans le chapitre 4 figure 4.11, est utilisé dans ce chapitre pour déterminer la précision du façonnage en phase spectrale d'un AOPDF. Pour cela, un AOPDF basé sur un cristal coupé en configuration dite "haute-résolution"² est installé sur la voie de mesure (schéma figure 5.1, photographie figure 5.2).

1. Largeur à $1/e^2$ en intensité.

2. Les caractéristiques de cette coupe ont été détaillées dans le chapitre 3.

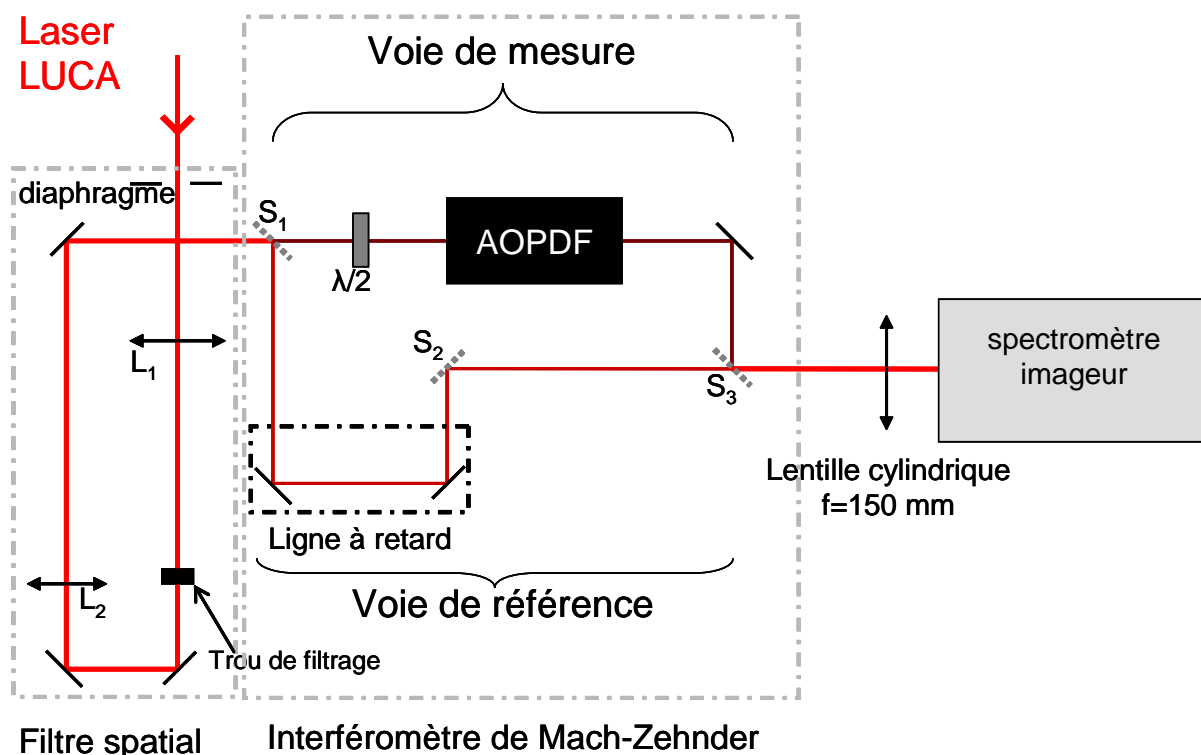


FIGURE 5.1 – Schéma du montage d'interférométrie spectrale en présence de l'AOPDF

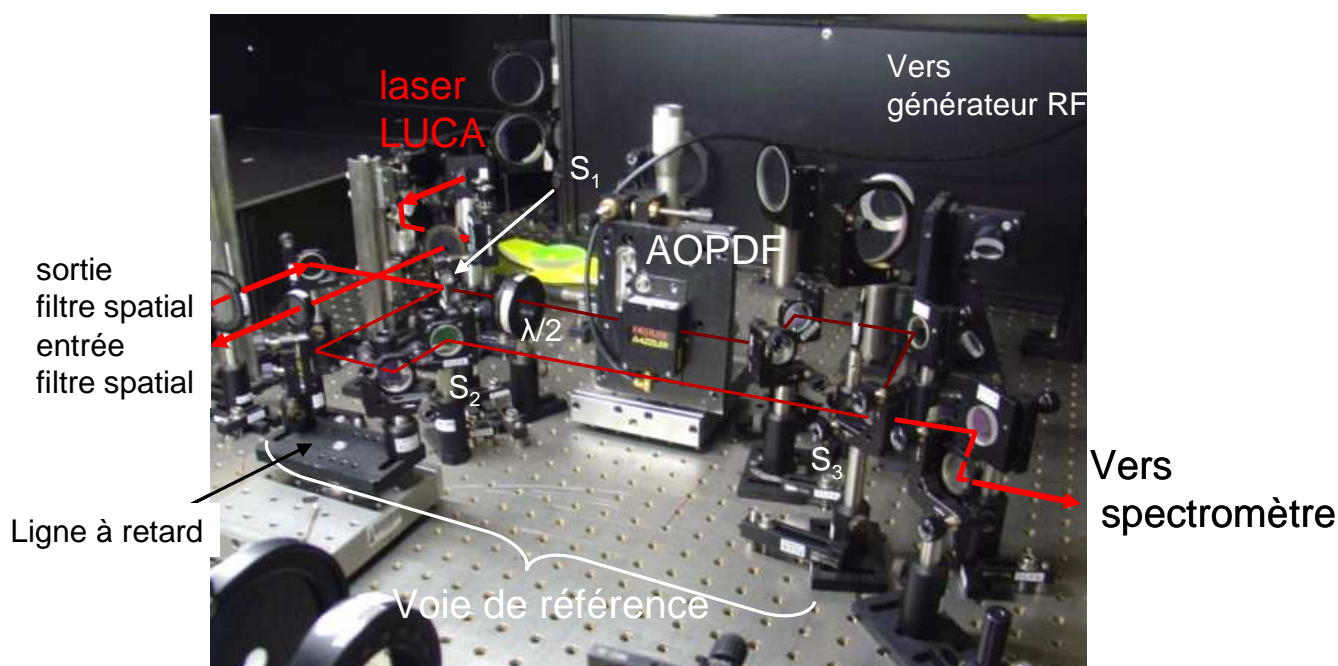


FIGURE 5.2 – Photographie de l'interféromètre de Mach-Zehnder

5.1.1 Mise en place de l'AOPDF

Afin de limiter l'effet, sur la mesure, du décalage spatial du faisceau diffracté en sortie de cristal (section 3.3.3), le plan de diffraction a été positionné parallèlement à la fente du spectromètre.

L'alignement optique du dispositif a été réalisé comme décrit dans la section 3.2.4. Les

axes de la lame demi-onde sont orientés de façon à assurer, en entrée d'AOPDF, une polarisation perpendiculaire au plan de diffraction. La calibration en longueur d'onde a été vérifiée. L'angle de divergence du faisceau incident est estimé à $\sim 0.01^\circ$ ³. Cette valeur est inférieure à la tolérance de 0.045° (section 3.2.4) et ne doit donc pas dégrader la résolution spectrale du dispositif (~ 0.3 nm). De plus, les impulsions acoustique et optique ont été correctement synchronisées dans le cristal (section 3.2.2).

La fonction de transfert de l'AOPDF (section 3.1.5) s'écrit :

$$H(\omega) = |H(\omega)| \exp[i\phi(\omega)] \quad (5.1)$$

où $|H(\omega)|$ est, pour ces expériences, une supergaussienne d'ordre 6 de largeur $\delta\lambda_0 = 60$ nm centrée sur la longueur d'onde centrale de l'impulsion optique incidente λ_0 , soit :

$$|H(\omega)| = \exp \left[- \left(\frac{\omega - \omega_0}{\delta\omega_0} \right)^6 \right] \quad (5.2)$$

avec : $\omega_0 = \frac{2\pi c}{\lambda_0}$ et $\delta\omega_0$ défini par [43] : $\delta\omega_0 = \omega_0 \left(\frac{\delta\lambda_0}{2\lambda_0} - \left(\frac{\delta\lambda_0}{2\lambda_0} \right)^3 \right)$.

L'énergie en entrée de dispositif est de $10 \mu J$, ce qui assure l'absence d'effet non-linéaire dans l'AOPDF⁴.

Le retard entre les deux voies de l'interféromètre est réglé à $\tau \sim +2$ ps à l'aide de la ligne à retard.

5.1.2 Filtrage spatial en amont de l'interféromètre

Dans le chapitre 4, j'ai montré que la présence de répliques décalées temporellement de l'impulsion principale (hautes "fréquences" temporelles), en sortie de chaîne LUCA, dégrade la mesure d'interférométrie spectrale. La caractérisation du façonnage en phase de l'AOPDF est réalisée sur deux dimensions : une spectrale ω et une spatiale x . Par analogie avec le domaine temporel, on déduit que la présence de hautes fréquences spatiales sur le faisceau en amont de l'interféromètre peut nuire à la qualité de cette caractérisation. Pour éliminer ces hautes fréquences, j'ai donc installé un filtre spatial en amont de ce montage (schéma figure 5.1, photographie 5.3).

3. La divergence du faisceau a été contrôlée sur 4 m de propagation. La collimation du faisceau est obtenue avec une précision estimée à 1 mm sur le diamètre du faisceau soit un angle de divergence de 0.01° .

4. Le seuil d'énergie au-delà duquel des effets non-linéaires sont susceptibles de se produire est d'environ $30 \mu J$ pour des impulsions de durée ≤ 1 ps.

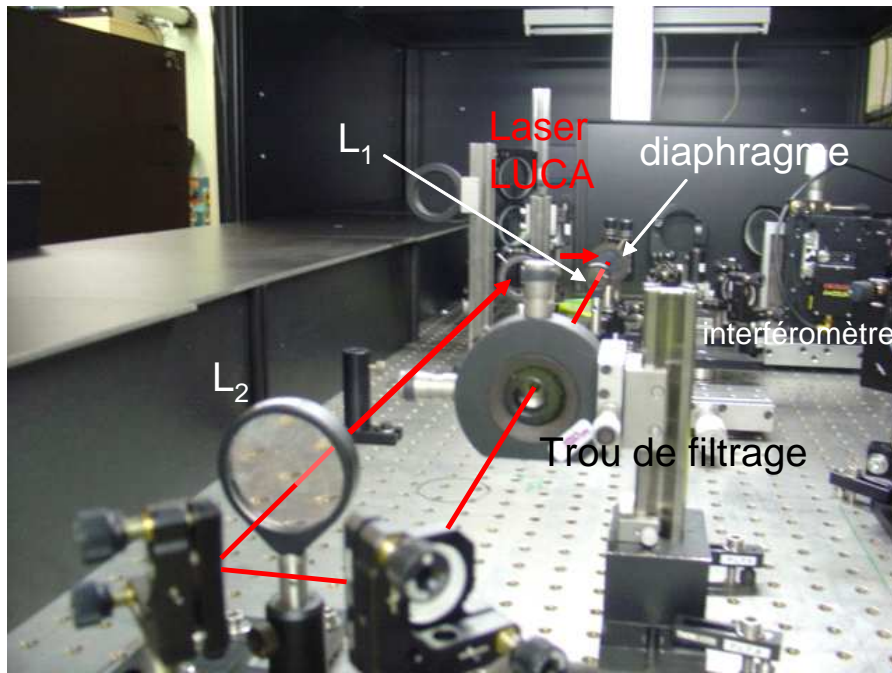


FIGURE 5.3 – Photographie du montage de filtrage spatial

Il est constitué :

- d'un diaphragme de rayon $a \sim 4.5$ mm,
- d'un afocal à deux lentilles L_1 et L_2 en silice de focales respectives $f_1 = 500$ mm et $f_2 = 400$ mm,
- d'un trou de filtrage de rayon $r_0 = 100$ μm .

L'objectif initial de ces expériences était de caractériser la phase spectrale appliquée par l'AOPDF sur les 10 mm de la colonne acoustique (suivant x). La taille du détecteur étant limitée à 6.9 mm suivant x , cette caractérisation ne peut être effectuée que sur une partie de la colonne acoustique d'environ 5.5 à 6 mm. Le grossissement de l'afocal a donc été choisi pour obtenir un faisceau de diamètre de l'ordre de 5.5 à 6 mm (largeur à $1/e^2$ en intensité) en sortie de celui-ci. Le dimensionnement global du filtre est détaillé dans l'annexe E.3.

Les profils spatiaux du faisceau en entrée de filtre (derrière le diaphragme) et en sortie de celui-ci sont respectivement donnés figure 5.4 a et b. Le faisceau présente un profil spatial quasi-uniforme de largeur ~ 9 mm derrière le diaphragme et un profil gaussien de largeur à $1/e^2$ égale à 5.6 mm en sortie de filtre.

Il est important de rappeler que, pour les applications courantes de l'AOPDF, le diamètre de faisceau utilisé est au moins cinq fois plus petit.

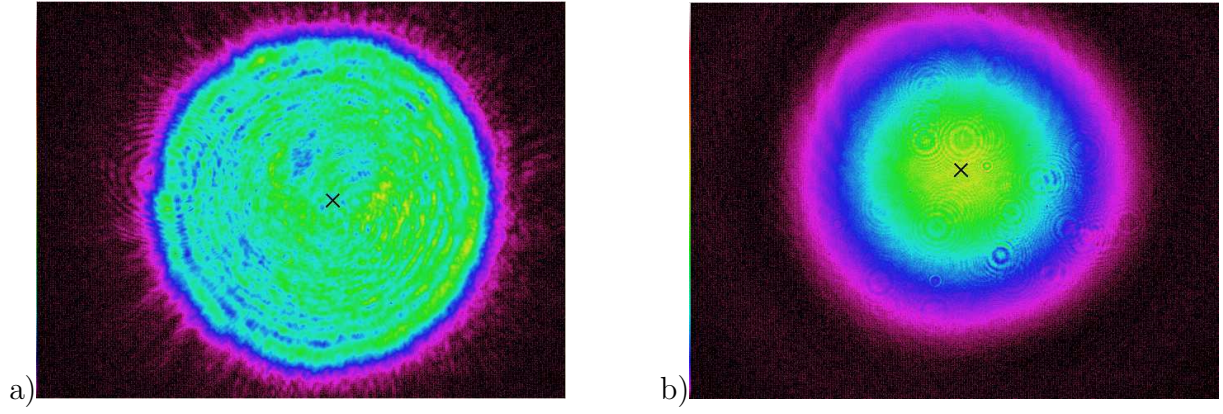


FIGURE 5.4 – Profil spatial du faisceau (a) en entrée de filtre spatial derrière le diaphragme, (b) en sortie de filtre spatial (34 cm après la lentille L_2)

5.1.3 Spectre des impulsions sur chaque voie

Les spectres des impulsions, mesurés indépendamment, en sortie de la voie de référence et en sortie de celle de mesure en présence de l'AOPDF sont reportés respectivement figure 5.5a et b. Les modulations spatiales observées suivant x sur la figure b sont liées à une variation de l'efficacité de diffraction dans les plans perpendiculaires au plan de diffraction. Une analyse détaillée de ces spectres et de leur transformée de Fourier 2D (par rapport à x et ω), proposée en annexe E.4, montrent la présence de répliques décalées temporellement de l'impulsion principale comme observé en $x = x_0 \sim 3.9$ mm dans le chapitre 4 (section 4.13).

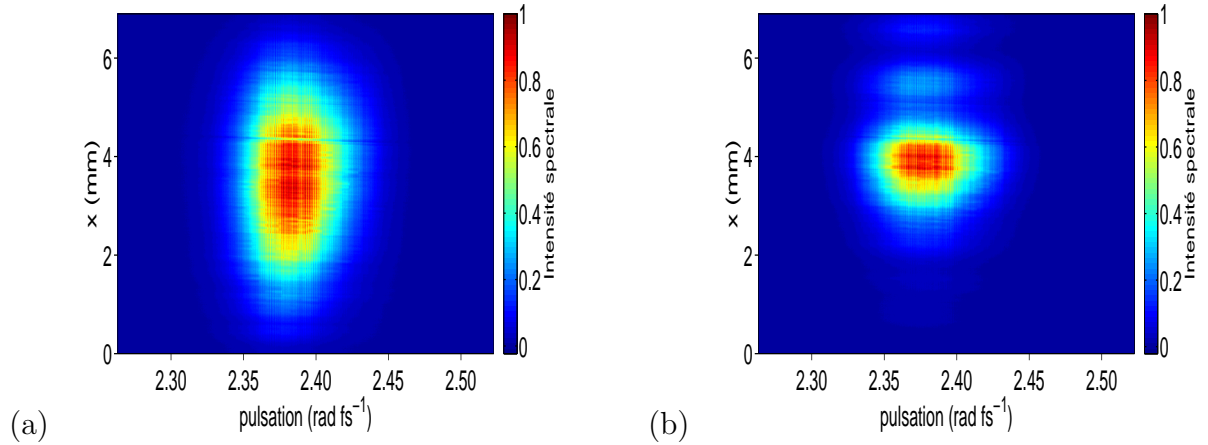


FIGURE 5.5 – Spectres des impulsions de la voie de référence (a) et de la voie de mesure en présence de l'AOPDF (b)

5.1.4 Objectifs et présentation des expériences

Dans ce chapitre, il s'agit de déterminer, par interférométrie spectrale :

- la précision du mode de compensation automatique de la dispersion optique de l'AOPDF (section 3.3.2),

- la précision de génération de phases polynomiales d'ordre 1 à 4.

Afin de réaliser l'étude sur les phases polynomiales, j'ai testé :

- six valeurs de phases quadratiques entre -3000 fs^2 et 3000 fs^2 par pas de 1000 fs^2 ,
- six valeurs de phases cubiques entre -200100 fs^3 et 200100 fs^3 par pas de 66700 fs^3 ,
- six valeurs de phases polynomiales d'ordre 4 entre $-10.8\text{E}6 \text{ fs}^4$ et $10.8\text{E}6 \text{ fs}^4$ par pas de $3.6\text{E}6 \text{ fs}^4$,
- la génération de doubles impulsions pour onze valeurs différentes du retard entre ces deux impulsions entre 500 fs et 3500 fs .

Le produit "Temps-fréquence" (TBP_{rms} , section 1.2.2) associé aux phases polynomiales d'ordre 2 à 4 testées varie entre 0.5 et 5.4.

Je désignerai, dans la suite, par :

- expérience n°1 l'étude de la compensation automatique de la dispersion optique de l'AOPDF,
- expérience n°2 l'étude de la génération de phases polynomiales d'ordre ≥ 2 .

Le cas de la génération de doubles impulsions, pour lequel seule la voie de mesure est utilisée, est traité indépendamment plus loin dans ce chapitre (section 5.5).

Dans cette section, je présente, dans les autres cas, les expressions de la fonction de transfert de l'AOPDF et du signal d'interférométrie spectrale mesuré.

Pour chaque fonction de transfert $H(\omega) = |H(\omega)| \exp[i\phi(\omega)]$ programmée avec l'AOPDF, la fonction de transfert appliquée à l'impulsion optique incidente est susceptible de dépendre de la position spatiale x et sera notée $H_{appl}(x, \omega)$:

$$H_{appl}(x, \omega) = |H_{appl}(x, \omega)| \exp[i\phi(x, \omega)] \quad (5.3)$$

Dans le cadre de ces expériences, chaque phase $\phi(\omega)$ programmée avec l'AOPDF se décompose en deux termes (section 3.3.2) :

$$\phi(\omega) = \phi_{sh}(\omega) + \phi_{comp}(\omega) \quad (5.4)$$

où ϕ_{comp} est la phase programmée pour compenser la dispersion optique ($\phi_{cristal}$) du cristal de TeO_2 et ϕ_{sh} la phase programmée hors compensation ($\phi_{sh} = 0$ pour l'expérience n°1). De même, la phase appliquée $\phi(x, \omega)$ correspondante peut être décomposée en deux termes :

$$\phi(x, \omega) = \phi_{sh}(x, \omega) + \phi_{comp}(x, \omega) \quad (5.5)$$

où ϕ_{sh} est la phase appliquée pour une phase programmée ϕ_{sh} et ϕ_{comp} la phase appliquée pour une phase programmée ϕ_{comp} .

Le signal d'interférométrie spectrale mesuré pour chaque phase $\phi(\omega)$ programmée est ⁵ :

$$S(x, \omega) \propto |\mathcal{E}_0(x, \omega)|^2 [1 + |H_{appl}(x, \omega)|^2 + |H_{appl}(x, \omega)| \cos(\omega\tau_{AOPDF} + \varphi(x, \omega) + \varphi_{cristal}(x, \omega) + \varphi_{interfero}(x, \omega))] \quad (5.6)$$

où $|\mathcal{E}_0(x, \omega)|^2$ est le spectre des impulsions en entrée d'interféromètre et τ_{AOPDF} le retard entre les deux voies de celui-ci.

En décomposant $\varphi(x, \omega)$ de la même manière que dans l'équation 5.5, on a :

$$S(x, \omega) \propto |\mathcal{E}_0(x, \omega)|^2 [1 + |H_{appl}(x, \omega)|^2 + |H_{appl}(x, \omega)| \cos(\omega\tau_{AOPDF} + \varphi_{sh}(x, \omega) + \varphi_{comp}(x, \omega) + \varphi_{cristal}(x, \omega) + \varphi_{interfero}(x, \omega))] \quad (5.7)$$

En d'autres termes, l'objectif de ces expériences est :

- de comparer φ_{comp} à $\varphi_{cristal}$ en mesurant la somme de ces deux phases pour déterminer la précision de la compensation automatique de la dispersion optique de l'AOPDF,
- de comparer φ_{sh} à ϕ_{sh} pour déterminer la précision de génération des phases polynomiales.

Les deux sections suivantes présentent, dans le détail, les différents traitements mis en place pour la reconstruction et l'analyse de ces quantités et, en particulier, l'ensemble des notations utilisées.

5.1.5 Mesure et reconstruction de la phase appliquée

Pour chaque phase testée, 21 mesures monocoups sont réalisées afin de limiter l'effet des fluctuations tir à tir sur la précision de la mesure. Chaque interférogramme mesuré est d'abord analysé pour une position spatiale donnée $x = x_0 \sim 3.9$ mm puis sur la totalité du support spatial du signal mesuré.

Reconstruction de la phase en $x = x_0$

La procédure suivie pour le traitement de l'interférogramme en $x = x_0$ est similaire à celle adoptée, dans le chapitre 4, pour la caractérisation de l'interféromètre (section 4.5.1). La largeur δh_{k_y} , l'ordre n et le centre k_{y0} du filtre (Eq. 4.24) utilisé pour isoler la composante AC sont adaptés pour chaque phase programmée afin de limiter l'effet du contraste temporel des impulsions sur la mesure (sections 4.2.5 et 4.7). On reconstruit ainsi 21 phases $\Phi_j(x_0, \omega)$ correspondant à :

$$\Phi_j(x_0, \omega) = \omega\tau_{AOPDF} + \varphi_{sh}(x_0, \omega) + \varphi_{comp}(x_0, \omega) + \varphi_{cristal}(x_0, \omega) + \varphi_{interfero}(x_0, \omega) \quad (5.8)$$

5. en supposant que 50% de l'énergie incidente sur la séparatrice S_1 est transmise et les 50 autre % réfléchie.

Pour déterminer les quantités recherchées ($\varphi_{\text{comp}} + \varphi_{\text{cristal}}$ pour l'expérience n°1 et φ_{sh} pour l'expérience n°2), une phase de référence $\varphi_{\text{ref}}(x_0, \omega)$ est soustraite à chaque phase $\Phi_j(x_0, \omega)$. Cette phase de référence est obtenue, en moyennant sur 21 tirs :

- la dispersion différentielle de l'interféromètre, retard compris, $\varphi_{\text{interfero}}(x_0, \omega) + \omega\tau_{\text{interfero}}$ mesurée au chapitre 4 (section 4.5), dans le cas de l'expérience n°1,
- la phase $\omega\tau'_{\text{AOPDF}} + \varphi_{\text{comp}}(x_0, \omega) + \varphi_{\text{cristal}}(x_0, \omega) + \varphi_{\text{interfero}}(x_0, \omega)$ mesurée pour une phase ϕ_{comp} programmée avec l'AOPDF, dans le cas de l'expérience n°2.

Pour chaque phase programmée, 21 phases $\Delta\varphi_{f_j}$ sont ainsi déterminées :

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_{f_j}(x_0, \omega) &= \omega(\tau_{\text{AOPDF}} - \tau_{\text{interfero}}) + \varphi_{\text{comp}}(x_0, \omega) + \varphi_{\text{cristal}}(x_0, \omega) \\ &\quad \text{dans le cas de l'expérience n°1} \\ &= \omega(\tau_{\text{AOPDF}} - \tau'_{\text{AOPDF}}) + \varphi_{sh}(x_0, \omega) \\ &\quad \text{dans le cas de l'expérience n°2}\end{aligned}$$

Le retard résiduel⁶ est soustrait par un ajustement polynomial en $\omega - \omega_0$ ($\omega_0 \sim 2.37 \text{ rad fs}^{-1}$, soit $\lambda_0 \sim 793 \text{ nm}$) de la phase $\Delta\varphi_{f_j}$ coupée à 3% du maximum de l'enveloppe AC à l'ordre 2 et pondéré par cette enveloppe dans le cas de l'expérience n°1, à l'ordre de la phase ϕ_{sh} programmée et sans pondération par l'enveloppe AC dans le cas de l'expérience n°2⁷. Cet ajustement permet également de déterminer les coefficients coeffs_j du développement de Taylor de cette phase autour de ω_0 et donc leur moyenne sur 21 mesures coeffs_m .

Après soustraction du retard résiduel, la moyenne des 21 phases $\Delta\varphi_{f_j}(x_0, \omega)$ est calculée et on détermine la phase $\Delta\varphi_f(x_0, \omega)$:

$$\Delta\varphi_f(x_0, \omega) = \varphi_{\text{comp}}(x_0, \omega) + \varphi_{\text{cristal}}(x_0, \omega) \quad (5.9)$$

dans le cas de l'expérience n°1

$$= \varphi_{sh}(x_0, \omega) \quad (5.10)$$

dans le cas de l'expérience n°2

Reconstruction de la phase appliquée sur le support spatial de \mathcal{E}_0

Cette reconstruction a été effectuée uniquement dans le cas de l'expérience n°2. La procédure suivie est l'extension sur deux dimensions du traitement précédent. Chaque interférogramme est traité par transformée de Fourier 2D par rapport aux variables spatiales x et y (section 4.3.1). La composante AC est isolée à l'aide d'un filtre supergaussien h_{f2D} (Eq. 4.31) dont l'ordre n , la largeur à mi-hauteur $\delta h_{f2D}^{k_y}$ et le centre k_{y_0} sont les mêmes que dans la section précédente. De plus, le centre du filtre suivant k_x est : $k_{x_0} = 0 \text{ mm}^{-1}$ et la largeur à mi-hauteur : $\delta h_{f2D}^{k_x} \sim 234 \text{ mm}^{-1}$. Chacune des 21 phases reconstruites $\Phi_j(x, \omega)$

6. $\tau_{\text{AOPDF}} - \tau_{\text{interfero}}$ dans le cas de l'expérience n°1, $\tau_{\text{AOPDF}} - \tau'_{\text{AOPDF}}$ pour l'expérience n°2.

7. Dans ce cas, la présence d'un retard résiduel $\tau_{\text{AOPDF}} - \tau'_{\text{AOPDF}}$ s'explique par les fluctuations tir à tir du retard entre les deux voies de l'interféromètre. En l'absence de fluctuations tir à tir, on obtiendrait $\tau_{\text{AOPDF}} = \tau'_{\text{AOPDF}}$.

correspond, après dépliement (section 4.3.2), à :

$$\Phi_j(x, \omega) = \omega\tau_{\text{AOPDF}} + \varphi_{sh}(x, \omega) + \varphi_{\text{comp}}(x, \omega) + \varphi_{\text{cristal}}(x, \omega) + \varphi_{\text{interfero}}(x, \omega) \quad (5.11)$$

La phase de référence soustraite à chaque phase Φ_j est obtenue, en moyennant sur 21 tirs, la phase $\omega\tau'_{\text{AOPDF}} + \varphi_{\text{comp}}(x, \omega) + \varphi_{\text{cristal}}(x, \omega) + \varphi_{\text{interfero}}(x, \omega)$ mesurée pour une phase ϕ_{comp} programmée avec l'AOPDF. 21 phases $\Delta\varphi_{f_j}(x, \omega)$ sont ainsi déterminées :

$$\Delta\varphi_{f_j} = \omega(\tau_{\text{AOPDF}} - \tau'_{\text{AOPDF}}) + \varphi_{sh}(x_0, \omega)$$

Le retard résiduel est soustrait en utilisant la méthode décrite au chapitre 4 dans la section 4.3.2. L'ajustement polynomial est réalisé sur la phase $\Delta\varphi_{f_j}(x, \omega)$ en $\omega - \omega_0$ ($\omega_0 \sim 2.37 \text{ rad fs}^{-1}$, soit $\lambda_0 \sim 793 \text{ nm}$) et $x - x_0$ à l'ordre de la phase ϕ_{sh} programmée. L'ajustement a lieu sur le domaine où l'enveloppe AC normalisée est supérieure à 0.03 (3% du maximum). Il n'y a pas de pondération. Grâce à cet ajustement, les coefficients coeffs_j^{2D} du développement de Taylor de $\Delta\varphi_{f_j}$ en ω_0 et x_0 (Eq. 5.12 à l'ordre 4) sont déterminés.

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{f_j}(x, \omega) &= \varphi_0 + \varphi_{1x}(x - x_0) + \varphi_1(\omega - \omega_0) && \text{(ordre 0 + 1)} \\ &+ \frac{\varphi_{2x}}{2}(x - x_0)^2 + \frac{\varphi_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \varphi_{x\omega}(x - x_0)(\omega - \omega_0) && \text{(ordre 2)} \\ &+ \frac{\varphi_{3x}}{6}(x - x_0)^3 + \frac{\varphi_{2x\omega}}{2}(x - x_0)^2(\omega - \omega_0) + \frac{\varphi_{x2\omega}}{2}(x - x_0)(\omega - \omega_0)^2 \\ &+ \frac{\varphi_3}{6}(\omega - \omega_0)^3 && \text{(ordre 3)} \\ &+ \frac{\varphi_{4x}}{24}(x - x_0)^4 + \frac{\varphi_{3x\omega}}{6}(x - x_0)^3(\omega - \omega_0) + \frac{\varphi_{2x2\omega}}{4}(x - x_0)^2(\omega - \omega_0)^2 \\ &+ \frac{\varphi_{x3\omega}}{6}(x - x_0)(\omega - \omega_0)^3 + \frac{\varphi_{4\omega}}{24}(\omega - \omega_0)^4 && \text{(ordre 4)} \\ & && (5.12) \end{aligned}$$

La moyenne coeffs_m^{2D} sur chaque coefficient d'ordre différent est ensuite calculée.

$$\text{coeffs}_m^{2D} = \frac{1}{21} \sum_{j=0}^{20} \text{coeffs}_j^{2D}$$

Après soustraction du retard résiduel, la moyenne des 21 phases $\Delta\varphi_{f_j}(x, \omega)$ est calculée et on détermine la phase $\Delta\varphi_f(x, \omega)$:

$$\Delta\varphi_f(x, \omega) = \varphi_{sh}(x, \omega) \quad (5.13)$$

5.1.6 Analyse de la phase mesurée - Notations

La comparaison des phases $\Delta\varphi_f(x_0, \omega)$ et $\Delta\varphi_f(x, \omega)$ à la phase ϕ_{sh} programmée ($\phi_{sh} = 0$ pour l'expérience n°1) et l'analyse des coefficients coeffs_m et coeffs_m^{2D} constituent deux approches complémentaires pour caractériser la précision de la compensation automatique

de la dispersion optique de l'AOPDF et celle de la génération de phases polynomiales. C'est pourquoi, ces deux approches sont appliquées dans ce chapitre pour chaque phase ϕ_{sh} . Cette étude nécessite, cependant, une étape préliminaire : la détermination de la précision de mesure des phases $\Delta\varphi_f(x_0, \omega)$ et $\Delta\varphi_f(x, \omega)$ et des coefficients coeffs_m et coeffs_m^{2D} . Cette étape est détaillée ci-dessous.

Détermination de la précision intrinsèque à la mesure

Je définis par précision intrinsèque d'une mesure, la valeur limite en-dessous de laquelle l'écart à la phase programmée mesuré ne peut pas être attribué à l'AOPDF.

J'ai démontré dans le chapitre 4 que la précision de mesure de la différence de phase en sortie d'interféromètre est limitée par le contraste fini (piédestal + répliques) des impulsions utilisées. Une méthode de détermination de cette précision, basée sur le calcul de l'interférogramme à partir à la fois des spectres mesurés indépendamment sur chaque voie et de l'ajustement polynomial de la phase mesurée, a été également proposée. Cette méthode est adaptée, dans ce chapitre, pour estimer la précision de mesure de $\Delta\varphi_f(x_0, \omega)$, $\Delta\varphi_f(x, \omega)$, coeffs_m et coeffs_m^{2D} . Comme cette précision dépend de la largeur du filtre temporel utilisé pour isoler la composante AC (section 4.7) et que cette largeur est différente pour chaque phase ϕ_{sh} programmée, cette précision sera déterminée pour chacune de ces phases.

La procédure d'estimation de la précision de mesure des coefficients de Taylor coeffs_m et de $\Delta\varphi_f$ se décompose en trois étapes. Elle repose sur la reconstruction de la phase $\Delta\varphi_f(x, \omega)$, à partir d'interférogrammes simulés, par le même traitement que celui utilisé sur les interférogrammes expérimentaux (section 5.1.5).

• Etape 1 :

Il s'agit d'estimer la précision de reconstruction de la phase de référence φ_{ref} . Pour cela, on calculera, dans le cas de l'expérience n°1, le signal d'interférométrie spectrale associé à l'interférence de deux impulsions :

- de spectres égaux à ceux mesurés expérimentalement sur chaque voie de l'interféromètre en l'absence d'AOPDF,
- de différence de phase spectrale égale à l'ajustement polynomial de $\varphi_{interfero}$,
- décalées temporellement d'un retard $\tau_{interfero}$.

Dans le cas de l'expérience n°2, on calculera le signal d'interférométrie spectrale associé à l'interférence de deux impulsions :

- de spectres respectivement égaux à ceux mesurés expérimentalement sur chaque voie de l'interféromètre pour une phase ϕ_{comp} programmée avec l'AOPDF,
- de différence de phase spectrale égale à l'ajustement polynomial de $\varphi_{ref} = \varphi_{interfero} + \varphi_{cristal} + \varphi_{comp}$,

– décalées temporellement d'un retard τ'_{AOPDF} .

La différence de phase utilisée pour calculer l'interférogramme est notée ϕ_{ref}^{simu} . La phase reconstruite par le traitement exposé dans la section 5.1.5 est notée φ_{ref}^{simu} .

•Etape 2 :

Elle consiste à estimer la précision de reconstruction de la phase Φ_j (j quelconque, Eqs 5.8 et 5.11). Pour cela, un nouvel interférogramme est calculé à partir des spectres mesurés indépendamment sur chaque voie pour une phase ϕ_{comp} , une différence de phase spectrale Φ_{simu} égale à l'ajustement polynomial de Φ_j et un retard τ_{AOPDF} . Afin de prendre en compte la dépendance de l'efficacité de diffraction du dispositif avec la phase appliquée et de reproduire le plus fidèlement possible le rapport signal à bruit et le contraste des franges obtenus expérimentalement, le spectre de la voie de mesure est multiplié par un facteur correctif adapté à chaque phase programmée. La phase reconstruite par le traitement exposé dans la section 5.1.5 est notée Φ_{simu}^{rec} .

Enfin, la différence $\Delta\varphi_f^{simu} = \Phi_{simu}^{rec} - \varphi_{ref}^{simu}$ est calculée et comparée à la phase appliquée $\Delta\phi_f^{simu} = \Phi_{simu} - \phi_{ref}^{simu}$. On en déduit les écarts rms $\sigma_{interfero}$ et $\sigma_{interfero}^{2D}$:

$$\sigma_{interfero} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N_\omega-1} (\Delta\varphi_f^{simu}(x_0, \omega_i) - \Delta\phi_f^{simu}(x_0, \omega_i))^2}{N_\omega}} \quad (5.14)$$

$$\sigma_{interfero}^{2D} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N_\omega-1} \sum_{k=0}^{N_x-1} (\Delta\varphi_f^{simu}(x_k, \omega_i) - \Delta\phi_f^{simu}(x_k, \omega_i))^2}{N_x N_\omega}} \quad (5.15)$$

où N_ω est le nombre de points suivant ω et N_x le nombre de points suivant x .

Les ajustements polynomiaux de $\Delta\varphi_f^{simu}(x_0, \omega)$ et $\Delta\varphi_f^{simu}(x, \omega)$ similaires à ceux effectués sur les données expérimentales (section 5.1.5) permettent de déterminer les coefficients de leur développement de Taylor respectivement $coeffs^{simu}$ en ω_0 et $coeffs2D^{simu}$ en ω_0 et x_0 . Ces derniers sont comparés à ceux de la phase initiale $coeffs_{ini}^{simu}$ et $(coeffs)2D_{ini}^{simu}$. Leur précision de mesure est donnée par les écarts relatifs $\epsilon_{coeffs}^{interfero}$ et $\epsilon_{coeffs2D}^{interfero}$:

$$\epsilon_{coeffs}^{interfero} = \frac{coeffs_{ini}^{simu} - coeffs^{simu}}{coeffs_{ini}^{simu}} \quad (5.16)$$

$$\epsilon_{coeffs2D}^{interfero} = \frac{coeffs2D_{ini}^{simu} - coeffs2D^{simu}}{coeffs2D_{ini}^{simu}} \quad (5.17)$$

Deux types d'analyses apportant des informations complémentaires sont effectués sur les phases expérimentales : une analyse en terme de coefficients de Taylor et une analyse en terme de phase résiduelle.

Analyse des phases expérimentales en terme de coefficients de Taylor

Le coefficient de Taylor d'ordre le plus élevé de la phase ϕ_{sh} programmée est noté coeffs_{prog} . La précision de génération de cette phase est caractérisée par les écarts relatifs ϵ_{coeffs} et ϵ_{coeffs}^{2D} avec les coefficients correspondant coeffs_m et coeffs_m^{2D} déterminés respectivement par l'analyse en $x = x_0$ et sur l'ensemble du détecteur (section 5.1.5).

$$\epsilon_{coeffs} = \frac{\text{coeffs}_{prog} - \text{coeffs}_m}{\text{coeffs}_{prog}} \quad (5.18)$$

$$\epsilon_{coeffs}^{2D} = \frac{\text{coeffs}_{prog} - \text{coeffs}_m^{2D}}{\text{coeffs}_{prog}} \quad (5.19)$$

Les précisions de détermination des coefficients coeffs_m et coeffs_m^{2D} sont données par les grandeurs $\epsilon_{coeffs}^{interfero}$ (Eq. 5.16) et $\epsilon_{coeffs2D}^{interfero}$ (Eq. 5.17).

La pertinence des ajustements polynomiaux effectués sur $\Delta\varphi_{f_j}(x_0, \omega)$ et $\Delta\varphi_{f_j}(x, \omega)$ est caractérisée par les écarts rms σ_{poly}^j (Eq. 4.12) et σ_{poly2D}^j (Eq. 4.39). Seules leurs moyennes σ_{poly}^m et σ_{poly2D}^m sont reportées dans ce manuscrit.

$$\sigma_{poly}^m = \frac{1}{21} \sum_{j=0}^{20} \sigma_{poly}^j \quad (5.20)$$

$$\sigma_{poly2D}^m = \frac{1}{21} \sum_{j=0}^{20} \sigma_{poly2D}^j \quad (5.21)$$

Bien que le fait de moyenner chaque grandeur sur 21 tirs limite l'effet des fluctuations tir à tir de la phase sur la précision de mesure, il est intéressant de les quantifier. Pour cela, on calcule les variations rms σ_{coeffs} et σ_{coeffs}^{2D} associées aux 21 coefficients coeffs_j et aux 21 coefficients coeffs_j^{2D} .

$$\sigma_{coeffs} = \sqrt{\frac{\sum_{j=0}^{20} (\text{coeff}_j - \text{coeff}_m)^2}{21}} \quad (5.22)$$

$$\sigma_{coeffs}^{2D} = \sqrt{\frac{\sum_{j=0}^{20} (\text{coeffs}_j^{2D} - \text{coeffs}_m^{2D})^2}{21}} \quad (5.23)$$

Analyse en terme de phase résiduelle

La précision de génération de chaque phase ϕ_{sh} programmée est caractérisée en terme d'écart rms σ_φ et σ_φ^{2D} :

$$\sigma_\varphi = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N_\omega-1} (\Delta\varphi_f(x_0, \omega_i) - \phi_{sh}(\omega_i))^2}{N_\omega}} \quad (5.24)$$

$$\sigma_\varphi^{2D} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N_\omega-1} \sum_{k=0}^{N_x-1} (\Delta\varphi_f(x_k, \omega_i) - \phi_{sh}(\omega_i))^2}{N_x N_\omega}} \quad (5.25)$$

Les précisions avec lesquelles les phases $\Delta\varphi_f(x_0, \omega)$ et $\Delta\varphi_f(x, \omega)$ sont mesurées sont respectivement données par $\sigma_{interfero}$ (Eq. 5.14) et $\sigma_{interfero}^{2D}$ (Eq. 5.15).

Les variations tir à tir des phases $\Delta\varphi_f^j(x_0, \omega)$ et $\Delta\varphi_f^j(x, \omega)$ sont exprimées en terme de fluctuations rms :

$$\epsilon_{fluct}(\omega) = \sqrt{\frac{\sum_{j=0}^{20} (\Delta\varphi_f^j(x_0, \omega) - \Delta\varphi_f(x_0, \omega))^2}{21}} \quad (5.26)$$

$$\epsilon_{fluct}^{2D}(x, \omega) = \sqrt{\frac{\sum_{j=0}^{20} (\Delta\varphi_f^j(x, \omega) - \Delta\varphi_f(x, \omega))^2}{21}} \quad (5.27)$$

De façon à pouvoir comparer ces fluctuations aux écarts σ_φ et σ_φ^{2D} mesurés, elles sont également caractérisées par les grandeurs σ_{fluct} et σ_{fluct}^{2D} .

$$\sigma_{fluct} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N_\omega-1} (\epsilon_{fluct}(x_0, \omega_i))^2}{N_\omega}} \quad (5.28)$$

$$\sigma_{fluct}^{2D} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N_\omega-1} \sum_{k=0}^{N_x-1} (\epsilon_{fluct}(x_k, \omega_i))^2}{N_\omega N_x}} \quad (5.29)$$

5.1.7 Signification des coefficients de Taylor - Ordres de grandeurs

Considérons le développement de Taylor à l'ordre 4 en $x - x_0$ et $\omega - \omega_0$ de la phase $\Delta\varphi_{f_j}$ donnée dans l'équation 5.12 et rappelée ci-dessous :

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{f_j}(x, \omega) &= \varphi_0 + \varphi_{1x}(x - x_0) + \varphi_1(\omega - \omega_0) && \text{(ordre 0 + 1)} \\ &+ \frac{\varphi_{2x}}{2}(x - x_0)^2 + \frac{\varphi_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \varphi_{x\omega}(x - x_0)(\omega - \omega_0) && \text{(ordre 2)} \\ &+ \frac{\varphi_{3x}}{6}(x - x_0)^3 + \frac{\varphi_{2x\omega}}{2}(x - x_0)^2(\omega - \omega_0) + \frac{\varphi_{x2\omega}}{2}(x - x_0)(\omega - \omega_0)^2 \\ &+ \frac{\varphi_3}{6}(\omega - \omega_0)^3 && \text{(ordre 3)} \\ &+ \frac{\varphi_{4x}}{24}(x - x_0)^4 + \frac{\varphi_{3x\omega}}{6}(x - x_0)^3(\omega - \omega_0) + \frac{\varphi_{2x2\omega}}{4}(x - x_0)^2(\omega - \omega_0)^2 \\ &+ \frac{\varphi_{x3\omega}}{6}(x - x_0)(\omega - \omega_0)^3 + \frac{\varphi_{4\omega}}{24}(\omega - \omega_0)^4 && \text{(ordre 4)} \end{aligned} \quad (5.30)$$

Si les coefficients de Taylor associés aux différentes puissances de $\omega - \omega_0$ sont très largement utilisés ($\varphi_1, \varphi_2, \dots$), ce n'est pas le cas des coefficients associés aux différentes puissances de $x - x_0$ ainsi qu'aux couplages entre x et ω . C'est pourquoi, je rappelle ici l'interprétation des coefficients utilisés dans l'analyse des résultats expérimentaux de ce chapitre, soit :

$$\varphi_{1x}, \varphi_{2x}, \varphi_{4x}, \varphi_{x\omega}, \varphi_{2x\omega}, \varphi_{x2\omega}, \varphi_{\omega 3x}, \varphi_{2\omega 2x} \text{ et } \varphi_{3\omega x}$$

De manière générale, les coefficients ne dépendant que de la position spatiale x traduisent une différence entre les fronts d'onde des impulsions qui interfèrent. φ_{1x} est relié à la présence d'un angle d'inclinaison entre ces deux fronts d'onde. φ_{2x} peut être attribué à une divergence différente suivant x entre les faisceaux de chaque voie, φ_{4x} à la présence d'un terme d'aberration sphérique résiduel en sortie d'interféromètre.

Les coefficients dépendant à la fois de x et de ω indiquent une dépendance de la différence de retard de groupe entre les deux impulsions avec la position spatiale. Ainsi, les coefficients $\varphi_{x\omega}$, $\varphi_{2x\omega}$ et $\varphi_{\omega 3x}$ traduisent une dépendance spatiale respectivement linéaire, quadratique et cubique de la différence entre les fronts d'impulsion des deux impulsions qui interfèrent. Les coefficients $\varphi_{x2\omega}$ et $\varphi_{2\omega 2x}$ correspondent respectivement à une dépendance spatiale linéaire et quadratique de la dispersion de vitesse de groupe. Enfin, $\varphi_{3\omega x}$ correspond à une dépendance spatiale linéaire de la dispersion du troisième ordre.

Ordres de grandeurs

Pour pouvoir interpréter les résultats expérimentaux, il est essentiel de déterminer l'importance de chaque coefficient mesuré. Ainsi, je considérerai, dans ce chapitre, qu'un coefficient a un effet négligeable sur le champ diffracté en sortie d'AOPDF si la variation de phase induite est très inférieure à π . A titre d'exemple, prenons le cas d'une phase φ_1 telle que :

$$\varphi_1(x, \omega) = \varphi_{x\omega}(\omega - \omega_0)(x - x_0) \quad (5.31)$$

Le coefficient $\varphi_{x\omega}$ est alors négligeable si :

$$\varphi_{x\omega} \frac{\Delta\omega \Delta x}{4} \ll \pi \quad (5.32)$$

où $\Delta\omega$ et Δx sont respectivement les largeurs à $1/e^2$ de l'intensité spectrale des impulsions incidentes ($\Delta\omega \sim 0.102 \text{ rad fs}^{-1}$ et $\Delta x \sim 5.6 \text{ mm}$, Fig. 5.5). Soit :

$$\varphi_{x\omega} \ll \frac{4\pi}{\Delta\omega \Delta x} \quad (5.33)$$

Les valeurs des coefficients du développement de Taylor 5.30 pour lesquelles une variation de phase de π est observée, sont reportées dans le tableau 5.2. Tout coefficient mesuré sera donc négligeable s'il est très inférieur à la valeur donnée dans ce tableau.

φ_1 (fs)	62	φ_{3x} (mm ⁻³)	0.9	φ_{4x} (mm ⁻⁴)	1.2
φ_{1x} (mm ⁻¹)	1.1	$\varphi_{2x\omega}$ (fs mm ⁻²)	15.7	$\varphi_{3x\omega}$ (fs mm ⁻³)	16.8
φ_{2x} (mm ⁻²)	0.8	$\varphi_{x2\omega}$ (fs ² mm ⁻¹)	859	$\varphi_{2x2\omega}$ (fs ² mm ⁻²)	614
$\varphi_{x\omega}$ (fs mm ⁻¹)	22	φ_3 (fs ³)	1.41E5	$\varphi_{x3\omega}$ (fs ³ mm ⁻¹)	5.0E4
φ_2 (fs ²)	2406			φ_4 (fs ⁴)	1.1E7

TABLE 5.2 – Valeurs des coefficients du développement de Taylor de la phase à l'ordre 4 en $\omega - \omega_0$ et $x - x_0$ pour lesquelles une variation de phase de π est obtenue

5.2 Caractérisation de la compensation automatique de la dispersion optique de l'AOPDF

Dans cette section, je présente la caractérisation de la compensation automatique de la dispersion optique de l'AOPDF (section 3.3.2). Pour cela, la phase polynomiale ϕ_{comp} dont les coefficients d'ordre 2 à 4 du développement de Taylor en ω_0 valent respectivement $\phi_2 = -12999 \text{ fs}^2$, $\phi_3 = -7450 \text{ fs}^3$, et $\phi_4 = -2659 \text{ fs}^4$, est programmée.

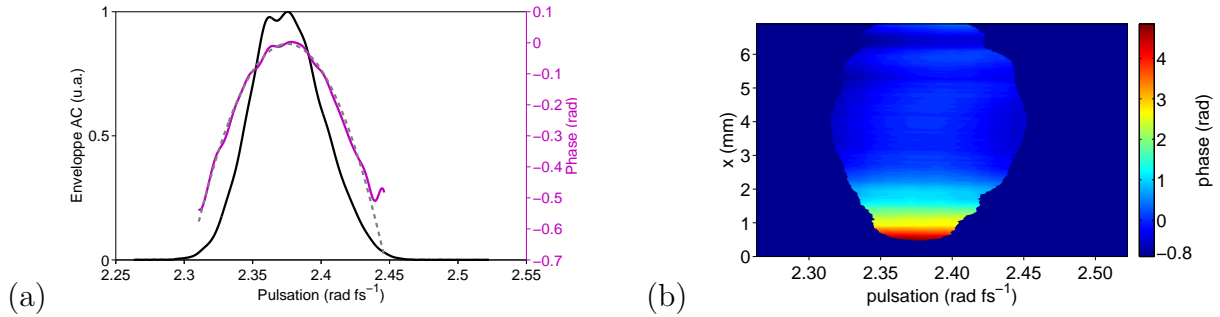


FIGURE 5.6 – Phase spectrale moyenne reconstruite pour une phase ϕ_{comp} programmée avec l'AOPDF, (a) en $x = x_0$ (courbe violette), (b) sur le support spatial de l'impulsion incidente coupé à 3% du maximum de l'enveloppe AC. En gris, figure a : ajustement polynomial à l'ordre 2 de cette phase, pondéré par l'enveloppe AC (courbe noire).

Les phases moyennes reconstruites en $x = x_0$ ($\varphi_{SC}(x_0, \omega)$) et sur le support spatial de l'impulsion initiale coupé à 3% du maximum de l'enveloppe AC ($\varphi_{SC}(x, \omega)$) sont respectivement données figure 5.6a et b, soit, avec les notations définies dans la section 5.1.5 :

$$\varphi_{SC}(x_0, \omega) = \frac{\sum_{j=0}^{20} (\Phi_j(x_0, \omega) - (\omega - \omega_0) \tau_{AOPDF}^{'j})}{21} \quad (5.34)$$

$$\varphi_{SC}(x, \omega) = \frac{\sum_{j=0}^{20} (\Phi_j(x, \omega) - (\omega - \omega_0) \tau_{AOPDF}^{'j})}{21} \quad (5.35)$$

Le retard déterminé par l'ajustement polynomial à l'ordre 2 ($\sigma_{poly}^m \sim 14 \text{ mrad}$) représenté en gris figure 5.6a est $\tau_{AOPDF}' \sim 2226.7 \text{ fs}$ ($\sigma_{\tau_{AOPDF}'} \sim 7.6 \text{ fs}$), le coefficient d'ordre 2 : $\varphi_2 \sim -274 \text{ fs}^2$ ($\sigma_{\varphi_2} \sim \text{fs}^2$).

Pour ajuster correctement la phase $\varphi_{SC}(x, \omega)$, il est nécessaire d'utiliser un polynôme à l'ordre 4 en $\omega - \omega_0$ et $x - x_0$ ($\sigma_{poly2D}^m \sim 78.1 \text{ mrad}$). Afin de comparer les coefficients déterminés à partir des phases $\varphi_{SC}(x_0, \omega)$ et $\varphi_{SC}(x, \omega)$, $\varphi_{SC}(x_0, \omega)$ est également ajustée par un polynôme à l'ordre 4. Les coefficients coeffs_m et coeffs_m^{2D} ainsi obtenus sont reportés dans le tableau 5.3 en même temps que leurs précisions $\epsilon_{coeffs}^{interfero}$ et $\epsilon_{coeffs2D}^{interfero}$ et leurs variations rms σ_{coeffs} et σ_{coeffs}^{2D} .

termes	coeffs _m ^{2D}	$\epsilon_{coeffs2D}^{interfero}$ (%)	σ_{coeffs}^{2D}	coeffs _m	$\epsilon_{coeffs}^{interfero}$ (%)	σ_{coeffs}
φ_1 (fs)	2226.2	6E-4	7.8	2226.5	2.7E-3	7.7
φ_{1x} (mm ⁻¹)	-0.17	0.4	9E-3	-	-	-
φ_2 (fs ²)	-324.6	3.5	57.3	-331.8	2.3	53.1
$\varphi_{\omega x}$ (fs mm ⁻¹)	1.95	0.5	6.7E-2	-	-	-
φ_{2x} (mm ⁻²)	0.09	3.2	8.4E-3	-	-	-
φ_3 (fs ³)	1034	19.5	1901	725	40.0	1740
$\varphi_{x2\omega}$ (fs ² mm ⁻¹)	-10.9	12.1	2.1	-	-	-
$\varphi_{2x\omega}$ (fs mm ⁻²)	0.86	0.5	3.0E-2	-	-	-
φ_{3x} (mm ⁻³)	-0.36	0.05	7E-3	-	-	-
φ_4 (fs ⁴)	1.8E5	25.8	1.7E5	2.4E5	6.5	1.4E5
$\varphi_{3\omega x}$ (fs ³ mm ⁻¹)	-328	16.2	102	-	-	-
$\varphi_{2\omega 2x}$ (fs ² mm ⁻²)	55.2	4.1	2.2	-	-	-
$\varphi_{\omega 3x}$ (fs mm ⁻³)	-0.7	1.1	4.4E-2	-	-	-
φ_{4x} (mm ⁻⁴)	0.3	1.0	1.1E-2	-	-	-

TABLE 5.3 – Analyse des coefficients moyens du développement de Taylor à l'ordre 4 de la phase spectrale mesurée en sortie d'interféromètre pour une phase ϕ_{comp} programmée avec l'AOPDF

On peut considérer que la valeur mesurée pour chaque coefficient n'est pertinente que si :

$$\text{coeffs}_m \gg \sigma_{coeffs} \quad (5.36)$$

$$\text{coeffs}_m^{2D} \gg \sigma_{coeffs}^{2D} \quad (5.37)$$

Suivant ce critère, les coefficients φ_3 , φ_4 et $\varphi_{3\omega x}$ mesurés ne sont pas pris en compte dans l'analyse suivante.

Un écart de 0.3 fs est obtenu entre les retards τ'_{AOPDF} et τ_{AOPDF}^{2D} . Les variations rms associées sont de même importance (à 0.1 fs près) et constituent la principale source de fluctuations de la phase en sortie d'interféromètre, comme démontré dans la section suivante figure 5.7. L'écart de 7.2 fs² entre φ_2 et φ_2^{2D} est inférieur à la précision de mesure de chacun de ces coefficients (respectivement 2.3% et 3.5%).

L'angle d'inclinaison b entre les fronts d'onde de l'impulsion de référence et de celle diffractée dans l'AOPDF peut être estimé à partir de la valeur non-nulle du coefficient φ_{1x} par l'expression :

$$b = \frac{\varphi_{1x}}{k} \quad (5.38)$$

avec $k = \frac{\omega}{c}$. Soit $b \sim 22 \mu\text{rad}$.

La valeur de 0.17 mm⁻¹ de φ_{1x} est cependant négligeable ($\varphi_{1x} \ll 1.1 \text{ mm}^{-1}$, tableau 5.2).

Il en est de même pour les valeurs des coefficients φ_{2x} , $\varphi_{x\omega}$, $\varphi_{2x\omega}$, $\varphi_{x2\omega}$, $\varphi_{\omega 3x}$ et $\varphi_{2x2\omega}$.

Conclusion

Ces résultats montrent une homogénéité spatiale de l'AOPDF, pour une phase ϕ_{comp} programmée, de l'ordre de 0.3 fs pour le terme de phase d'ordre 1 en ω et $< 11 \text{ fs}^2$ pour le terme de phase d'ordre 2 en ω . La valeur de 11 fs^2 correspond à la limite imposée par la précision de mesure (3.5% de -324.6 fs^2).

Les coefficients de Taylor dépendant uniquement de x ainsi que ceux représentant un couplage entre x et ω sont négligés, soit parce qu'ils sont très inférieurs aux références données dans le tableau 5.2, soit parce que leur valeur moyenne est du même ordre de grandeur que leur variation rms.

Remarque : La dépendance spatiale et spatio-spectrale de la phase pouvant être introduite par différents éléments optiques autre que l'AOPDF [12] et compte-tenu de la faible valeur des coefficients mesurés, il n'est pas possible de conclure sur l'origine de cette dépendance.

5.2.1 Fluctuations tir à tir

Les fluctuations rms obtenues sur la différence de phase mesurée, en $x = x_0$, en sortie d'interféromètre, en présence (courbes violette et bleue) et en absence d'AOPDF (courbes noire et rouge) sont tracées figure 5.7 avec et sans terme de retard. Comme nous ne nous intéressons pas aux fluctuations du terme d'ordre 0 de la phase, celui-ci a été retiré, ce qui explique le passage à zéro de toutes les courbes en ω_0 .

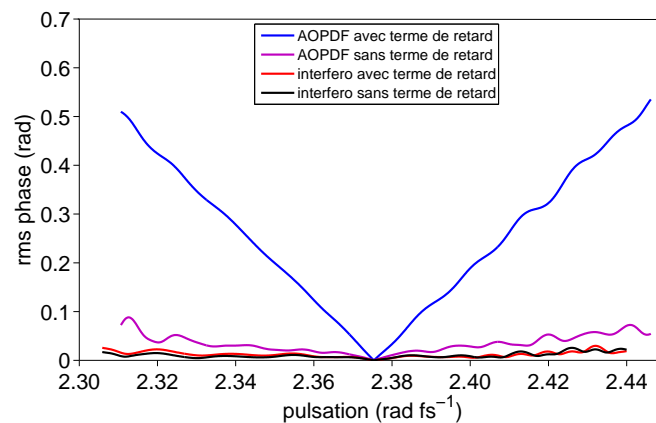


FIGURE 5.7 – Fluctuations rms sur la différence de phase mesurée, en $x = x_0$, en sortie d'interféromètre, en présence (courbes violette et bleue) et en absence (courbes noire et rouge) d'AOPDF pour une phase ϕ_{comp} programmée. Courbes violette et noire : sans terme de retard. Courbes bleue et rouge : avec terme de retard (résultat détaillé en annexes E.8 et E.9)

Une augmentation significative des fluctuations est observée lors de l'introduction de l'AOPDF sur la voie de mesure. De plus, ces fluctuations correspondent majoritairement à

des variations du retard entre les deux voies de l'interféromètre. Ce résultat est corroboré par les variations rms du terme de retard qui vaut $\sigma_{\tau_{interfero}} = 0.17$ fs (annexe E.8) en l'absence d'AOPDF et $\sigma_{\tau'_{AOPDF}} = 7.6$ fs en présence de celui-ci, soit un facteur 45 entre ces deux valeurs. L'amplitude maximale de ces fluctuations passe de 0.03 à 0.55 rad et σ_{fluct} de 11.3 à 300 mrad avec le terme de retard et 38.4 en son absence.

Remarque : Les fluctuations rms observées lorsque l'AOPDF est installé sur la voie de mesure se traduisent par des variations de 0.1 fs ($+\sigma_{fluct}$) et 0.3 fs ($-\sigma_{fluct}$) sur la largeur à mi-hauteur de l'intensité temporelle et <0.1 fs ($+\sigma_{fluct}$) et 0.4 fs ($-\sigma_{fluct}$) sur sa largeur rms.

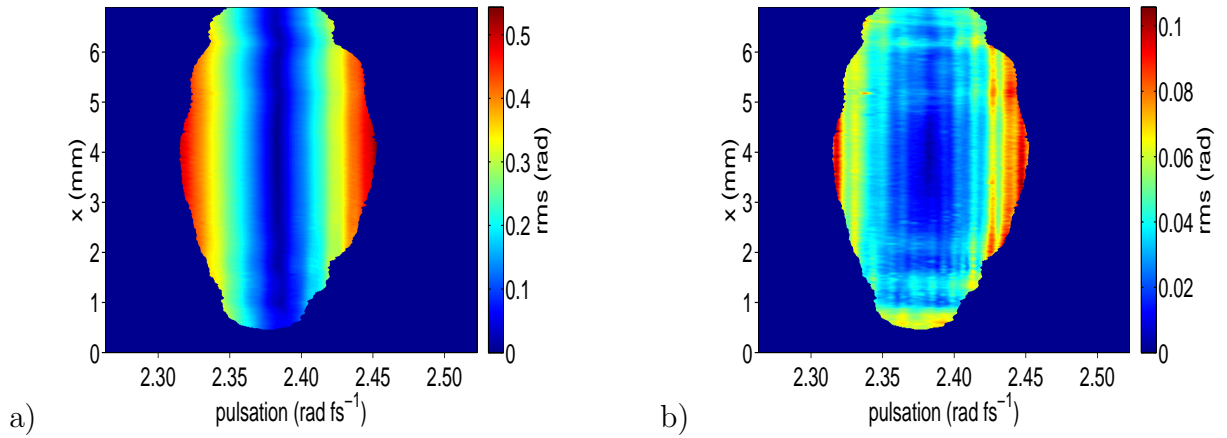


FIGURE 5.8 – *Fluctuations rms de la phase mesurée pour une phase ϕ_{comp} programmée avec l'AOPDF. (a) en conservant les fluctuations du terme de retard, (b) en les retirant.*

Les figures 5.8 a et b montrent que les fluctuations mesurées en $x = x_0$ sont indépendantes de la position spatiale.

Une explication de l'augmentation significative des fluctuations du terme de retard lors de l'introduction de l'AOPDF sur la voie de mesure est proposée en annexe E.9. On peut lui attribuer deux origines : la gigue temporelle des signaux de synchronisation interne et externe du dispositif et les fluctuations de pointé du faisceau en entrée d'AOPDF.

5.2.2 Précision de la compensation

La précision de cette compensation a été caractérisée en $x = x_0$ à l'aide de la phase $\Delta\varphi_f(x_0, \omega)$ ⁸ représentée figure 5.9 :

$$\Delta\varphi_f(x_0, \omega) = \varphi_{SC}(x_0, \omega) - \varphi_{interfero}(x_0, \omega) \quad (5.39)$$

8. La différence de phase mesurée en sortie d'interféromètre vide est introduite sur la voie de mesure. Lors de l'introduction de l'AOPDF sur le montage, la ligne à retard de la voie de référence a été re-réglée en prenant soin de rester du même côté de la phase plate. Ceci assure la validité de l'expression 5.39 de la phase $\Delta\varphi_f(x_0, \omega)$.

où $\varphi_{interfero}(x_0, \omega)$ a déjà été déterminée au chapitre 4 (Fig. 4.14).

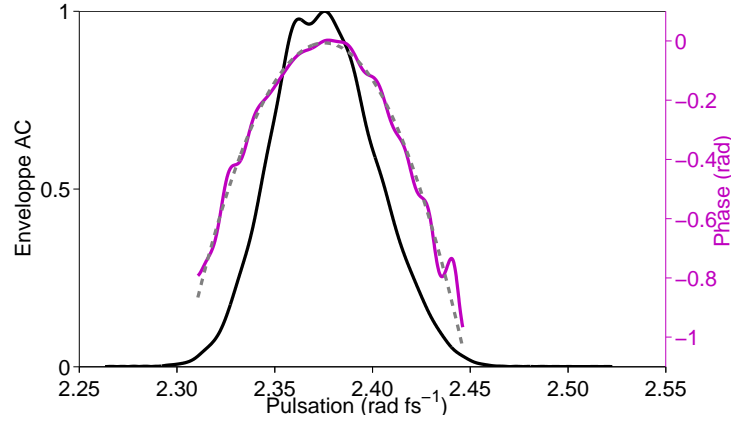


FIGURE 5.9 – *Ecart à la compensation de la dispersion optique de l'AOPDF (courbe violette). En gris : ajustement polynomial ($\sigma_{poly} \sim 17.8$ mrad) de cet écart à l'ordre 2 pondéré par l'enveloppe AC (courbe noire)*

Pour une compensation parfaite de la propagation dans le cristal de TeO_2 , cette phase devrait être nulle, ce qui n'est pas le cas ici. La phase résiduelle est majoritairement quadratique avec $\varphi_2 \sim -411 \text{ fs}^2$ (Fig. 5.9) déterminée à $\pm 0.4\%$ près ($\epsilon_{\varphi_2}^{interfero}$). Cette phase résiduelle est significative par rapport à la limite imposée par la précision de mesure ($\Delta\varphi_f^{simu} - \Delta\phi_f^{simu}$) représentée figure 5.10.

L'écart rms à la compensation parfaite est : $\sigma_\varphi \sim 418 \text{ mrad}$ ($\gg \sigma_{interfero} \sim 28.8 \text{ mrad}$).

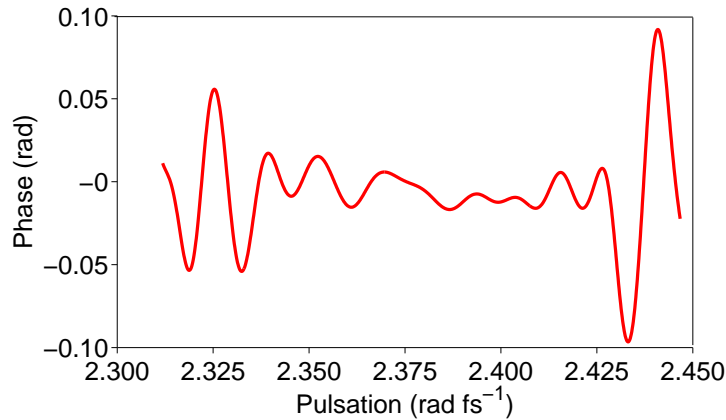


FIGURE 5.10 – *Précision de la mesure dans les conditions expérimentales ($\Delta\varphi_f^{simu} - \Delta\phi_f^{simu}$).*

De ce qui précède, on peut conclure que la programmation de la phase ϕ_{comp} ne permet pas de compenser parfaitement la dispersion optique du cristal de TeO_2 .

Effet sur l'intensité temporelle

Il est intéressant de caractériser l'effet de cet écart sur l'intensité temporelle des impulsions incidentes. Pour cela, on calcule l'intensité temporelle (courbe noire, Fig. 5.11) limitée par transformée de Fourier associée au spectre mesuré sur la voie de référence (Fig. 4.12 a) et celle (courbe violette, Fig. 5.11) associée à ce même spectre et à une phase égale à la phase résiduelle mesurée expérimentalement (Fig. 5.9). Le filtre temporel utilisé pour extraire la composante AC du signal d'interférométrie est reporté en rouge.

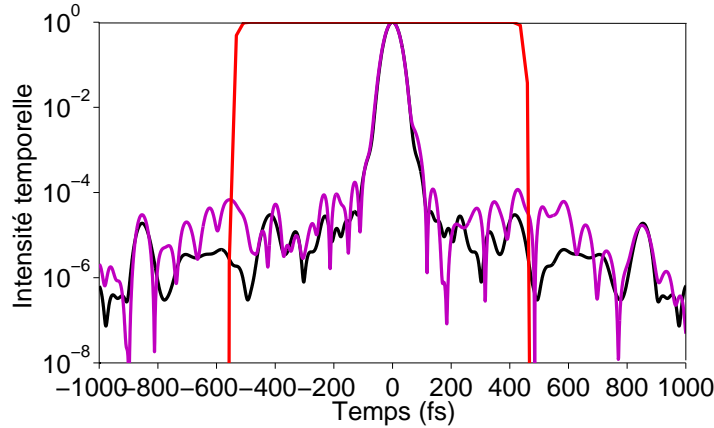


FIGURE 5.11 – *En noir : intensité temporelle limitée par transformée de Fourier associée au spectre mesuré sur la voie de référence (Fig. 4.12 a). En violet : intensité temporelle calculée à partir de ce même spectre et de la phase résiduelle mesurée expérimentalement (Fig. 5.9). En rouge : filtre temporel définissant la plage de détermination physique de l'intensité temporelle*

L'intensité temporelle de l'impulsion limitée par transformée de Fourier (en noir) a une largeur à mi-hauteur $\Delta_t \sim 48.0$ fs et une largeur rms $\sigma_t \sim 21.6$ fs (sur une fenêtre temporelle de largeur 1041 fs). L'écart représenté figure 5.9 introduit une déviation de 0.5 fs sur la largeur à mi-hauteur et de 1.3 fs sur la largeur rms. L'erreur intrinsèque à l'interféromètre se traduit par une déviation de 0.2 fs sur la largeur à mi-hauteur et de 0.9 fs sur la largeur rms de l'intensité temporelle représentée en violet sur la figure. Pour un certain nombre d'expériences, l'écart de durée pour ce type d'impulsions sera négligé. En revanche, pour des impulsions plus larges spectralement, cet écart devient visible.

5.2.3 Conclusions

L'étude précédente montre :

- l'homogénéité spatiale de la phase mesurée pour une phase ϕ_{comp} programmée (0.3 fs sur le retard, $< 11\text{fs}^2$ sur le terme de phase quadratique),
- l'augmentation des fluctuations tir à tir du terme de retard qui passe de 0.17 fs à 7.6 fs après installation de l'AOPDF sur la voie de mesure,

- l'imperfection de la compensation automatique de la dispersion optique du cristal.
Une phase résiduelle de -411 fs^2 a été mesurée.

La phase φ_{SC} servira de référence pour la caractérisation de la génération des phases quadratiques et cubiques.

5.3 Caractérisation de la précision de génération de phases quadratiques

Dans cette section, je présente l'étude expérimentale de la précision de génération de phases quadratiques avec un AOPDF. Compte-tenu de l'analyse approfondie effectuée pour chacune des six valeurs de phases testées, celle-ci n'est détaillée que pour une phase programmée de 1000 fs^2 . Le détail de l'étude des cinq autres cas est reporté en annexes E.5.1 et E.6.1. Seuls les résultats principaux sont résumés, dans cette section, afin d'en faciliter la lecture.

5.3.1 Analyse d'une phase quadratique de $\phi_2 = 1000 \text{ fs}^2$

Je présente ici l'analyse complète des phases $\Delta\varphi_f(x_0, \omega)$ (Fig. 5.12a) et $\Delta\varphi_f(x, \omega)$ (Fig. 5.12b) reconstruites pour une phase programmée ϕ_{sh} quadratique de coefficient $\phi_2 = 1000 \text{ fs}^2$.

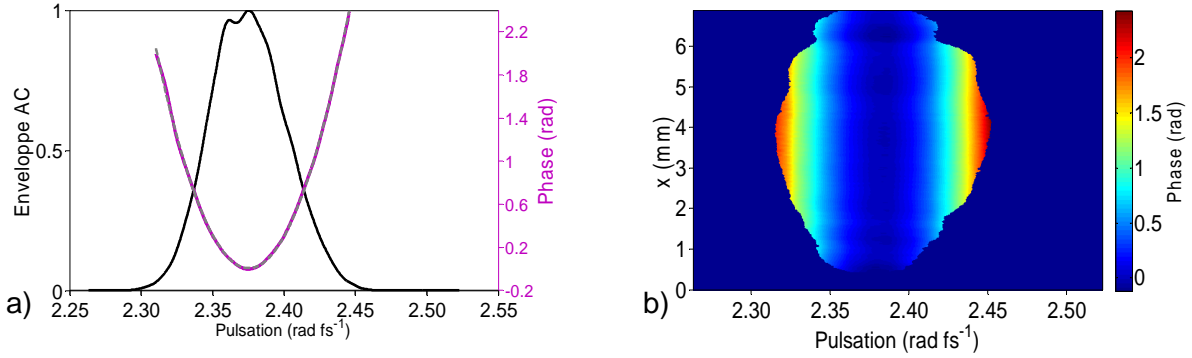


FIGURE 5.12 – Phase spectrale reconstruite pour une phase programmée quadratique de coefficient $\phi_2 = 1000 \text{ fs}^2$, (a) en $x = x_0$, (b) sur le support spatial de l'impulsion incidente. Figure a : en gris, ajustement polynomial à l'ordre 2 de la phase reconstruite, en noir, enveloppe AC reconstruite

Analyse sur les coefficients de Taylor mesurés

Le coefficient d'ordre 2 moyen des ajustements polynomiaux ($\sigma_{poly}^m \sim 26.0 \text{ mrad}$) sur les 21 phases reconstruites en x_0 ($\Delta\varphi_{f_j}(x_0, \omega)$) est : $\varphi_2 \sim 969 \text{ fs}^2$, soit un écart $\epsilon_{\varphi_2} \sim 3.09\%$ par rapport au coefficient programmé ϕ_2 . Les variations rms $\sigma_{\varphi_2} \sim 23.8 \text{ fs}^2$ associées vérifient :

$$\sigma_{\varphi_2} \ll \varphi_2$$

Il est donc pertinent non seulement d'utiliser la valeur moyenne des coefficients mesurés pour caractériser la précision de génération de la phase ϕ_{sh} mais aussi de négliger ces fluctuations dans le calcul de la précision de la mesure de ces coefficients. Cette précision est estimée à $\epsilon_{\varphi_2}^{interfero} \sim 0.1\%$. La précision de génération d'une phase quadratique de 1000 fs^2 (ϕ_2) est de 3.09% (tableau 5.4).

Le coefficient d'ordre 2 des ajustements polynomiaux ($\sigma_{poly2D}^m \sim 37 \text{ mrad}$) à l'ordre 2 réalisés sur les 21 phases $\Delta\varphi_{fj}^{2D}(x, \omega)$ est $\varphi_2^{2D} \sim 969 \text{ fs}^2$, soit un écart $\epsilon_{\varphi_2}^{2D} \sim 3.1\%$ par rapport au coefficient $\phi_2 = 1000 \text{ fs}^2$ programmé. φ_2^{2D} a été déterminé avec une précision estimée à $\epsilon_{\varphi_2}^{2D} \sim 0.16\%$. On en déduit que la précision de génération de l'AOPDF sur le coefficient d'ordre 2 de 1000 fs^2 est de 3.1% sur le support spatial de l'impulsion incidente (tableau 5.4).

La différence entre φ_2 et φ_2^{2D} , inférieure à 1 fs^2 , atteste de l'homogénéité spatiale de la génération du terme de phase quadratique.

	1D $x = x_0$	2D
$\varphi_2, \varphi_2^{2D} \text{ (fs}^2\text{)}$	969	969
$\sigma_{\varphi_2}, \sigma_{\varphi_2}^{2D} \text{ (fs}^2\text{)}$	23.8	26.1
$\epsilon_{\varphi_2}, \epsilon_{\varphi_2}^{2D} \text{ (\%)}$	3.09	3.1
$\epsilon_{\varphi_2}^{interfero}, \epsilon_{\varphi_2^{2D}}^{interfero} \text{ (\%)}$	0.1	0.16

TABLE 5.4 – Analyse sur les coefficients d'ordre 2 mesurés pour une valeur programmée $\phi_2 = 1000 \text{ fs}^2$.

Le coefficient de couplage moyen mesuré $\varphi_{x\omega} \sim -0.19 \text{ fs mm}^{-1} \pm 4.3\%$ (tableau 5.5) est négligeable car très inférieur à 22 fs mm^{-1} (tableau 5.2). Il reste cependant pertinent puisque $\sigma_{\varphi_{x\omega}}^{2D} \ll \varphi_{x\omega}$. Comme la phase $\Delta\varphi_f$ a été obtenue après soustraction de la phase de référence $\varphi_{ref}(x, \omega)$, on peut conclure que l'ajout d'une phase de 1000 fs^2 introduit une dépendance linéaire du temps de groupe avec la position spatiale de -0.19 fs mm^{-1} . Ce phénomène peut s'expliquer par l'effet simultané de la dépendance de la direction du vecteur d'onde diffracté avec la pulsation et du déplacement induit par la double-réfraction dans le cristal de TeO_2 .

$\varphi_{x\omega} \text{ (fs mm}^{-1}\text{)}$	-0.19
$\sigma_{\varphi_{x\omega}}^{2D} \text{ (fs mm}^{-1}\text{)}$	0.05
$\epsilon_{\varphi_{x\omega}} \text{ (\%)}$	4.3

TABLE 5.5 – Analyse sur le coefficient moyen $\varphi_{x\omega}$ mesuré pour une phase programmée quadratique de coefficient $\phi_2 = 1000 \text{ fs}^2$.

Ecart à la phase programmée

L'écart $\Delta\varphi_f - \phi_{sh}$ à la phase programmée est représenté en $x = x_0$ figure 5.13a (courbe violette) et sur le support spatial de l'impulsion incidente figure 5.13b. La précision

$\Delta\varphi_f^{simu} - \Delta\phi_f^{simu}$ accessible en $x = x_0$, reportée en rouge sur la figure a, montre qu'une partie de l'écart n'est pas limité par cette précision de mesure. Il se caractérise par une amplitude maximale de 0.12 rad en $x = x_0$ contre 0.25 rad sur l'ensemble du détecteur. Les erreurs rms associées sont respectivement : $\sigma_\varphi \sim 30.8 \pm 19.8$ mrad et $\sigma_\varphi^{2D} \sim 33.1 \pm 15.0$ mrad. Ceci confirme la très bonne homogénéité spatiale du façonnage en phase réalisé.

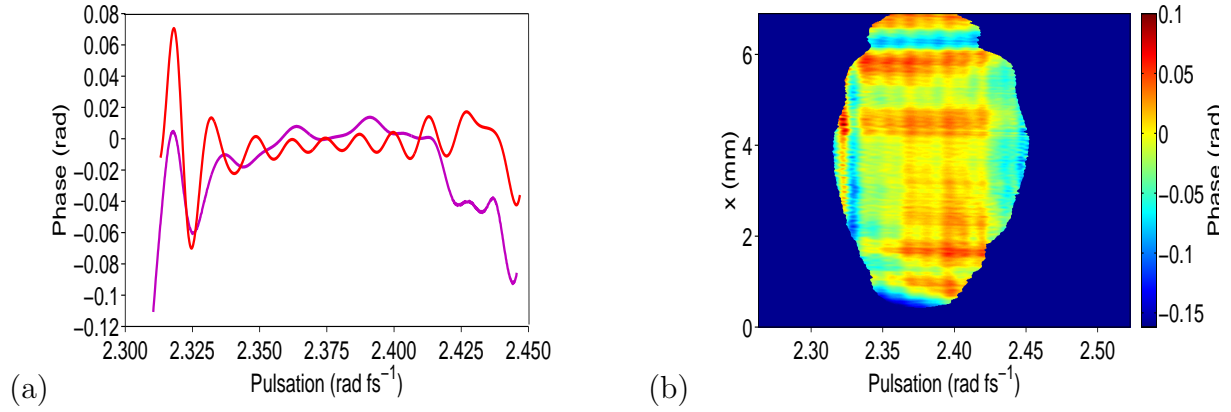


FIGURE 5.13 – *Ecart à la phase programmée de $+1000 \text{ fs}^2$ (a) en $x = x_0$ (courbe violette), (b) sur le support spatial de l'impulsion incidente. En rouge figure a : précision de la mesure dans les conditions expérimentales*

Ecarts sur les largeurs à mi-hauteur et rms de l'intensité temporelle

L'intensité temporelle calculée en utilisant le spectre de la voie de référence (Fig. 4.12a) et une phase quadratique de $+1000 \text{ fs}^2$ (courbe noire Fig. 5.14) a pour largeur à mi-hauteur $\Delta t_{prog} \sim 73.0$ fs et une largeur rms $\sigma_{t_{prog}} \sim 32.5$ fs. L'intensité temporelle calculée à partir de la phase spectrale mesurée en $x = x_0$ (Fig. 5.12a) est représentée en violet figure 5.14. L'écart entre phase mesurée et phase programmée induit donc une variation de la largeur temporelle à mi-hauteur de 3.2 fs et une variation de la largeur rms de 0.5 fs.

Remarque : L'erreur sur la phase appliquée étant de type quadratique, elle induit dans le domaine temporel une erreur sur la largeur à mi-hauteur plus significative que sur la largeur rms (section 1.3).

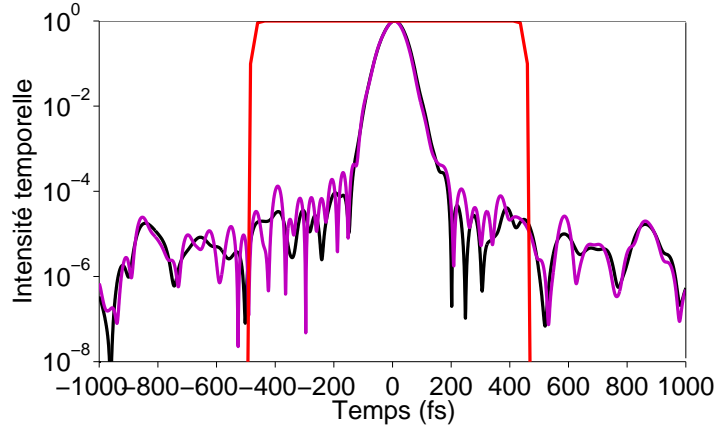


FIGURE 5.14 – *Intensité temporelle calculée à partir du spectre mesuré sur la voie de référence (Fig.4.12 a) en noir pour une phase quadratique de 1000 fs^2 , en violet pour la phase mesurée par interférométrie spectrale (Fig.5.12 a). En rouge, filtre temporel définissant la plage de détermination physique de l'intensité temporelle*

5.3.2 Synthèse des résultats obtenus sur l'ensemble des phases quadratiques programmées

L'analyse des phases $\Delta\varphi_f$ reconstruites pour chaque phase quadratique ϕ_{sh} programmée est détaillée en annexes E.5.1 et E.6.1. Seule l'étude des coefficients de Taylor moyens mesurés coeffs_m et coeffs_m^{2D} est résumée dans cette section.

Les coefficients moyens φ_2 et φ_2^{2D} respectivement mesurés en $x = x_0$ et sur le support spatial de l'impulsion incidente sont représentés figure 5.15 en fonction de la valeur ϕ_2 du coefficient programmé. Cette figure montre une bonne corrélation d'une part entre φ_2 et φ_2^{2D} , d'autre part entre ces deux quantités et le coefficient ϕ_2 programmé.

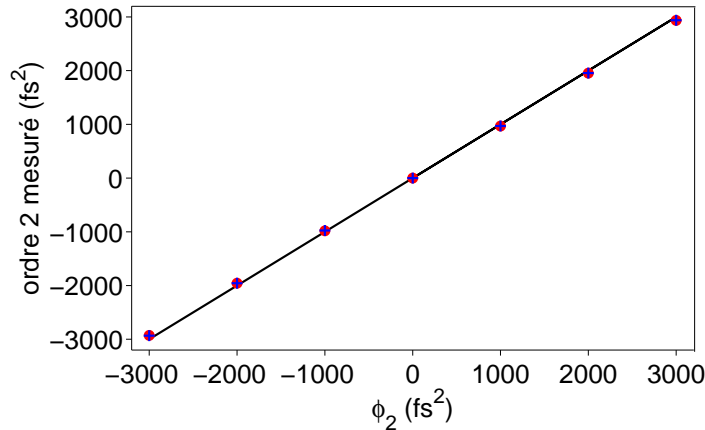


FIGURE 5.15 – *Coefficients de Taylor d'ordre 2 moyens respectivement mesurés en $x = x_0$ (φ_2 , croix bleues) et sur le support spatial de l'impulsion incidente (φ_2^{2D} , ronds rouges) en fonction des coefficients ϕ_2 programmés. Droite des coefficients programmés en noir*

Cet accord est quantifié, dans le tableau 5.6, par les écarts relatifs ϵ_{φ_2} et $\epsilon_{\varphi_2}^{2D}$. Les précisions de mesure $\epsilon_{\varphi_2}^{interfero}$ et $\epsilon_{\varphi_2 2D}^{interfero}$ de chaque coefficient ainsi que leurs variations rms σ_{φ_2} et $\sigma_{\varphi_2}^{2D}$ y sont également reportées. Pour chaque phase programmée, un écart supérieur à la limite imposée par la précision de mesure est mis en évidence. Cet écart est similaire en $x = x_0$ et sur l'ensemble du support spatial de l'impulsion incidente, ce qui atteste de l'homogénéité spatiale de la génération de phases quadratiques. La précision moyenne de cette génération est d'environ 2.35% (moyenne sur les $\epsilon_{\varphi_2}^{2D}$).

Un coefficient de couplage $\varphi_{\omega x}$ est mis en évidence pour chaque ϕ_2 . Les valeurs prises par celui-ci sont négligeables ($\ll 22 \text{ fs mm}^{-1}$) et présentent une dépendance quasi-linéaire avec le coefficient d'ordre 2 programmé. Comme dans le cas $\phi_2 = 1000 \text{ fs}^2$, l'origine de ce couplage peut être attribué à l'effet simultané de la dépendance de la direction du vecteur d'onde diffracté avec la pulsation et de l'angle de double-réfraction dans le cristal de TeO_2 .

$\phi_2 \text{ (fs}^2\text{)}$	-3000	-2000	-1000	1000	2000	3000
$\varphi_2^{2D} \text{ (fs}^2\text{)}$	-2929	-1957	-981	969	1953	2934
$\sigma_{\varphi_2}^{2D} \text{ (fs}^2\text{)}$	28.2	26.3	32.0	26.1	22.1	21.8
$\epsilon_{\varphi_2}^{2D} \text{ (\%)}$	2.4	2.1	1.9	3.1	2.4	2.2
$\epsilon_{\varphi_2 2D}^{interfero} \text{ (\%)}$	1.2E-3	0.16	0.40	0.16	0.05	0.24
$\varphi_{\omega x} \text{ (fs mm}^{-1}\text{)}$	0.56	0.38	0.19	-0.19	-0.42	-0.64
$\sigma_{\varphi_{\omega x}}^{2D} \text{ (fs mm}^{-1}\text{)}$	0.05	0.04	0.05	0.05	0.03	0.08
$\epsilon_{\varphi_{\omega x} 2D}^{interfero} \text{ (\%)}$	2.6	2.7	7.6	4.3	3.4	2.6
$\varphi_2 \text{ (fs}^2\text{)}$	-2933	-1956	-975	969	1956	2938
$\sigma_{\varphi_2} \text{ (fs}^2\text{)}$	23.5	25.3	26.9	23.8	19.5	22.0
$\epsilon_{\varphi_2} \text{ (\%)}$	2.22	2.20	2.51	3.09	2.21	2.05
$\epsilon_{\varphi_2}^{interfero} \text{ (\%)}$	0.15	0.27	0.27	0.10	0.14	0.19

TABLE 5.6 – Analyse des coefficients de Taylor moyens mesurés pour différentes phases quadratiques programmées

5.3.3 Conclusion sur la précision de génération de phases quadratiques

La précision de génération de phases quadratiques sur un support spatial $\Delta x \sim 5.6 \text{ mm}$ a été estimée expérimentalement à 2.35%. Ceci montre que l'AOPDF est capable de générer avec une très grande précision des phases quadratiques sur un support spatial cinq fois plus grand que celui usuellement utilisé. Un couplage du retard avec la position spatiale a également été mis en évidence ainsi que sa dépendance quasi-linéaire avec la phase quadratique programmée. Sa valeur reste cependant négligeable.

5.4 Phases cubiques

Comme dans la section précédente, le détail de l'analyse des phases cubiques générées par l'AOPDF est reporté dans les annexes E.5.2 et E.6.2. Seuls les coefficients de Taylor moyens mesurés en $x = x_0$ et sur le support spatial de l'impulsion incidente sont reportés dans cette section figure 5.16 et tableau 5.7.

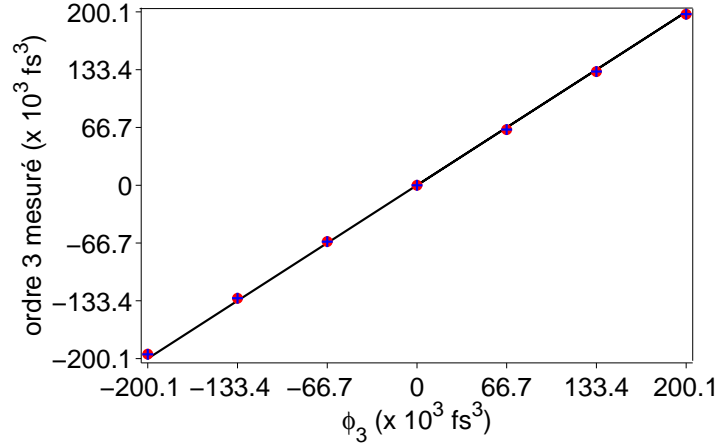


FIGURE 5.16 – Coefficients de Taylor d'ordre 3 moyens respectivement mesurés en $x = x_0$ (φ_3 , croix bleues) et sur le support spatial de l'impulsion incidente (φ_3^{2D} , ronds rouges) en fonction des coefficients ϕ_3 programmés. Droite des coefficients programmés en noir

ϕ_3 (fs ³)	-200100	-133400	-66700	66700	133400	200100
φ_3^{2D} (fs ³)	-194981	-130570	-65034	64181	131163	197390
$\sigma_{\varphi_3}^{2D}$ (fs ³)	1450	1634	1707	1902	1517	1273
$\epsilon_{\varphi_3}^{2D}$ (%)	2.56	2.96	2.50	3.78	1.68	1.35
$\epsilon_{\varphi_3 2D}^{interfero}$ (%)	0.25	0.13	0.21	0.62	0.31	0.08
$\varphi_{2\omega x}$ (fs ² mm ⁻¹)	46.3	33.9	22.8	1.3	16.5	31.7
$\sigma_{\varphi_{2\omega x}}^{2D}$ (fs ² mm ⁻¹)	4.7	2.2	4.6	4.0	2.9	4.1
$\epsilon_{\varphi_{2\omega x}}^{interfero}$ (%)	1.7	1.7	4.0	20.0	5.2	0.8
φ_3 (fs ³)	-195218	-130412	-65157.7	64337	131280	197470
σ_{φ_3} (fs ³)	1207	1344	1491	1725	1351	1093
ϵ_{φ_3} (%)	2.44	2.24	2.31	3.54	1.59	1.31
$\epsilon_{\varphi_3}^{interfero}$ (%)	0.3	0.5	1.7	1.5	0.3	0.4

TABLE 5.7 – Analyse des coefficients de Taylor moyens mesurés pour différentes phases cubiques programmées

La précision moyenne de génération de phases cubiques est ainsi estimée à 2.47% sur le support spatial de l'impulsion incidente ($\Delta x \sim 5.6$ mm). Ceci montre l'excellente homogénéité spatiale d'une telle génération.

Un couplage spatio-spectral a également été mis en évidence via le coefficient $\varphi_{2\omega x}$ entraînant une variation non négligeable de la phase. La variation de ce coefficient avec le coefficient ϕ_3 programmé est quasi-linéaire. L'origine de cet effet n'a pas été élucidée.

5.5 Etude de la génération de doubles impulsions

Pour cette série d'expériences, seules les impulsions issues de la voie de mesure sont envoyées sur le spectromètre. Deux répliques identiques séparées d'un retard τ_{prog} variable sont générées dans l'AOPDF grâce à une mise en forme à la fois en amplitude et en phase. Dans le domaine spectral, sa fonction de transfert prend la forme suivante :

$$H(\omega) = 1 + \exp(i\omega\tau_{prog}) \quad (5.40)$$

Comme pour les études précédentes, la fonction de transfert appliquée à l'impulsion optique incidente est susceptible de dépendre de la position spatiale et sera notée $H_{appl}(x, \omega)$. Le signal d'interférométrie spectrale enregistré au spectromètre devient :

$$S(x, \omega) = |H_{appl}(x, \omega)|^2 |\mathcal{E}_0(x, \omega)|^2 \quad (5.41)$$

qui peut être réécrit sous la forme suivante :

$$S(x, \omega) = |\mathcal{E}_1(x, \omega)|^2 + |\mathcal{E}_2(x, \omega)|^2 + |\mathcal{E}_1(x, \omega)| \cos(\Delta\varphi_f(x, \omega)) \quad (5.42)$$

où $|\mathcal{E}_1|^2$ est le spectre de la première impulsion considérée comme l'impulsion de référence, $|\mathcal{E}_2|^2$ celui de la seconde impulsion et $\Delta\varphi(x, \omega)$ la différence de phase associée que l'on décompose de la manière suivante :

$$\Delta\varphi(x, \omega) = \omega\tau + \varphi_{res}(x, \omega) \quad (5.43)$$

où $\varphi_{res}(x, \omega)$ est la différence de phase hors terme de retard, avec $\varphi_{res}(x, \omega) = 0$ dans le cas d'une génération parfaite de doubles impulsions.

L'objectif est alors non seulement de caractériser la précision du retard τ entre les impulsions mais aussi la différence de phase résiduelle φ_{res} . Pour cela, 11 séries de doubles impulsions sont successivement générées avec des retards τ_{prog} différents variant entre 500 fs et 3500 fs. Pour chaque série, l'impulsion de référence est diffractée à la même position dans le cristal de TeO_2 .

La méthodologie utilisée pour reconstruire ces quantités (τ et φ_{res}) à la fois en $x = x_0$ et sur le support spatial de l'impulsion incidente est identique à celle mise en place pour reconstruire les phases Φ_j dans la section 5.1.5. Ainsi 21 phases $\Delta\varphi_j(x, \omega)$ sont déterminées. L'analyse se fait alors à la fois sur les coefficients de Taylor moyens coeffs_m et coeffs_m^{2D} des ajustements polynomiaux de chacune de ces phases (à l'ordre 2 en $\omega - \omega_0$ pour $\Delta\varphi_j(x_0, \omega)$, à l'ordre 4 en $\omega - \omega_0$ et $x - x_0$ pour $\Delta\varphi_j(x, \omega)$) et en terme d'écart rms sur la phase résiduelle moyenne $\varphi_{res}^m = \frac{1}{21} \sum_{j=0}^{20} \varphi_{res}^j$. La précision de génération de doubles impulsions est alors caractérisée par les grandeurs suivantes :

- les coefficients moyens coeffs_m et coeffs_m^{2D} ,
- l'écart relatif entre les retards τ et τ^{2D} mesurés et celui programmé τ_{prog} :

$$\epsilon_\tau = \frac{\tau_{prog} - \tau}{\tau} \quad \text{et} \quad \epsilon_\tau^{2D} = \frac{\tau_{prog} - \tau^{2D}}{\tau}$$

- l'écart rms à la phase nulle de la phase résiduelle moyenne mesurée φ_{res}^m

$$\sigma_\varphi = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N_\omega-1} (\varphi_{res}(x_0, \omega_i))^2}{N_\omega}} \quad \text{et} \quad \sigma_\varphi^{2D} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N_\omega-1} \sum_{k=0}^{N_x-1} (\varphi_{res}(x_k, \omega_i))^2}{N_x N_\omega}}$$

Les variations rms σ_{coeffs} (Eq.5.22) et $\sigma_{\text{coeffs}}^{2D}$ (Eq.5.23) de chaque coefficient sont également calculées.

L'estimation de la précision de mesure des coefficients et de la phase résiduelle φ_{res} est effectuée suivant la procédure exposée dans la section 5.1.6 en calculant le signal d'interférométrie spectrale à partir des spectres $|\mathcal{E}_1|^2$ et $|\mathcal{E}_2|^2$ mesurés expérimentalement et du retard τ_{prog} programmé.

5.5.1 Précision de génération de doubles impulsions décalées d'un retard $\tau_{prog} = 2000$ fs

Je présente ici l'analyse complète des coefficients de Taylor moyens et de la phase résiduelle moyenne φ_{res}^m mesurés lors de la génération de doubles impulsions décalées temporellement d'un retard $\tau_{prog} = 2000$ fs.

Les retards moyens déterminés en $x = x_0$ (τ) et sur le support spatial Δx de l'impulsion incidente (τ^{2D}) sont reportés dans le tableau 5.8 ainsi que leur précision de mesure ($\epsilon_\tau^{interfero}$, $\epsilon_{\tau^{2D}}^{interfero}$) et leur variations rms (σ_τ , σ_τ^{2D}).

En $x = x_0$, l'écart relatif au retard $\tau_{prog} = 2000$ fs est de 0.52% ($\pm 0.005\%$) contre 0.49% ($\pm 0.002\%$) sur le support Δx . Ceci montre que la génération d'un terme de retard est à la fois homogène spatialement et très précise.

	1D $x = x_0$	2D
τ, τ^{2D} (fs)	1989.7	1990.3
$\sigma_\tau, \sigma_\tau^{2D}$ (fs)	1.46	2.2
$\epsilon_\tau, \epsilon_\tau^{2D}$ (%)	0.52	0.49
$\epsilon_\tau^{interfero}, \epsilon_{\tau^{2D}}^{interfero}$ (%)	0.005	0.002
$\sigma_{poly}^m, \sigma_{poly2D}^m$ (mrad)	28.2	55.7

TABLE 5.8 – Analyse des retards moyens mesurés en $x = x_0$ et sur le support Δx pour un retard programmé $\tau_{prog} = 2000$ fs

Remarque : Il est intéressant de noter que les variations rms sur le retard ne sont que de 1.46 fs en $x = x_0$ et 2.2 fs sur Δx , soit, respectivement 5.2 et 3.5 fois moins que les

variations de 7.6 fs mesurées sur le retard entre les deux voies de l'interféromètre lorsque l'AOPDF est installé sur la voie de mesure (section 5.2.1).

Le coefficient moyen φ_x est égal à $-0.266 \text{ mm}^{-1} \pm 0.2\%$. Bien que négligeable ($\ll 1.1 \text{ mm}^{-1}$), cette valeur indique la présence d'un petit angle d'inclinaison β entre les fronts d'onde de chaque impulsion. β peut être estimé par l'expression suivante :

$$\beta = \frac{\omega}{k_{d\text{TeO}_2}} \quad (5.44)$$

où $k_{d\text{TeO}_2}$ est le module du vecteur d'onde diffracté dans le cristal de TeO_2 , $k_{d\text{TeO}_2} \sim 17949 \text{ mm}^{-1}$ à 795 nm. On trouve $\beta \sim 15 \mu\text{rad}$.

$\varphi_{\omega x} \text{ (fs mm}^{-1}\text{)}$	-0.266
$\sigma_{\varphi_{\omega x}}^{2D} \text{ (fs mm}^{-1}\text{)}$	0.003
$\epsilon_{\varphi_{\omega x}^{interfero} 2D} \text{ (\%)}$	0.2

TABLE 5.9 – Analyse sur le coefficient moyen φ_x mesuré

Une phase spectrale quadratique résiduelle φ_{res}^m représentée figure 5.17 est également mise en évidence. Son amplitude est supérieure à la limite imposée par sa précision de mesure tracée en $x = x_0$ figure 5.17a (courbe rouge) et admet un maximum de 0.22 rad en $x = x_0$. Sur la majeure partie du support Δx , cette amplitude reste inférieure à 0.25 rad, soit du même ordre de grandeur qu'en $x = x_0$. Elle atteint 0.8 rad à 3% du maximum de l'enveloppe AC. L'écart rms associé est : $\sigma_{\varphi_{res}} \sim 98.4 \text{ mrad} \pm 19.8 \text{ mrad}$ en $x = x_0$ et $\sigma_{\varphi_{res}}^{2D} \sim 147.8 \text{ mrad} \pm 13.4 \text{ mrad}$ sur Δx . La différence entre ces deux valeurs s'explique par la déviation plus importante sur les bords du support Δx .

Analyse dans le domaine temporel

Cette phase résiduelle induit une différence entre le profil temporel de chaque réplique. L'intensité temporelle de la première réplique est calculée à partir du spectre de l'impulsion de référence et d'une phase plate (en noir, Fig.5.18). Elle a pour largeur à mi-hauteur : $\Delta_t \sim 49.2 \text{ fs}$ et pour largeur rms : $\sigma_t \sim 20.4 \text{ fs}$ ($T = 799 \text{ fs}$). L'intensité temporelle de la seconde réplique (courbe violette, Fig.5.18) est calculée à partir de la mesure indépendante de son spectre et de la phase résiduelle donnée figure 5.17 a. La largeur à mi-hauteur de l'impulsion limitée par transformée de Fourier correspondante est de 49.8 fs, la largeur rms de 20.8 fs. La différence entre les spectres mesurés des deux répliques est à l'origine d'un écart de 0.57 fs sur la largeur à mi-hauteur et de 0.17 fs sur la largeur rms. La phase quadratique résiduelle introduit une déviation par rapport à la limite de Fourier de 0.15 fs sur la largeur à mi-hauteur et 0.77 fs sur la largeur rms.

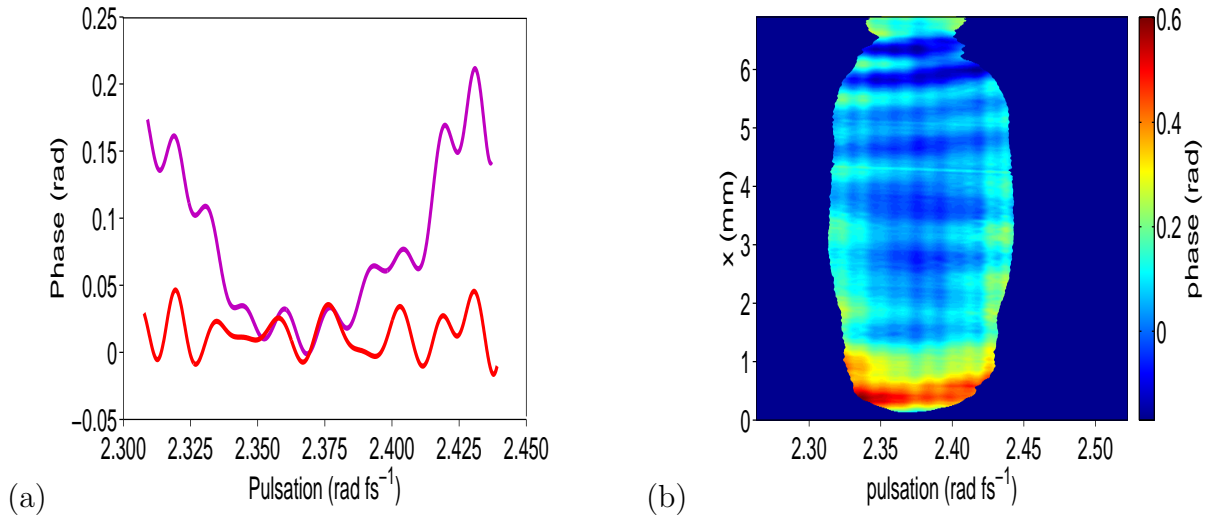


FIGURE 5.17 – (a) En violet : phase spectrale résiduelle mesurée en $x = x_0$ pour un retard de 2000 fs entre les deux répliques générées par l'AOPDF. En rouge : phase résiduelle intrinsèque à la précision de mesure. (b) Phase spectrale résiduelle mesurée sur le support spatial Δx pour ce même retard

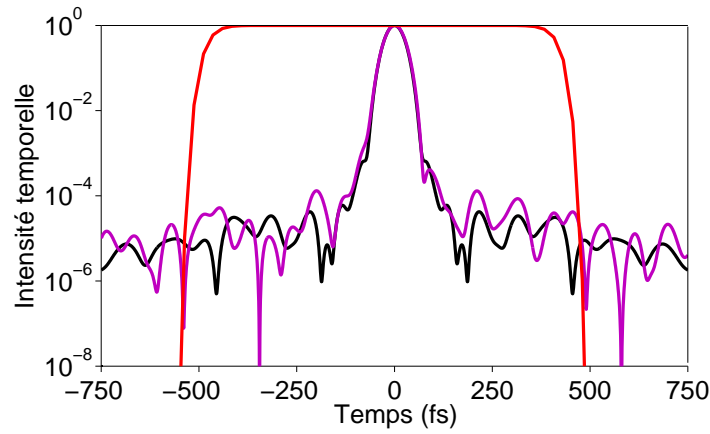


FIGURE 5.18 – Intensité temporelle de la première réplique en noir (phase plate), intensité temporelle de la seconde réplique en violet (phase résiduelle, Fig.5.17 a). Filtre temporel définissant la plage de détermination physique de l'intensité temporelle, en rouge

5.5.2 Synthèse des résultats obtenus sur les onze séries de doubles impulsions générées

Comme dans les sections précédentes, le détail de l'étude de la génération de doubles impulsions est reporté dans les annexes E.5.4 et E.6.3. Seuls les coefficients de Taylor moyens mesurés en $x = x_0$ et sur le support spatial de l'impulsion incidente sont donnés figure 5.19 et tableau 5.10.

La précision moyenne de génération de retards est ainsi estimée à 0.54% sur le support spatial Δx de l'impulsion incidente. Le retard généré présente, de plus, une très bonne homogénéité spatiale.

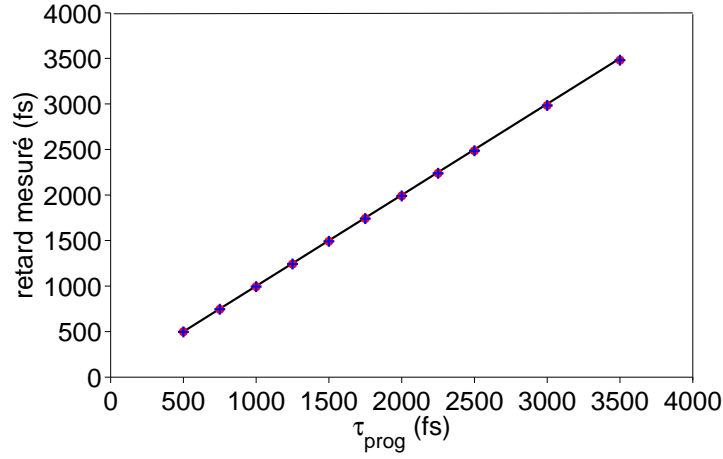


FIGURE 5.19 – Moyenne sur 21 tirs des retards mesurés sur le support Δx (ronds rouges) et en $x = x_0$ (croix bleues) en fonction des retards programmés entre les deux répliques. Droite des retards programmés en noir

τ_{prog} (fs)	τ^{2D} (fs)	ϵ_{τ}^{2D} (%)	$\epsilon_{\tau^{2D}}^{interfero}$ (%)	σ_{τ}^{2D} (fs)	τ (fs)	ϵ_{τ} (%)	$\epsilon_{\tau}^{interfero}$ (%)	σ_{τ} (fs)
500	498.9	0.23	0.16	1.5	496.7	0.65	0.05	0.7
750	744.8	0.69	0.02	1.7	745.2	0.63	0.03	1.0
1000	994.0	0.60	0.02	1.4	994.3	0.57	0.001	0.9
1250	1242.0	0.64	0.05	1.3	1242.5	0.60	0.02	1.0
1500	1491.7	0.56	9E-4	1.7	1491.4	0.57	0.001	1.2
1750	1741.8	0.47	0.01	2.0	1741.3	0.50	0.004	1.5
2000	1990.3	0.49	2E-3	2.2	1989.7	0.52	0.005	1.5
2250	2237.8	0.54	4E-3	2.1	2237.8	0.54	0.001	1.3
2500	2485.7	0.57	0.01	1.3	2485.7	0.57	0	0.8
3000	2983.3	0.56	4E-4	1.6	2983.0	0.57	0.004	1.2
3500	3480	0.56	0.7	2.1	3480.4	0.56	0	1.5

TABLE 5.10 – Analyse des retards moyens mesurés pour chaque valeur de retard programmé τ_{prog}

Pour chaque valeur de τ_{prog} , un coefficient φ_x moyen non-nul a été mesuré dont la valeur, la précision et les variations rms sont présentées en annexe E dans le tableau E.22. Les fronts d'onde des deux répliques sont donc inclinés d'un angle β entre eux. Cet angle, tout comme φ_x , décroît avec τ_{prog} , comme le montre la figure 5.20.

5.5.3 Interprétation

Du fait de la déviation du faisceau diffracté par rapport au faisceau incident, la mesure d'interférométrie spectrale réalisée ici est, en fait, une mesure d'interférométrie spectrale à décalage spatial. Ainsi en notant φ_1 la phase de la première impulsion et φ_2 celle de la seconde impulsion, la différence de phase reconstruite par interférométrie spectrale est :

$$\varphi_{res}(x, \omega) = \varphi_1(x, \omega) - \varphi_2(x + \delta x, \omega)$$

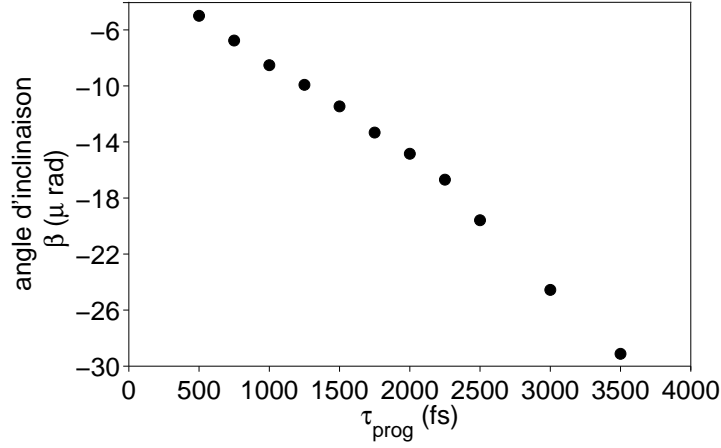


FIGURE 5.20 – Variation de l'angle d'inclinaison entre les fronts d'onde des deux répliques en fonction du retard

Pour une légère divergence du faisceau optique incident, les fronts d'onde des deux impulsions sont paraboliques suivant x . Du fait du décalage spatial δx et de cette divergence, la phase φ_{res} mesurée présente une dépendance linéaire en x ie $\varphi_{res} \propto \varphi_{1x}x$. De plus, comme δx dépend linéairement du retard τ_{prog} entre les deux impulsions, le coefficient φ_{1x} dépend lui aussi linéairement de τ_{prog} .

5.6 Interprétation des écarts observés expérimentalement

L'étude de la compensation automatique de la dispersion optique dans le TeO_2 a mis en évidence la présence d'une phase résiduelle de l'ordre de -411 fs^2 . De même, la précision sur la génération de phases polynomiales d'ordre 1 à 4 a été respectivement estimée, en moyenne, à 0.52, 2.35, 2.47 et 4.3%⁹ sur les coefficients de Taylor d'ordre supérieur. Dans cette section, je recherche l'origine de ces écarts systématiques à la phase programmée. Les sources d'erreurs envisagées ici sont donc de type systématique. Parmi ces sources sont envisagées : une erreur de calibration de l'AOPDF, une erreur sur la longueur L du cristal, une erreur sur le calcul de la biréfringence du TeO_2 (formules de Sellmeier).

5.6.1 Erreur de calibration de l'AOPDF

La calibration en longueurs d'onde de l'AOPDF a été vérifiée soigneusement en introduisant un trou centré sur $\lambda_t = 793 \text{ nm}$, de largeur $\delta\lambda_t = 0.5 \text{ nm}$ sur l'amplitude spectrale de l'impulsion incidente (section 3.2.4). Cependant, lors de cette vérification, le spectromètre était calibré par rapport aux longueurs d'onde prises dans l'air. Comme les longueurs d'onde sont considérées par défaut dans le vide pour le calcul de l'impulsion

9. L'étude de la précision de génération de phases polynomiales d'ordre 4 est présentée en annexe E.5.3.

électrique (section 3.2.3), ceci conduit à un défaut de calibration de l'AOPDF. Plus précisément, cela signifie que les expériences ont été faites avec un faisceau optique incident incliné d'un angle $\delta\theta$ par rapport à la normale à la face d'entrée du cristal, entraînant une erreur de 0.2 nm sur la calibration des longueurs d'onde (section 3.2.4), comme le montrent les figures 5.21 a et b en $x = x_0$ et la figure 5.22 sur le support spatial Δx de l'impulsion incidente. Cette dernière figure montre, en revanche, que la calibration est homogène sur Δx .

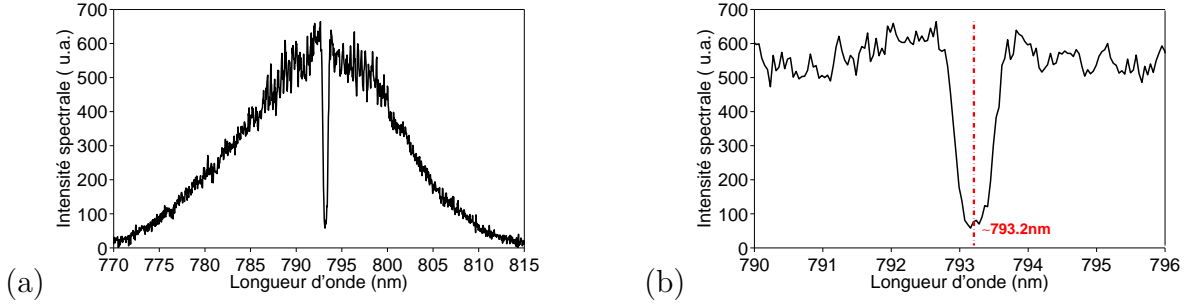


FIGURE 5.21 – Vérification de la calibration de l'AOPDF. (a) Spectre mesuré après introduction d'un trou (centré à $\lambda_0 = 793$ nm, largeur $\Delta\lambda_h = 0.5$ nm dans l'amplitude spectrale). (b) Agrandissement de la partie du spectre (a) contenant le trou. Ce dernier est centré à $\lambda_{0_s} = 793.2$ nm sur le spectromètre.

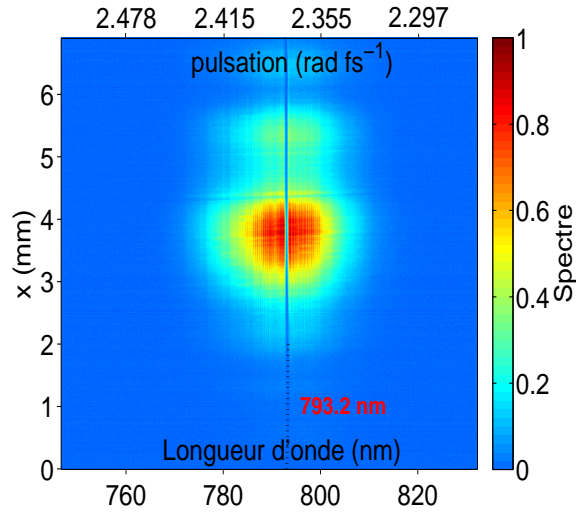


FIGURE 5.22 – Calibration de l'AOPDF en longueurs d'onde

Dans le chapitre 3, j'ai montré qu'une inclinaison d'un angle $\delta\theta$ petit du faisceau optique incident est à l'origine d'une homothétie de rapport ε_{θ_0} entre les pulsations diffractées $(\omega'_i)_i$ et celles, $(\omega_i)_i$, prises en compte dans le calcul de l'impulsion électrique (Eq. 3.46, section 3.2.4).

$$\forall i \in [0, N_{AOPDF} - 1], \omega'_i = \varepsilon_{\theta_0} \omega_i \quad (5.45)$$

où $\varepsilon_{\theta_0} \sim 0.9997$ ($\lambda'_i - \lambda_i = 0.2$ nm à 793 nm) et N_{AOPDF} est le nombre de points programmés dans l'AOPDF.

Il est donc possible de calculer l'effet de cette erreur de calibration sur la compensation de la dispersion optique dans le TeO_2 et sur la génération de phases polynomiales d'ordre 1 à 4.

Effet sur la compensation de la dispersion optique de l'AOPDF

La compensation de la phase spectrale introduite lors de la propagation dans le cristal est calculée pour une longueur d'onde particulière $\lambda_0 = 793 \text{ nm}$. Cette compensation est donc incorrecte du fait de l'erreur de calibration. La phase spectrale résiduelle alors mesurée est présentée figure 5.23.

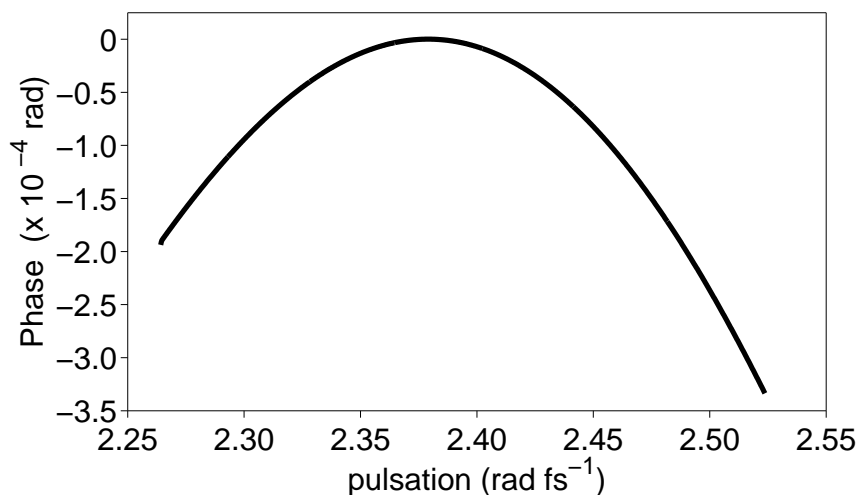


FIGURE 5.23 – *Ecart à la compensation de la dispersion optique de l'AOPDF liée à une erreur de calibration $\delta\lambda = 0.2 \text{ nm}$ de ce dernier*

Elle correspond à un écart rms sur la phase $\sigma_\varphi \sim 3.2 \cdot 10^{-2} \text{ mrad}$, ce qui est totalement négligeable. Un ajustement polynomial à l'ordre 4 nous permet de déterminer les coefficients de Taylor associés : $\varphi^{(2)} \sim -18fs^2$, $\varphi^{(3)} \sim -19fs^3$ et $\varphi^{(4)} \sim 23fs^4$.

L'écart à la compensation mesuré expérimentalement ne peut donc pas s'expliquer par l'erreur de calibration de 0.2 nm .

Effet sur une phase spectrale polynomiale d'ordre m

Considérons une phase spectrale polynomiale d'ordre m de la forme :

$$\phi(\omega) = \frac{\phi^{(m)}}{m!}(\omega - \omega_0)^m \quad (5.46)$$

La phase spectrale appliquée à l'impulsion optique incidente est :

$$\begin{aligned}
\varphi(\omega') &= \phi(\omega) \\
&= \phi\left(\frac{\omega'}{\varepsilon_{\theta_0}}\right) \\
&= \frac{\phi^{(m)}}{m!\varepsilon_{\theta_0}^m}(\omega' - \varepsilon_{\theta_0}\omega_0)^m
\end{aligned} \tag{5.47}$$

soit en utilisant la formule du binôme de Newton :

$$\varphi(\omega') \sim \frac{\phi^{(m)}}{m!\varepsilon_{\theta_0}^m} \sum_{i=0}^m C_m^i \omega'^{m-i} \varepsilon_{\theta_0}^i \omega_0^i \tag{5.48}$$

Le coefficient de Taylor d'ordre m mesuré, noté $\varphi^{(m)}$, est donc différent de celui programmé ($\phi^{(m)}$) et des termes de phase d'ordre inférieur sont introduits.

L'erreur relative sur $\varphi^{(m)}$ est :

$$\epsilon_{\varphi^{(m)}} = \frac{\varphi^{(m)} - \phi^{(m)}}{\phi^{(m)}} = \frac{1 - \varepsilon_{\theta_0}^m}{\varepsilon_{\theta_0}^m} \tag{5.49}$$

et vaut 0.03% pour $m = 1$, 0.05% pour $m = 2$, 0.076% pour $m = 3$ et 0.1% pour $m = 4$.

Ces erreurs sont de l'ordre de la précision des mesures d'interférométrie spectrale présentée dans ce chapitre et sont négligeables par rapport aux écarts mesurés expérimentalement sur les coefficients d'ordre 1 à 4 programmée dans l'AOPDF. L'erreur de calibration en longueurs d'onde du dispositif ne permet donc pas d'expliquer ces écarts.

5.6.2 Précision sur la longueur du cristal de TeO2

Effet sur la compensation automatique de la dispersion

Le retard de groupe introduit lors de la propagation dans le cristal de TeO₂ (Eq. 3.6, chapitre 3) dépend de la longueur L du cristal. Les coefficients de Taylor d'ordre 2 à 4 utilisés pour compenser la dispersion optique ont été calculés pour $L = 25$ mm. Une erreur ΔL sur cette longueur sera donc à l'origine d'une phase spectrale résiduelle en sortie d'AOPDF donnée par l'équation suivante :

$$\epsilon(L) = \frac{n_o(\omega)\omega\Delta L}{c} \tag{5.50}$$

où j'ai négligé le fait que la compensation ne soit calculée que sur les ordres 2 à 4 de la phase (annexe E.10).

La figure 5.24 présente la phase résiduelle obtenue pour une erreur $\Delta L = 0.79$ mm. L'écart rms correspondant est : $\sigma_\varphi \sim 418$ mrad, égal à l'écart obtenu expérimentalement (section 5.2). Un ajustement à l'ordre 4 de la phase résiduelle donne les coefficients de Taylor

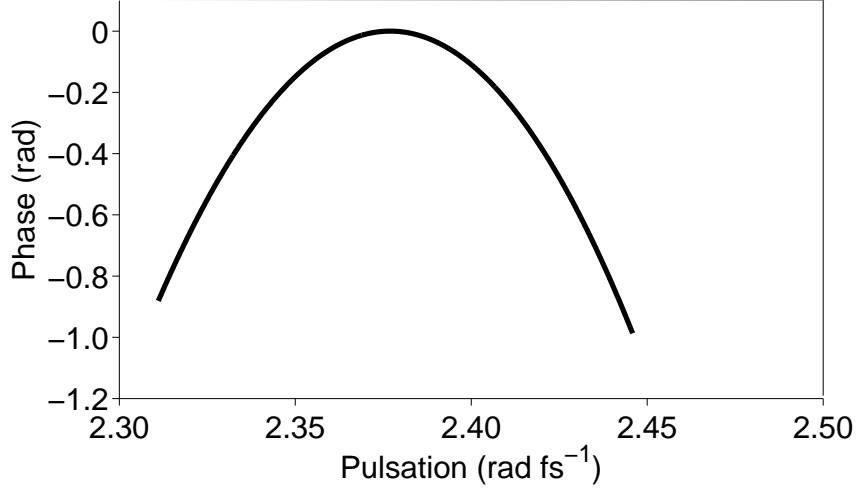


FIGURE 5.24 – Phase résiduelle obtenue pour une longueur réelle du cristal de 24.21 mm, soit $\Delta L = 0.79$ mm. La plage des pulsations correspond à celle contenue dans les 3% du maximum de l’enveloppe AC présentée dans les mesures expérimentales (Fig. 5.9)

d’ordre 2, 3 et 4 suivants : $\varphi^{(2)} \sim -411fs^2$, $\varphi^{(3)} \sim -234fs^3$ et $\varphi^{(4)} \sim -46fs^4$. On retrouve là encore la phase quadratique résiduelle mesurée expérimentalement.

Effet sur une variation de phase

Contrairement à l’écart observé sur la compensation de la dispersion optique, l’écart sur les phases polynomiales mesuré expérimentalement ne peut pas s’expliquer par une erreur sur la longueur du cristal. En effet, ce sont des mesures relatives à ϕ_{comp} .

Soit τ_{g1} le retard de groupe introduit pour une phase ϕ_{comp} programmée par l’AOPDF et τ_{g2} celui introduit après ajout de la phase polynomiale :

$$\tau_{g1_{AOPDF}}(\omega) = \frac{n_{go}(\omega)}{c} z_1(\omega) + \frac{n_{ge}(\omega)}{c} (L - z_1(\omega)) \quad (5.51)$$

$$\tau_{g2_{AOPDF}}(\omega) = \frac{n_{go}(\omega)}{c} z_2(\omega) + \frac{n_{ge}(\omega)}{c} (L - z_2(\omega)) \quad (5.52)$$

Entre les deux configurations, seule la position où la pulsation ω est diffractée change, ce qui est indépendant de la longueur du cristal comme le montre l’expression de la différence $\Delta\tau_g$ entre les retards de groupe τ_{g1} et τ_{g2} .

$$\Delta\tau_g(\omega) = \tau_{g2_{AOPDF}}(\omega) - \tau_{g1_{AOPDF}}(\omega) = \frac{\Delta n_g(\omega, \theta_0)}{c} (z_1(\omega) - z_2(\omega)) \quad (5.53)$$

La longueur du cristal n’a donc aucun effet sur la précision des phases polynomiales générées dans la partie expérimentale. En revanche, n’oublions pas que cette longueur est directement reliée à la capacité de façonnage $\Delta\tau_{max}$ (Eq. 3.7). Le retard de groupe associé à chacune des phases spectrales appliquées expérimentalement doit donc être contenu dans une fenêtre $[0, \Delta\tau_{max}]$, ce qui est largement le cas ici.

5.6.3 Précision sur la biréfringence du TeO_2

Les pulsations optiques diffractées dans l'AOPDF sont reliées aux pulsations acoustiques par l'équation 3.34 reportée ci-dessous :

$$\omega_{ac} = A(\theta_a, \theta_0) \Delta n(\omega) \omega \quad (5.54)$$

où Δn est la biréfringence du TeO_2 .

Supposons, dans un premier temps, que l'alignement de l'impulsion optique est parfait dans le cristal. Comme mentionné dans la section 3.3.1, la méconnaissance de la biréfringence du cristal entraîne un écart systématique entre pulsations optiques diffractée et calculée et donc un écart systématique entre la phase que l'on souhaite appliquer et celle qui est réellement appliquée.

La biréfringence Δn est calculée pour chaque pulsation en utilisant les formules de Sellmeier des indices optiques ordinaire n_o et extraordinaire n_{e0} .

$$n_o^2(\lambda) = 1 + \frac{B_1 \lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2 \lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3 \lambda^2}{\lambda^2 - C_3} \quad (5.55)$$

$$n_{e0}^2(\lambda) = 1 + \frac{D_1 \lambda^2}{\lambda^2 - E_1} + \frac{D_2 \lambda^2}{\lambda^2 - E_2} + \frac{D_3 \lambda^2}{\lambda^2 - E_3} \quad (5.56)$$

Suivant la référence considérée dans la littérature ([66], [67], [68]), les valeurs des coefficients B_n , C_n , D_n et E_n ($n = 1, 2, 3$) diffèrent. Pour visualiser l'influence de ces différences sur la biréfringence calculée, j'ai tracé figure 5.25 le rapport entre les valeurs de Δn calculées pour quatre jeux de coefficients et celles, Δn_{AOPDF} , utilisées pour l'ensemble des expériences de ce chapitre. L'écart maximal obtenu est de 8/1000 sur la biréfringence. De

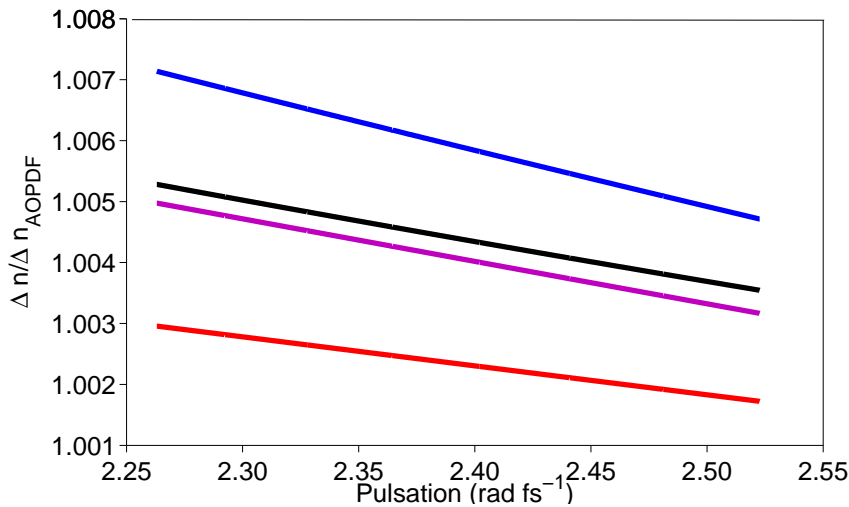


FIGURE 5.25 – Rapport entre les valeurs de biréfringence Δn extraites de la littérature et celles utilisées pour les expériences (Δn_{AOPDF}) en fonction de la pulsation. De haut en bas, en violet foncé : référence [68], en noir, référence [66], en pourpre, références [66]+[67] et en rouge, références [66]+[67]

plus, les variations de $\Delta n / \Delta n_{AOPDF}$ avec la pulsation présentent une dépendance linéaire avec celle-ci. On peut alors écrire la biréfringence réelle du matériau, notée Δn_{theo} , en fonction de Δn_{AOPDF} sous la forme suivante :

$$\Delta n_{theo}(\omega) = \Delta n_{AOPDF}(\omega)(1 + \varepsilon_0 + \varepsilon_1(\omega - \omega_0)) \quad (5.57)$$

où ω_0 est la pulsation centrale de l'impulsion incidente.

5.6.4 Erreur introduite sur la phase spectrale

Considérons une phase polynomiale ϕ d'ordre m que l'on souhaite appliquer à l'impulsion optique incidente :

$$\phi(\omega) = \frac{\phi^{(m)}}{m!}(\omega - \omega_0)^m \quad (5.58)$$

Avant calibration de l'AOPDF en longueurs d'onde (section 3.2.4), les pulsations optiques diffractées ω' et celles calculées ω sont reliées à la pulsation acoustique ω_{ac} de la façon suivante :

$$\omega_{ac} = \Delta n_{theo}(\omega')A(\theta_a, \theta_0)\omega' \quad (5.59)$$

$$\omega_{ac} = \Delta n_{AOPDF}(\omega)A(\theta_a, \theta_0)\omega \quad (5.60)$$

En pratique, l'étape de calibration fait coïncider ω' et ω pour une pulsation programmée ω_0 par une rotation du cristal d'un angle $\delta\theta_n$ dans le plan de diffraction. Pour cette pulsation, on a :

$$\Delta n_{theo}(\omega_0)\omega_0A(\theta_a, \theta_0 + n_o\delta\theta_n) = \Delta n_{AOPDF}(\omega_0)\omega_0A(\theta_a, \theta_0) \quad (5.61)$$

soit en utilisant l'expression 5.57 :

$$(1 + \varepsilon_0)A(\theta_a, \theta_0 + n_o\delta\theta_n) = A(\theta_0) \quad (5.62)$$

Le système 5.59 devient alors :

$$\omega_{ac} = \Delta n_{theo}(\omega')A(\theta_a, \theta_0 + n_o\delta\theta_n)\omega' \quad (5.63)$$

$$\omega_{ac} = \Delta n_{AOPDF}(\omega)A(\theta_a, \theta_0)\omega \quad (5.64)$$

soit :

$$\Delta n_{theo}(\omega')A(\theta_a, \theta_0 + n_o\delta\theta_n)\omega' = \Delta n_{AOPDF}(\omega)A(\theta_a, \theta_0)\omega \quad (5.65)$$

En utilisant les expressions 5.57 et 5.62 et en supposant $\Delta n_{AOPDF}(\omega') \sim \Delta n_{AOPDF}$, on obtient :

$$\omega = \frac{\varepsilon_1}{1 + \varepsilon_0}(\omega' - \omega_0)^2 + \left[1 + \frac{\varepsilon_1\omega_0}{1 + \varepsilon_0}\right](\omega' - \omega_0) \quad (5.66)$$

Comme $\frac{\varepsilon_1}{1+\varepsilon_0} \ll 1$, l'expression précédente devient :

$$\omega \simeq \left[1 + \frac{\varepsilon_1 \omega_0}{1 + \varepsilon_0} \right] (\omega' - \omega_0) \quad (5.67)$$

La phase spectrale φ appliquée pour une phase ϕ programmée est donc :

$$\varphi(\omega') = \phi(\omega) \quad (5.68)$$

$$= \frac{\phi^{(m)}}{m!} \left[\left(1 + \frac{\varepsilon_1 \omega_0}{1 + \varepsilon_0} \right) (\omega' - \omega_0) - \omega_0 \right]^m \quad (5.69)$$

Le coefficient de Taylor d'ordre m appliqué, $\varphi^{(m)}$, est :

$$\varphi^{(m)} \simeq \phi^{(m)} \left[1 + \frac{\varepsilon_1 \omega_0}{1 + \varepsilon_0} \right]^m \quad (5.70)$$

D'où l'écart relatif suivant entre $\varphi^{(m)}$ et $\phi^{(m)}$:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\varphi^m} &= \frac{\varphi^{(m)} - \phi^{(m)}}{\phi^{(m)}} \\ &= \left[1 + \frac{\varepsilon_1 \omega_0}{1 + \varepsilon_0} \right]^m - 1 \end{aligned} \quad (5.71)$$

5.6.5 Comparaison avec les écarts obtenus expérimentalement

Les précisions moyennes de génération de phases polynomiales d'ordre 1 à 4, dont la mesure par interférométrie spectrale a été présentée dans ce chapitre, sont rappelées dans le tableau 5.11.

Erreur sur la biréfringence

Considérons dans un premier temps l'erreur expérimentale moyenne $\epsilon_\tau \sim 0.52\%$ sur le terme de retard. D'après la section précédente, un tel écart pourrait s'expliquer par une erreur sur la biréfringence du TeO_2 de la forme :

$$\Delta n_{theo}(\omega) = \Delta n(\omega) (1 + \varepsilon_1(\omega - \omega_0)) \quad (5.72)$$

où le coefficient ε_0 de l'expression 5.57 est supposé négligeable devant 1 et ε_1 est relié à ϵ_τ par l'expression 5.71 prise pour $m = 1$, soit :

$$\varepsilon_1 = \frac{-\epsilon_\tau}{\omega_0} \quad (5.73)$$

$$\sim -2.19 \cdot 10^{-3} \text{ rad}^{-1} \text{ fs} \quad (5.74)$$

Pour savoir si ce type d'erreur est compatible avec les différentes valeurs de biréfringence Δn trouvées dans la littérature (Fig.5.25), j'ai tracé, dans chaque cas, avec le même code

de couleur, le rapport $\Delta n/\Delta n_{AOPDF}$ remis à zéro en $\omega_0 \sim 2.37 \text{ rad fs}^{-1}$ ($\lambda_0 = 795 \text{ nm}$) (Fig. 5.26). L'erreur sur la biréfringence correspondant à un écart sur le retard de 0.52% : $\Delta n/\Delta n_{AOPDF} = 1 + \varepsilon_1(\omega - \omega_0)$ avec $\varepsilon_1 \sim -2.19 \cdot 10^{-3} \text{ rad}^{-1} \text{ fs}$ est présentée, sur cette même figure, après remise à zéro en ω_0 .

Cette erreur est inférieure aux déviations observées dans la littérature. Il est donc vrai-

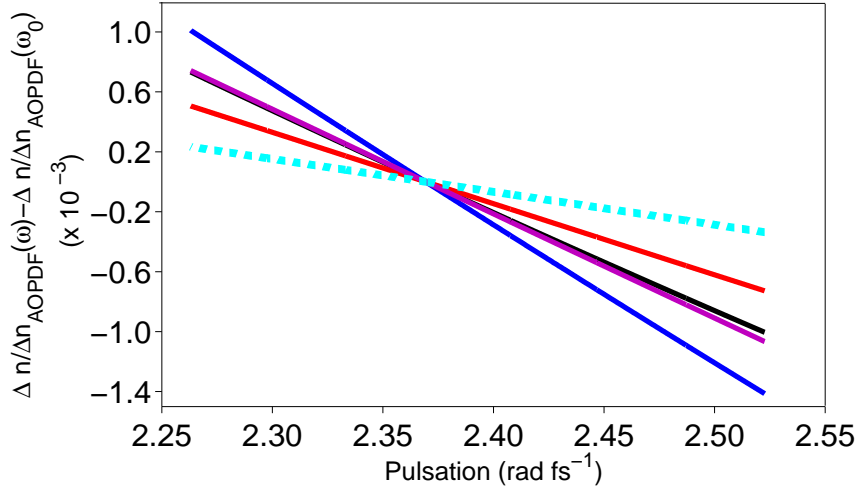


FIGURE 5.26 – Rapport $\Delta n/\Delta n_{AOPDF}$ de la figure 5.25 remis à 0 en $\omega_0 \sim 2.37 \text{ rad fs}^{-1}$ ($\lambda_0 = 795 \text{ nm}$). En violet foncé : référence [68], en noir, référence [66], en pourpre, références [68]+[67] et en rouge, références [66]+[67]. En tiret bleu turquoise : Erreur sur le Δn conduisant à un écart sur le retard généré de $\epsilon_\tau = 0.52\%$

semblable que l'écart de 0.52% sur le terme de retard mesuré expérimentalement soit dû à une erreur sur les formules de Sellmeier utilisées pour le calcul de l'impulsion électrique.

Analyse sur les différents ordres des phases spectrales

En supposant l'écart expérimental $\epsilon_\tau \sim 0.52\%$ sur le terme de retard uniquement lié à une erreur sur les formules de Sellmeier, il est possible d'estimer celui, ϵ_{φ^m} , induit sur les ordres supérieurs ($m = 2, 3$ et 4) de la phase en utilisant l'expression 5.71.

$$\epsilon_{\varphi^m} \sim [1 + \epsilon_\tau]^m - 1 \quad (5.75)$$

Les applications numériques sont reportées dans le tableau 5.11.

On observe un facteur de l'ordre de 2 entre les écarts expérimentaux et ceux calculés à partir de l'erreur sur la biréfringence. Cette erreur explique donc uniquement en partie les écarts observés expérimentalement. Cependant, dans le modèle utilisé, j'ai supposé $\varepsilon_0 \ll 1$, ce qui revient à considérer l'erreur de calibration en longueurs d'onde induite par l'erreur sur la biréfringence négligeable. De plus, la compensation de cette erreur de calibration par une rotation du cristal d'un angle $n_o \delta \theta_n$ dans son plan de diffraction a, en pratique, d'autres conséquences qui n'ont pas été prises en compte dans cette section

	exp	précision Sellmeier
τ (fs)	0.52%	0.52%
φ_2 (fs ²)	2.35%	1.04%
φ_3 (fs ³)	2.47%	1.57%
φ_4 (fs ⁴)	4.3%	2.1%

TABLE 5.11 – Ecarts expérimentaux moyens sur la génération de phases polynomiales d'ordre 1 à 4. Ecarts correspondant à une erreur sur la biréfringence : $\Delta n = \Delta n_{AOPDF} (1 + \varepsilon_1(\omega - \omega_0))$ avec $\varepsilon_1 \sim -2.19 \cdot 10^{-3} \text{ rad}^{-1} \text{ fs}$

(modification de l'incidence à l'interface air-verre, de la projection du vecteur d'onde optique sur l'acoustique, de la longueur d'interaction, ...). D'autre part, il ne faut pas oublier que ces écarts expérimentaux ont été mesurés avec une précision moyenne de respectivement 0.09%, 0.17%, 0.27% et 0.87% sur les termes d'ordre 1 à 4 de la phase et que seuls 21 enregistrements ont été réalisés pour limiter l'effet des fluctuations sur la mesure. Pour toutes ces raisons, je pense que l'erreur sur la biréfringence est la source prépondérante des écarts obtenus expérimentalement.

Conclusion sur l'interprétation des écarts mesurés expérimentalement

- L'erreur de calibration de l'AOPDF en longueurs d'onde ($\delta\lambda = 0.2 \text{ nm}$ à 793 nm) a un effet négligeable sur la précision de génération de phases polynomiales d'ordre 1 à 4 et sur la compensation automatique de la dispersion optique du dispositif.
- L'erreur à la compensation obtenue expérimentalement s'explique principalement par une erreur de $\Delta L \sim 0.79 \text{ mm}$ sur la longueur du cristal. L'effet d'une erreur sur la biréfringence du cristal n'a cependant pas été pris en compte, dans ce cas.
- Les écarts expérimentaux observés sur la génération de phases polynomiales d'ordre 1 à 4 s'expliquent principalement par une erreur sur la biréfringence utilisée pour le calcul de l'impulsion électrique.

5.7 Interférométrie spectrale résolue spatialement pour la caractérisation de phases complexes

Nous nous intéressons à la caractérisation de phases plus complexes de type sinusoïdale et saut de phase. Le support temporel associé à ces phases est très étendu (chapitre 1, section 1.3). La précision de leur caractérisation par interférométrie spectrale est alors limitée par deux facteurs :

- le fenêtrage de Nyquist lié à la discrétisation du signal mesuré par le détecteur,
- la réponse non-plate du spectromètre.

La largeur T_{Ny} de la fenêtre de Nyquist impose que le support temporel de la composante AC soit inférieur à $\frac{T_{Ny}}{2}$ ¹⁰. La réponse non-plate du spectromètre modifie la composante AC mesurée et induit ainsi une erreur sur la phase reconstruite (chapitre 4, section 4.6.2). De plus cette réponse prenant des valeurs non-nulles en dehors de la fenêtre de Nyquist, le signal mesuré est parasité par le signal présent en dehors de la fenêtre et replié à l'intérieur de celle-ci.

Une méthode de caractérisation qui permet de s'affranchir de ces problèmes est l'interférométrie spectrale résolue spatialement (SSI) inspirée de la méthode des crochets (Haken Methode, [69]) et largement utilisée par Y. Silberberg pour la caractérisation d'impulsions courtes [70]. Son principe est actuellement utilisé pour la caractérisation spatio-temporelle d'impulsions courtes [71][72]. La technique SSI consiste à encoder spatialement l'information recherchée sur la phase par interférométrie spatiale entre l'impulsion de référence et l'impulsion à caractériser en introduisant un angle 2θ entre les deux voies de l'interféromètre (Fig. 5.27). Notons ici que la lentille cylindrique (Fig. 5.1) a été retirée pour ces expériences.

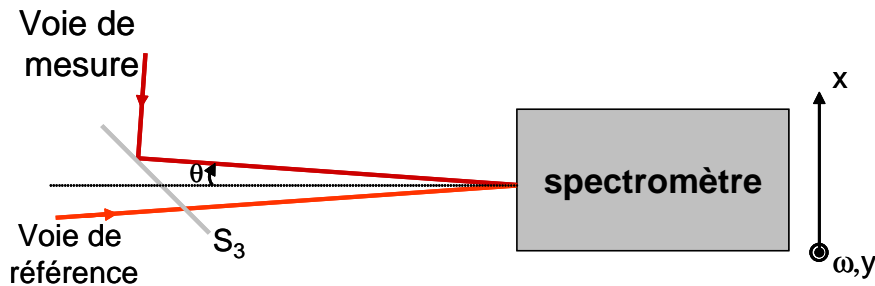


FIGURE 5.27 – Schéma de principe de l'interférométrie spectrale résolue spatialement (SSI)

Le signal $S(x, \omega)$ enregistré au spectromètre prend la forme :

$$\begin{aligned}
 S(x, \omega) &= |\mathcal{E}_0(x, \omega) \exp(i\vec{k}_0 \cdot \vec{r}) + \mathcal{E}(x, \omega) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r})|^2 \\
 &= |\mathcal{E}_0(x, \omega) \exp(i\vec{k}_0 \cdot \vec{r}) + \mathcal{E}(x, \omega) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r})|^2 \\
 &= |\mathcal{E}_0(x, \omega)|^2 + |\mathcal{E}(x, \omega)|^2 + 2|\mathcal{E}_0(x, \omega)||\mathcal{E}(x, \omega)| \cos\left(\varphi_0(x, \omega) - \varphi(x, \omega) + 2\frac{\omega}{c}x \sin \theta\right)
 \end{aligned}
 \tag{5.76}$$

où z est la direction de propagation, \vec{k}_0 et \vec{k} les vecteurs d'onde respectifs des impulsions de la voie de référence et de celle de mesure pris en aval de la séparatrice S_3 .

Un exemple d'interférogramme enregistré pour deux impulsions gaussiennes centrées à 800 nm, de largeur à mi-hauteur 20 nm et de différence de phase plate est présenté figure

10. Il est en effet possible de s'affranchir de la composante DC par soustraction de la transformée de Fourier des spectres $|\mathcal{E}|^2$ et $|\mathcal{E}_0|^2$ de chaque impulsion mesurés indépendamment.

5.28 pour un angle $\theta \sim 0.45$ mrad entre les deux faisceaux. Le principe du traitement numérique utilisé pour reconstruire la différence de phase $\varphi_0(x, \omega) - \varphi(x, \omega)$ est similaire à celui effectué en interférométrie spectrale classique (section 4.3.1) :

- la transformée de Fourier 2D du spectre cannelé initial,
- le filtrage de la composante AC située en k_{x_0} (rectangle jaune sur le figure 5.28 b),
- la transformée de Fourier 2D inverse pour revenir dans le domaine spatio-spectral et remonter à la différence de phase.

Remarque : Il est ici suffisant d'effectuer une transformée de Fourier par rapport à x . La composante AC est alors centrée en $k_{x_0} = 2\frac{\omega}{c}\sin\theta$.

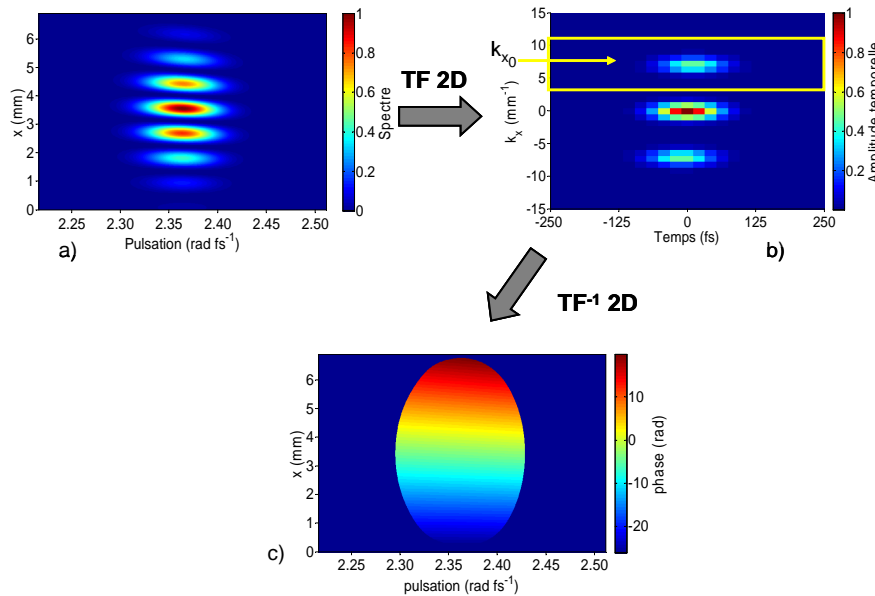


FIGURE 5.28 – Etapes du traitement numérique de l'interférogramme. a) Interférogramme de départ, b) Filtrage de la composante AC dans le domaine de Fourier. Rectangle jaune : largeurs à mi-hauteur du filtre supergaussien utilisé. c) Phase spectrale reconstruite : $\varphi_0(x, \omega) - \varphi(x, \omega) + 2\frac{\omega}{c}\sin\theta$

Pour déterminer la différence de phase $\varphi_0 - \varphi$ sur l'ensemble de la CCD, le problème se pose de l'élimination du terme résiduel : $2\frac{\omega}{c}\sin\theta$. Nous avons choisi ici de retirer le terme de retard moyen par un réglage de la ligne à retard. L'ensemble des phases appliquées est alors caractérisé par rapport à une phase de référence qui correspond à la différence de phase mesurée pour une phase ϕ_{comp} programmée. La contribution du terme résiduel à la phase reconstruite est ainsi négligeable.

5.7.1 Caractérisation de phases sinusoïdales

Plusieurs valeurs de phases sinusoïdales ont été caractérisées. Seul l'exemple de la phase φ_{sinus} est présenté ici :

$$\varphi_{\text{sinus}}(\omega) = a \sin [(\omega - \omega_{s_0})\tau_s + \psi] + b \sin [(\omega - \omega_{s_0})\tau_{s_1}] \quad (5.77)$$

où $a = 2$, $b = 1$, $\omega_{s_0} = \frac{2\pi c}{\lambda_{s_0}}$ avec $\lambda_{s_0} = 793 \text{ nm}$, $\tau_s = 100 \text{ fs}$, $\tau_{s_1} = 300 \text{ fs}$ et $\psi = 0$.

Sur l'interférogramme mesuré (Fig. 5.29a), la forme des franges prend l'allure de la phase sinusoïdale programmée. La phase reconstruite après soustraction de la phase de référence est une double sinusoïde (Fig. 5.29b) en bon accord avec la phase programmée comme le montre une coupe suivant $x = 3.618 \text{ mm}$ des phases mesurées et programmées (courbes respectivement noire et bleue, Fig. 5.30a). L'écart entre ces courbes se manifeste principalement par un décalage constant en longueur d'onde lié à l'erreur de calibration de l'AOPDF de 0.2 nm (section 5.6). Une fois cette erreur corrigée, on observe une superposition de ces deux courbes sur une grande plage de pulsations (Fig. 5.30b). Sur les extrémités de la plage de pulsations représentées, le faible écart observé est compatible avec l'imprécision sur la biréfringence calculée du TeO_2 , mise en évidence dans la section 5.6.

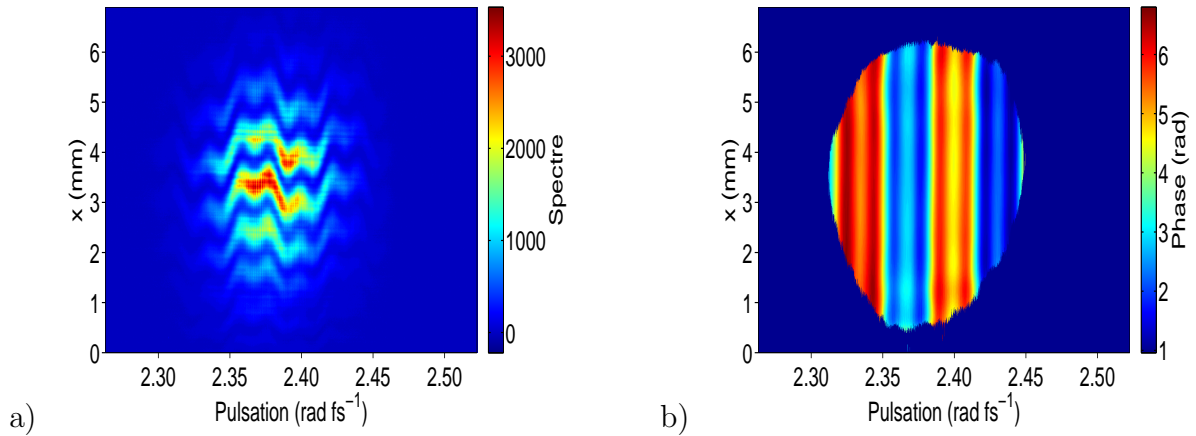


FIGURE 5.29 – a) Interférogramme mesuré pour une phase φ_{sinu} programmée avec l'AOPDF. b) Phase spectrale reconstruite après soustraction de la phase de référence

5.7.2 Caractérisation de sauts de phase

L'expression d'un saut de phase en fonction de la longueur d'onde a été définie dans le chapitre 1 (Eq. 1.82). Plusieurs sauts de phases différents programmés avec l'AOPDF ont été mesurés. Nous présentons ici un exemple particulier pour lequel la phase introduite

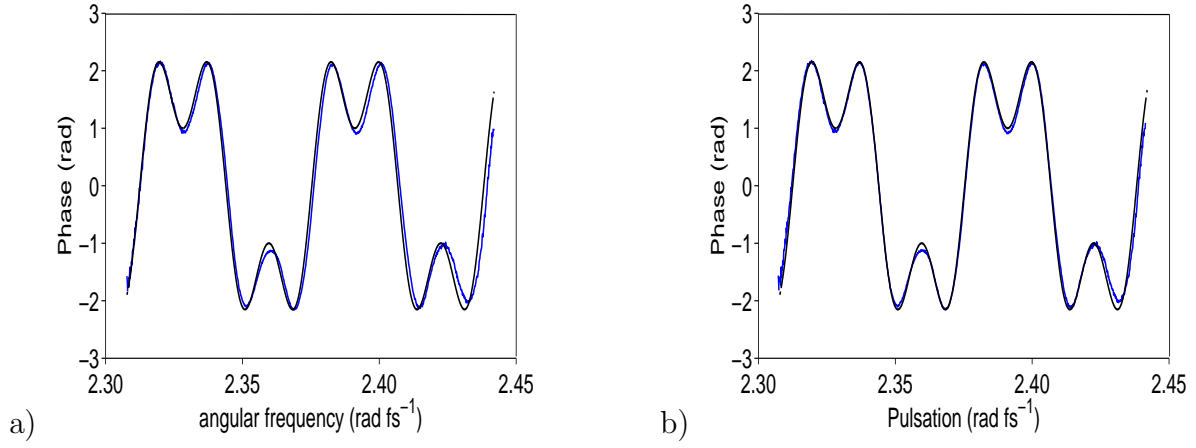


FIGURE 5.30 – En bleu, phase programmée. En noir, phase spectrale reconstruite à la position $x = 3.618$ mm (a) sans prendre en compte l'erreur de calibration $\delta\lambda = 0.2$ nm, (b) en la prenant en compte.

est :

$$\varphi_{saut}(\lambda) = A \exp \left[-2^{2n} \ln(2) \left(\frac{\lambda - \lambda_{min}}{2(\lambda_{c_0} - \lambda_{min})} \right)^{2n} \right] + A \exp \left[-2^{2n} \ln(2) \left(\frac{\lambda - \lambda_{min}}{2(\lambda_{c_1} - \lambda_{min})} \right)^{2n} \right] \quad (5.78)$$

avec $A = 20$, $n = 40$, $\lambda_{c_0} = 788$ nm, $\lambda_{c_1} = 798$ nm et $\lambda_{min} = 700$ nm.

L'interférogramme mesuré pour cette phase programmée est présenté figure 5.31 a. Les deux sauts de phase programmés se retrouvent sur la phase reconstruite après soustraction de la phase de référence (Fig. 5.31 b). Ceci est confirmé par la coupe suivant $x = 3.618$ mm des phases mesurée et programmée (courbes respectivement noire et bleue, Fig. 5.32a). Comme pour la phase sinusoïdale, l'écart entre les courbes est principalement lié à l'erreur de calibration en longueurs d'onde de l'AOPDF, comme le montre la figure 5.32 b.

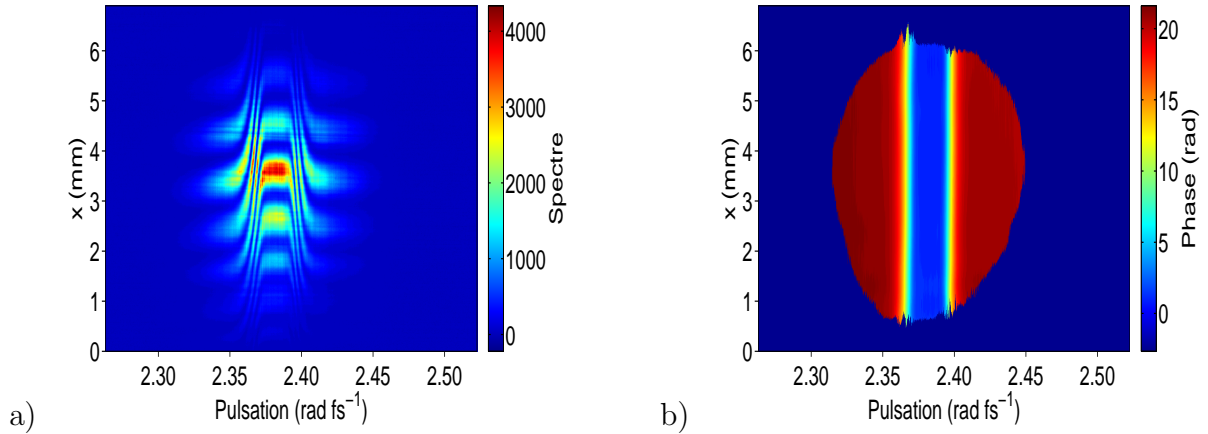


FIGURE 5.31 – a) Interférogramme mesuré pour une phase φ_{saut} programmée avec l'AOPDF. b) Phase spectrale reconstruite après soustraction de la phase de référence

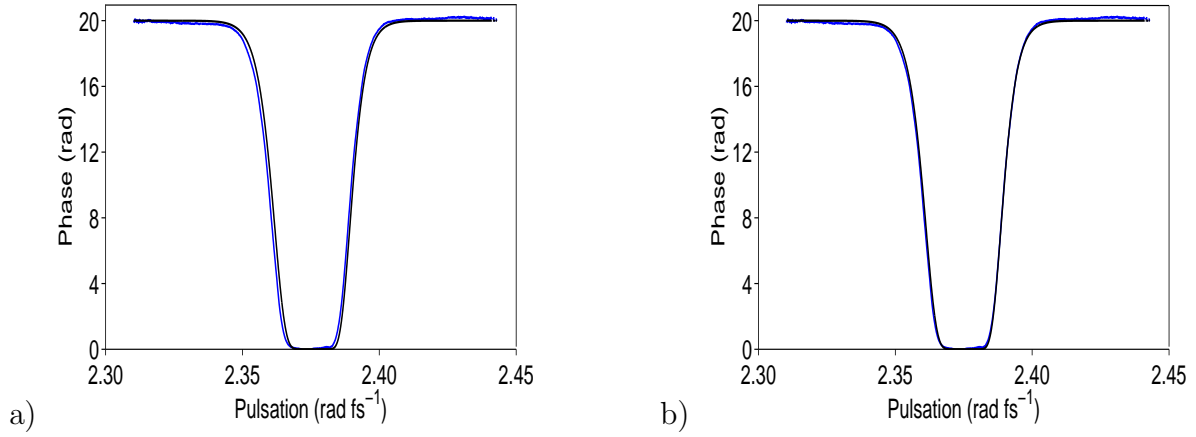


FIGURE 5.32 – *En bleu, phase spectrale programmée. En noir : phase spectrale reconstruite à la position $x = 3.618$ mm a) sans prendre en compte l'erreur de calibration en longueur d'onde de l'AOPDF, (b) en la prenant en compte*

Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, j'ai mis en évidence, grâce à une étude approfondie et systématique, la capacité de l'AOPDF à générer des phases polynomiales d'ordre 1 à 4 avec une très grande précision. La précision sur les coefficients de Taylor d'ordre 1 à 4 a été respectivement évaluée à 0.52%, 2.35%, 2.47% et 4.3%. L'homogénéité spatiale de la génération de ces phases a également été mise en évidence sur un support $\Delta x \sim 5.6$ mm correspondant au quintuple de la taille du faisceau habituellement utilisée en entrée de dispositif. Les écarts observés expérimentalement sur les coefficients de Taylor sont principalement liés à une erreur sur les valeurs de biréfringence du matériau utilisées pour le calcul de l'impulsion électrique dans l'AOPDF.

La compensation automatique de la dispersion optique du cristal a été caractérisée. Une phase résiduelle quadratique de l'ordre de $\varphi_2 \sim -411 \text{ fs}^2$ a été mesurée expérimentalement. Cet écart à la compensation peut s'expliquer par une erreur de $\Delta L = 0.79$ mm sur la longueur du cristal.

La technique d'interférométrie spectrale résolue spatialement a été utilisée pour montrer la capacité de l'AOPDF à générer des phases complexes comme des phases sinusoïdales et des sauts de phase.

Troisième partie

Caractérisation temporelle d'impulsions courtes

Introduction générale sur la caractérisation temporelle d'impulsions courtes

La caractérisation temporelle des impulsions courtes est rendue complexe par leur brièveté. En effet, un phénomène temporel est le plus souvent caractérisé à l'aide d'un autre phénomène de durée inférieure. Le profil temporel d'impulsion optique de durée de l'ordre de quelques microsecondes peut, par exemple, être mesuré avec une photodiode rapide (nanoseconde) et un oscilloscope. Malheureusement, les systèmes électroniques et opto-électroniques ont des temps de réponse qui sont typiquement limités à quelques dizaines de picosecondes. Pour caractériser des impulsions brèves de durée inférieure à la picoseconde, il n'existe quasiment pas d'autre alternative¹¹ que de recourir à des impulsions optiques auxiliaires, encore plus brèves. La caractérisation se fait alors, par échantillonnage (corrélation croisée par exemple) ou par comparaison (interférométrie spectrale par exemple). Au sein de la vaste zoologie formée par les dizaines de techniques proposées au fil des ans, les mesures dites *autoréférencées* occupent une place particulière. Ces méthodes se distinguent, en effet, en ceci que l'impulsion à mesurer est sa propre impulsion auxiliaire.

Dans cette partie, trois techniques de mesure autoréférencées sont étudiées : une technique de référence basée sur l'interférométrie spectrale à décalage (Spectral Phase Interferometry for Direct Electric-field Reconstruction ou SPIDER [4], chapitre 7) et deux nouvelles techniques de mesure : la "Local Spectral Compression" ou LSC (chapitre 6) et la "Self-Referenced Spectral Interferometry" ou SRSI (chapitre 8). Le développement de ces deux nouvelles méthodes a été motivé par un besoin croissant de techniques de mesures simples, quantitatives et non ambiguës permettant de déterminer la phase (et pour la technique SRSI, l'amplitude) spectrale d'impulsions de durées typiques variant entre 10 fs et 100 fs. Je me suis intéressée ici à deux aspects particuliers : le caractère quantitatif de ces mesures et leur application à la compression d'impulsions.

11. Il est possible d'atteindre des temps de réponses de 200 fs en monocoup à l'aide d'une caméra à balayage de fente [36] : <http://sales.hamamatsu.com/assets/pdf/hpspdf/ec6138.pdf>.

Chapitre 6

Local Spectral Compression

En l'absence d'impulsion de référence, la caractérisation d'impulsions femtosecondes nécessite la présence de trois éléments : un filtre linéaire stationnaire, un filtre non-stationnaire et un détecteur intégrateur [73]. Le filtre linéaire stationnaire peut être réalisé par un dispositif de façonnage d'impulsions comme un AOPDF [74]. Actuellement, ces dispositifs sont installés avant amplification sur un certain nombre de chaînes laser CPA. Il est alors très pratique d'utiliser un tel outil non seulement pour contrôler la phase spectrale des impulsions amplifiées mais aussi pour la caractériser. C'est ce que permet la méthode dite de "Local Spectral Compression" (LSC), mise en oeuvre¹ et commercialisée par la société Fastlite [75]. Elle consiste à reconstruire la phase spectrale à partir du spectre de seconde harmonique des impulsions amplifiées pour différentes valeurs de phases quadratiques ajoutées. Le cristal doubleur et le spectromètre sont installés en sortie d'amplificateur et les différentes valeurs de phases quadratiques sont introduites par l'AOPDF situé en amont de l'amplificateur. Cette méthode nécessite la génération de phases quadratiques avec une grande précision, ce qui est le cas de l'AOPDF. En effet, j'ai démontré, dans le chapitre 5, que cette précision est en moyenne de 2.35%.

D'autres méthodes de caractérisation de la phase spectrale d'impulsions courtes à partir de leur spectre de seconde harmonique existent. C'est le cas, par exemple, de la méthode MIIPS, proposée par l'équipe de M. Dantus sous deux versions différentes. Dans la première, la phase spectrale est reconstruite de manière itérative à partir du spectre de seconde harmonique des impulsions amplifiées après ajout de différentes phases sinusoïdales [76][77]. Dans la seconde, la reconstruction repose sur la détermination du maximum du signal de seconde harmonique pour différentes valeurs de phases quadratiques ajoutées [78]. Cette dernière approche diffère de la technique présentée dans ce chapitre par le traitement effectué pour remonter à la phase spectrale des impulsions amplifiées.

Une première partie de ce chapitre est consacrée à la théorie de la méthode LSC. Dans une seconde partie, je m'intéresse à sa caractérisation expérimentale sur des impulsions

1. bien que non publiée

de durée de l'ordre de 50 fs, en sortie de la ligne d'expérience n°1 de la chaîne LUCA (tableau 2.2, chapitre 2). L'optimisation de la compression des impulsions a, dans un premier temps, été réalisée grâce à un bouclage entre le dispositif de LSC et l'AOPDF situé en amont de l'amplificateur. Dans un second temps, l'aspect quantitatif de la mesure, par cette méthode, de phases polynomiales d'ordre 2 à 4 a été étudié.

6.1 Théorie

Nous cherchons à reconstruire la phase spectrale d'une impulsion à partir de son spectre de seconde harmonique (SH). Une première approche intuitive permet, dans certains cas, la détermination de cette phase à partir de la localisation des maxima du signal SH pour différentes valeurs de phases quadratiques ajoutées. Une approche plus globale consiste à étudier le comportement asymptotique du spectre de SH avec la phase quadratique. C'est sur ce comportement que repose la méthode LSC. Deux démonstrations de cette méthode sont proposées : une simplifiée à partir de la représentation temps-fréquence d'une impulsion à dérive de fréquence et une plus rigoureuse qui utilise le théorème de la phase stationnaire. Enfin, des exemples de reconstruction de phases polynomiales d'ordre 2 à 4 sont présentées.

6.1.1 Expression du signal de seconde harmonique

La génération de seconde harmonique est un cas particulier de la génération de somme de fréquences (qui sera présentée dans la section 7.2.2) pour lequel les deux impulsions en entrée de cristal sont identiques (Fig.6.1).

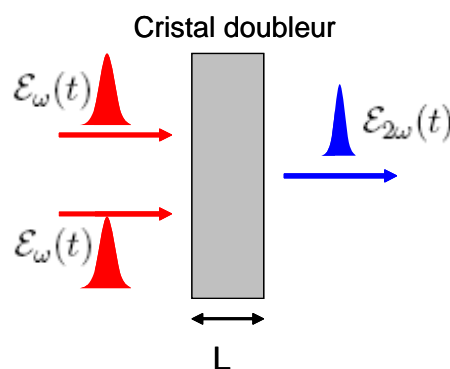


FIGURE 6.1 – *Schéma de la génération de seconde harmonique*

Avec les hypothèses suivantes :

1. angle de double-réfraction et effets transverses négligés,
2. approximation de l'enveloppe lentement variable suivant z et t ,
3. effets non-linéaires autres que la génération de seconde harmonique négligés,

4. réponse non-linéaire du milieu instantanée,
5. milieux isotropes pour chaque onde,
6. polarisation des ondes rectilignes,
7. non-déplétion de l'onde initiale,
8. dispersion dans le cristal non-linéaire négligée,
9. acceptance spectrale infinie,

les amplitudes temporelles complexes $\mathcal{A}_{2\omega}(t)$ et $\mathcal{A}_\omega(t)$ (section 1.1.2) des champs de seconde harmonique et fondamental sont reliées par :

$$\mathcal{A}_{2\omega}(t) = \gamma \mathcal{A}_\omega(t)^2 \quad (6.1)$$

où $\gamma = \frac{i\omega_1 \chi^{(2)} L_d}{8n(\omega_1)\varepsilon_0 c}$ où ω_1 est la pulsation centrale du signal de seconde harmonique, $n(\omega_1)$ l'indice de réfraction à la pulsation ω_1 et $\chi^{(2)}$ la susceptibilité non-linéaire d'ordre 2 du matériau.

Par transformée de Fourier, l'amplitude spectrale complexe $\mathcal{A}_{2\omega}(2\omega)$ de l'impulsion de seconde harmonique s'écrit :

$$\mathcal{A}_{2\omega}(\omega) = \gamma \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{A}(\omega') \mathcal{A}(\omega - \omega') d\omega' \quad (6.2)$$

La génération de seconde harmonique consiste donc en un ensemble de sommes de fréquences entre les différentes composantes de l'impulsion fondamentale (Eq. 6.2).

En posant $\omega' = \frac{\omega}{2} - \tilde{\Omega}$, l'équation 6.2 devient :

$$\mathcal{A}_{2\omega}(\omega) = \gamma \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{A}_\omega\left(\frac{\omega}{2} - \tilde{\Omega}\right) \mathcal{A}_\omega\left(\frac{\omega}{2} + \tilde{\Omega}\right) d\tilde{\Omega} \quad (6.3)$$

6.1.2 "Local Spectral Compression"

L'effet de la phase spectrale de l'impulsion fondamentale sur le spectre de seconde harmonique a déjà été étudié [79] [80]. Nous nous intéressons ici à l'évolution du spectre de seconde harmonique en fonction de la phase quadratique de l'impulsion initiale.

Pour cela, prenons l'exemple d'une impulsion de spectre gaussien ($\lambda_0 = 800$ nm, $\Delta\lambda = 30$ nm) et de phase spectrale purement cubique de coefficient $\varphi_3 = 50000$ fs³. Les spectres de seconde harmonique calculés pour différentes valeurs de phases quadratiques $(\varphi_2)_k$ ajoutées sont tracés figure 6.2a. Pour chaque φ_{2k} , le maximum du spectre est localisé en une pulsation ω_k différente. Le spectre calculé pour $\varphi_{2k} \sim -1154$ fs² présente un maximum en $\omega_k \sim 4.75$ rad fs⁻¹ ($\lambda_k \sim 396$ nm) (Fig. 6.2b). En traçant les retards de groupe $\tau_{g_{ini}}(\omega)$ et $\tau_{g_{ajout}}(\omega)$ associés respectivement à la phase spectrale initiale et à l'opposé de la phase quadratique φ_{2k} ajoutée, on constate que la position du maximum du spectre coïncide avec la plage de pulsations où ces deux retards se compensent (Fig.

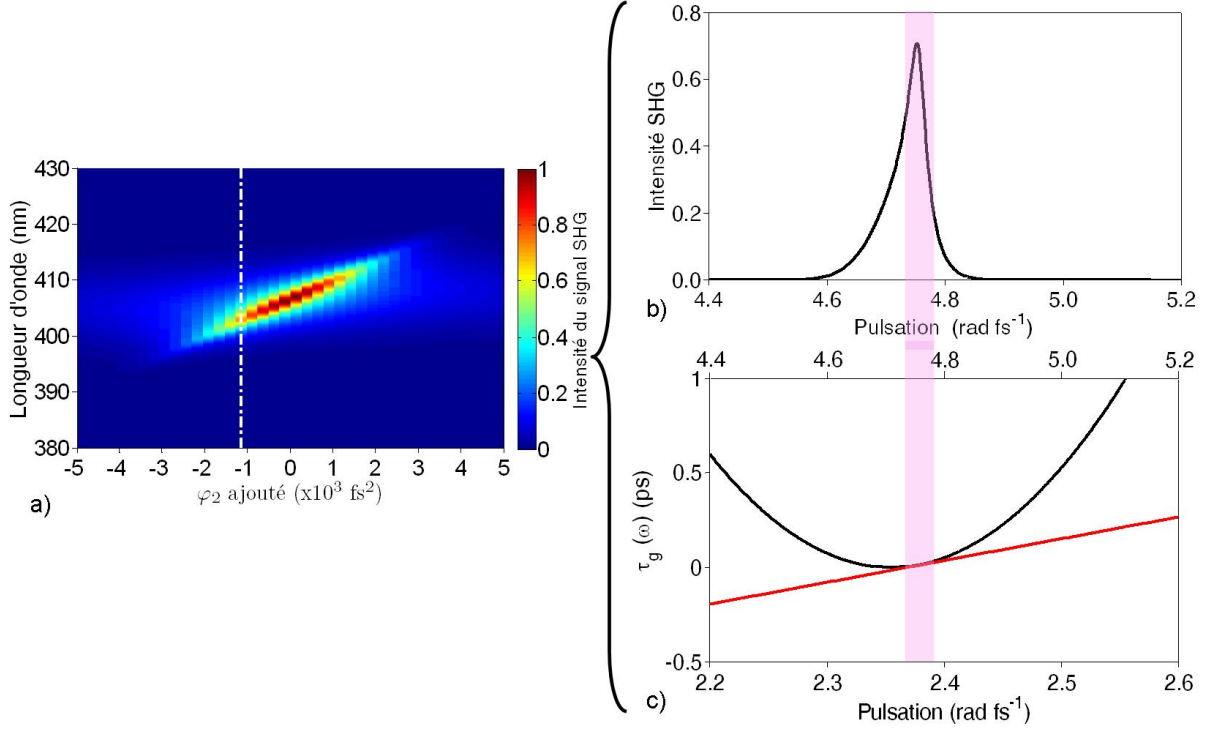


FIGURE 6.2 – a) Spectres de seconde harmonique (SH) calculés à partir d’une impulsion initiale de spectre gaussien ($\lambda_0 = 800 \text{ nm}$, $\Delta\lambda = 30 \text{ nm}$) et de phase cubique ($\varphi_3 = 50000 \text{ fs}^3$) pour différentes valeurs de phases quadratiques φ_2 ajoutées. b) Spectre SH obtenu pour $\varphi_2 \sim -1154 \text{ fs}^2$ (coupe de la figure a suivant la ligne blanche). c) Retards de groupe $\tau_{g_{ini}}(\omega)$ et $\tau_{g_{ajout}}(\omega)$ associés respectivement à l’impulsion initiale (en noir) et à l’opposé de la phase $\varphi_2 \sim -1154 \text{ fs}^2$ ajoutée (en rouge)

6.2c). Sur cette plage, la dérivée seconde φ'' de la phase initiale vérifie : $\varphi'' \sim -\varphi_{2k}$. La correspondance entre la position du maximum du spectre et la zone de compensation de $\tau_{g_{ini}}(\omega)$ par $\tau_{g_{ajout}}(\omega)$ se retrouve pour chaque φ_{2k} étudiée. φ'' peut alors être reconstruite à partir de l’expression $\varphi''(\omega_k) \sim -\varphi_{2k}$. La phase spectrale est donc déterminée à partir de la compression ”locale” de l’impulsion sur différentes plages de pulsations, d’où le nom de ”Local Spectral Compression”.

Cette approche se veut intuitive et ne constitue pas une démonstration de la méthode. En pratique, elle ne permet pas une reconstruction précise d’une phase spectrale quelconque. C’est le cas, par exemple, des phases polynomiales d’ordre 4 (Fig. 6.6d). La technique LSC repose, en réalité, sur le comportement asymptotique du spectre de seconde harmonique avec la phase quadratique.

6.1.3 Comportement asymptotique du spectre de seconde harmonique : approche simplifiée

Considérons une impulsion de dérive de fréquence importante (Fig.6.3a). Elle se caractérise, dans le domaine spectral, par un retard de groupe $\tau_g(\omega)$ (Eq. 1.56, chapitre 1) qui varie de façon monotone avec la pulsation (Fig. 6.3c) et dans le domaine temporel, par une pulsation instantanée $\omega(t)$ (Eq. 1.51, chapitre 1) qui varie de façon monotone avec le temps (Fig. 6.3b). Chaque composante spectrale arrive donc à un instant t différent.

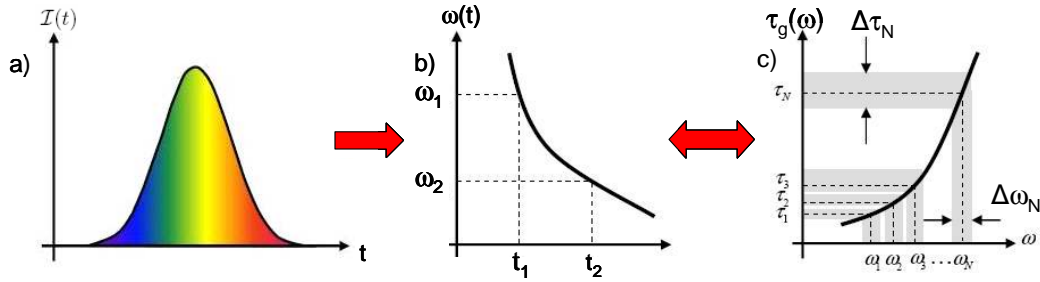


FIGURE 6.3 – Représentation de l'intensité temporelle (a), de la pulsation instantanée $\omega(t)$ (b) et du retard de groupe $\tau_g(\omega)$ (c) d'une impulsion à dérive de fréquence.

L'impulsion peut ainsi être décomposée en N impulsions indépendantes décalées temporellement, de pulsation centrale $(\omega_k)_{k \in [1, N]}$ et de largeur spectrale $(\Delta\omega_k)_{k \in [1, N]}$ différentes. Dans le domaine temporel, le centre de la $k^{\text{ième}}$ impulsion est noté τ_k et sa largeur $\Delta\tau_k$. En raison du principe d'incertitude (Eq. 6.4), cette décomposition contient un nombre limité d'impulsions indépendantes à la fois dans le domaine spectral et dans le domaine temporel.

$$\Delta\tau_k \Delta\omega_k \geq \text{cte} \quad (6.4)$$

Soit $\Delta\omega$ le support spectral de l'impulsion à dérive de fréquence initiale, N est alors inférieur à :

$$N \leq \frac{\Delta\omega}{\min(\Delta\omega_k)_{k \in [1, N]}} \quad (6.5)$$

où $\min(\Delta\omega_k)_{k \in [1, N]}$ est la valeur minimale des $(\Delta\omega_k)_{k \in [1, N]}$.

Le retard de groupe autour de chaque pulsation ω_k peut être approximé à l'aide du développement de Taylor à l'ordre 2 de la phase spectrale :

$$\tau_g(\omega) = \tau_g(\omega_k) + \varphi''(\omega_k)(\omega - \omega_k) \quad (6.6)$$

où $\varphi''(\omega_k)$ est la dérive de fréquence "locale" autour de ω_k .

La largeur temporelle $\Delta\tau_k$ de l'impulsion k correspond à la différence entre les retards de

groupe aux pulsations $\omega_k - \frac{\Delta\omega_k}{2}$ et $\omega_k + \frac{\Delta\omega_k}{2}$:

$$\Delta\tau_k = \left| \tau_g \left(\omega_k + \frac{\Delta\omega_k}{2} \right) - \tau_g \left(\omega_k - \frac{\Delta\omega_k}{2} \right) \right| \quad (6.7)$$

En utilisant l'équation 6.6, $\Delta\tau_k$ s'écrit en fonction de la largeur spectrale $\Delta\omega_k$ et de la dérive de fréquence locale $\varphi''(\omega_k)$, selon l'équation suivante :

$$\Delta\tau_k = \varphi''(\omega_k) \Delta\omega_k \quad (6.8)$$

Le principe d'incertitude (Eq. 6.4) impose alors les relations suivantes entre d'une part, la largeur spectrale $\Delta\omega_k$ et la dérive de fréquence locale $\varphi''(\omega_k)$ (Eq. 6.9), et d'autre part, la largeur temporelle correspondante $\Delta\tau_k$ et la dérive de fréquence locale (Eq. 6.10) :

$$\Delta\omega_k \propto \frac{\text{cste}}{\sqrt{|\varphi''(\omega_k)|}} \quad (6.9)$$

$$\Delta\tau_k \propto \text{cste} \sqrt{|\varphi''(\omega_k)|} \quad (6.10)$$

Dans les approximations faites pour exprimer le signal de seconde harmonique dans la section 6.1.1, les N impulsions précédentes peuvent être considérées comme doublées indépendamment puisqu'elles sont séparées temporellement et n'interagissent donc qu'avec elles-mêmes dans le cristal. D'après l'équation 6.1, on peut alors considérer, pour chaque impulsion k fondamentale, une impulsion doublée dont l'intensité temporelle $\mathcal{I}_{2\omega_k}(t_k)$ est proportionnelle au carré de l'intensité temporelle $\mathcal{I}_{\omega_k}(t_k)$ de l'impulsion fondamentale.

$$\mathcal{I}_{2\omega_k}(t_k) \propto \mathcal{I}_{\omega_k}^2(t_k) \quad (6.11)$$

Les intensités temporelles des impulsions de seconde harmonique et du fondamental sont respectivement reliées aux énergies $E_{2\omega_k}$ et E_{ω_k} de ces impulsions par :

$$\mathcal{I}_{2\omega_k}(t_k) = \frac{E_{2\omega_k}}{\Delta\tau_{SHG_k}} \quad (6.12)$$

$$\mathcal{I}_{\omega_k}(t_k) = \frac{E_{\omega_k}}{\Delta\tau_k} \quad (6.13)$$

où $\Delta\tau_{SHG_k}$ est la largeur temporelle de $\mathcal{I}_{2\omega_k}$.

En utilisant le théorème de Parseval, on peut écrire, au premier ordre, l'énergie de chaque impulsion comme le produit de l'intensité spectrale par sa largeur spectrale. D'où :

$$\mathcal{I}_{2\omega_k}(t_k) = \frac{\mathcal{I}_{2\omega_k}(2\omega_k) \Delta\omega_{SHG_k}}{\Delta\tau_{SHG_k}} \quad (6.14)$$

$$\mathcal{I}_{\omega_k}(t_k) = \frac{\mathcal{I}_{\omega_k}(\omega_k) \Delta\omega_k}{\Delta\tau_k} \quad (6.15)$$

Les largeurs temporelle et spectrale du signal de seconde harmonique sont proportionnelles

à celles du signal fondamental :

$$\Delta\tau_{SHG_k} \propto \Delta\tau_k \quad (6.16)$$

$$\Delta\omega_{SHG_k} \propto \Delta\omega_k \quad (6.17)$$

En utilisant les équations 6.11 et 6.14 à 6.17, on déduit l'expression suivante :

$$\mathcal{I}_{2\omega_k}(2\omega_k) \propto \frac{\mathcal{I}_{\omega_k}^2(\omega_k)\Delta\omega_k}{\Delta\tau_k} \quad (6.18)$$

En utilisant l'équation 6.8, $\mathcal{I}_{2\omega_k}(2\omega_k)$ s'écrit finalement :

$$\mathcal{I}_{2\omega_k}(2\omega_k) \propto \frac{\mathcal{I}_{\omega_k}^2(\omega_k)}{|\varphi''(\omega_k)|} \quad (6.19)$$

De manière générale, on trouve que l'intensité spectrale du signal doublé est proportionnelle au carré de l'intensité spectrale du signal fondamental divisé par la dérivée seconde de la phase spectrale de l'impulsion fondamentale :

$$\mathcal{I}_{2\omega}(\omega) \propto \frac{\mathcal{I}_{\omega}(\omega)^2}{|\varphi''(\omega)|} \quad (6.20)$$

6.1.4 Démonstration rigoureuse de la méthode

La relation 6.20 peut être démontrée de manière plus rigoureuse à l'aide du théorème de la phase stationnaire. Ce théorème est souvent utilisé dans le domaine temporel en théorie du signal [81]. Nous nous proposons ici de l'appliquer dans le domaine spectral au signal de seconde harmonique.

Théorème de la phase stationnaire

Soit B l'intégrale de la forme :

$$B = \int_{\Omega} a(x) \exp(iff(x)) dx \quad (6.21)$$

où $a(x) > 0$, $f \in \mathcal{C}^1$ et la borne supérieure de f est contenue dans un intervalle $X \in \mathbb{R}$ sur lequel a est intégrable.

En supposant $a(x)$ lentement variable (Eq. 6.22) ie que sur une période $\frac{2\pi}{f'(x)}$, les variations de $a(x)$ sont négligeables, les valeurs positives et négatives de l'intégrande tendent à s'annuler [81][82]. La contribution principale à l'intégrale B est alors donnée par un voisinage autour des points de phases stationnaires (ie $x_0 \in X$, $f'(x_0) = 0$ et $f''(x_0) \neq 0$).

$$\left| \frac{a'(x)}{a(x)f'(x)} \right| \ll 1 \text{ pour tout point de phase non-stationnaire} \quad (6.22)$$

Au voisinage \tilde{X} de tout point stationnaire x_0 , l'intégrale B peut être approximée [81]

par :

$$\int_{\tilde{X}} a(x) \exp(i f(x)) dx \propto \sqrt{2\pi} \frac{a(x_0) \exp(i f(x_0))}{\sqrt{|f''(x_0)|}} \exp\left(i \frac{\pi}{4} \text{sign}(f''(x_0))\right) \quad (6.23)$$

En sommant les contributions de chaque point stationnaire, l'intégrale B se réécrit :

$$B \propto \sum_{i=0}^{S-1} \sqrt{2\pi} \frac{a(x_i) \exp(i f(x_i))}{\sqrt{|f''(x_i)|}} \exp\left(i \frac{\pi}{4} \text{sign}(f''(x_i))\right) \quad (6.24)$$

où S est le nombre de points stationnaires.

Application au signal de seconde harmonique

L'amplitude complexe \mathcal{A}_ω du champ fondamental peut se décomposer en une amplitude et une phase spectrale $\varphi(\omega)$:

$$\mathcal{A}_\omega(\omega) = |\mathcal{A}_\omega(\omega)| \exp(i\varphi(\omega)) \quad (6.25)$$

Le signal de seconde harmonique (Eq. 6.3) se réécrit alors sous la forme :

$$\mathcal{A}_{2\omega}(2\omega) = \int |\mathcal{A}_\omega(\omega + \tilde{\Omega}) \mathcal{A}_\omega(\omega - \tilde{\Omega})| \exp(i\varphi(\omega + \tilde{\Omega}) + \varphi(\omega - \tilde{\Omega})) d\tilde{\Omega} \quad (6.26)$$

On pose :

$$a(\tilde{\Omega}) = \mathcal{A}_\omega(\omega + \tilde{\Omega}) \mathcal{A}_\omega(\omega - \tilde{\Omega}) \quad (6.27)$$

$$f(\tilde{\Omega}) = \varphi(\omega + \tilde{\Omega}) + \varphi(\omega - \tilde{\Omega}) \quad (6.28)$$

On suppose que $a(\tilde{\Omega})$ est lentement variable (Eq. 6.22) ie que le spectre $\mathcal{I}_\omega(\omega)$ de l'impulsion fondamentale varie lentement. Soit $\tilde{\Omega}_i$ un point stationnaire de f , les relations $f'(\tilde{\Omega}_i) = 0$ et $f''(\tilde{\Omega}_i) \neq 0$ entraînent :

$$\frac{d}{d\tilde{\Omega}} \left[\varphi(\omega + \tilde{\Omega}) + \varphi(\omega - \tilde{\Omega}) \right] \Big|_{\tilde{\Omega}_i} = 0 \quad (6.29)$$

$$\text{et } \frac{d^2}{d\tilde{\Omega}^2} \left[\varphi(\omega + \tilde{\Omega}) + \varphi(\omega - \tilde{\Omega}) \right] \Big|_{\tilde{\Omega}_i} \neq 0 \quad (6.30)$$

L'inégalité 6.30 revient à considérer la dérivée de la phase spectrale ie le temps de groupe lentement variable. L'équation 6.29 se réécrit en terme de temps de groupe :

$$\tau_g(\omega + \tilde{\Omega}_i) - \tau_g(\omega - \tilde{\Omega}_i) = 0 \quad (6.31)$$

Sous ces hypothèses, le théorème de la phase stationnaire appliqué à l'équation 6.26 permet d'approximer le spectre du signal de seconde harmonique par :

$$\mathcal{I}_{2\omega}(\omega) \propto \sum_{i=0}^{S-1} \frac{\mathcal{I}_\omega(\omega + \tilde{\Omega}_i) \mathcal{I}_\omega(\omega - \tilde{\Omega}_i)}{|\varphi''(\omega + \tilde{\Omega}_i) + \varphi''(\omega - \tilde{\Omega}_i)|} \quad (6.32)$$

Une solution évidente de l'équation 6.31 est $\tilde{\Omega} = 0$. En séparant le terme associé à ce point stationnaire dans la somme de l'équation 6.32, le spectre du signal de seconde harmonique se réécrit :

$$\mathcal{I}_{2\omega}(\omega) \propto \frac{\mathcal{I}_\omega(\omega)}{2|\varphi''(\omega)|} + \sum_{i=1}^{S-1} \frac{\mathcal{I}_\omega(\omega + \tilde{\Omega}_i) \mathcal{I}_\omega(\omega - \tilde{\Omega}_i)}{|\varphi''(\omega + \tilde{\Omega}_i) + \varphi''(\omega - \tilde{\Omega}_i)|} \quad (6.33)$$

Pour des impulsions dont le temps de groupe est monotone avec la pulsation, l'équation 6.31 n'admet qu'une seule et unique solution : $\tilde{\Omega} = 0$. Le spectre du signal de seconde harmonique est alors directement proportionnel à l'inverse de la dérivée seconde de la phase :

$$\mathcal{I}_{2\omega}(2\omega) \propto \frac{\mathcal{I}_\omega^2(\omega)}{|\varphi''(\omega)|} \quad (6.34)$$

Remarque : Cette expression n'est correcte que pour des impulsions fondamentales dont le spectre est lentement variable. Dans la section 6.1.3, cette hypothèse a été faite de manière implicite lorsque nous avons supposé les intensités équivalentes dans les domaines spectral et temporel.

Remarque : En supposant vérifiées les approximations faites ici pour écrire le signal de seconde harmonique suivant l'expression 6.1, le champ B_n résultant de tout effet non-linéaire d'ordre N peut s'écrire de manière similaire en fonction du produit des amplitudes complexes des N champs qui interagissent entre eux. Le théorème de la phase stationnaire peut donc être utilisé pour déduire le comportement asymptotique du signal généré par tout effet non-linéaire d'ordre N quelconque.

Illustration de l'équation 6.34 :

Considérons une impulsion de spectre gaussien ($\lambda_0 = 800$ nm, $\Delta\lambda = 20$ nm) et de phase polynomiale de coefficients de Taylor d'ordre 2 et 3 : $\varphi_2 = 10000$ fs², $\varphi_3 = 70000$ fs³. La figure 6.4 présente le spectre de seconde harmonique calculé à partir de l'équation 6.1 (courbe noire) et celui approximé par la formule 6.34 (courbe rouge). La superposition de ces deux spectres montrent la validité de la formule 6.34 dans le cas étudié.

Précision et validité théorique de cette approximation [82]

En présence du seul et unique point stationnaire $\tilde{\Omega} = 0$, le spectre de seconde harmonique peut être décomposé en deux parties :

$$\mathcal{I}_{2\omega} = \mathcal{I}_{2\omega_{approx}} + R \quad (6.35)$$

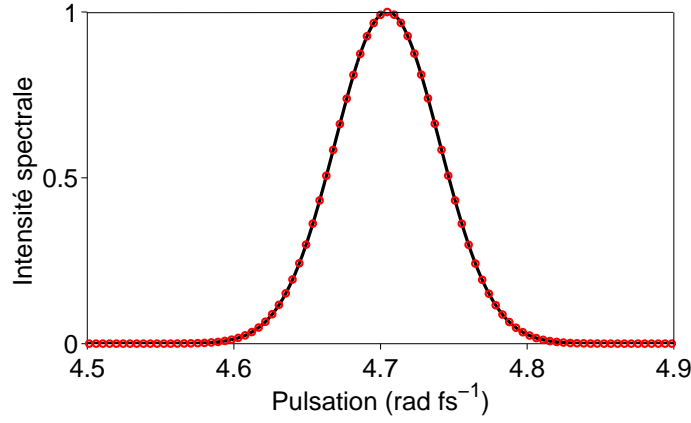


FIGURE 6.4 – Spectre de seconde harmonique d’une impulsion de spectre gaussien ($\lambda_0 = 800 \text{ nm}$, $\Delta\lambda = 20 \text{ nm}$) et de phase polynomiale ($\varphi_2 = 10000 \text{ fs}^2$, $\varphi_3 = 70000 \text{ fs}^3$). En noir, spectre calculé à partir de l’équation 6.1. En rouge, spectre approximé par la formule 6.34

où $\mathcal{I}_{2\omega_{approx}}$ est l’approximation 6.34 du spectre de seconde harmonique.

La validité et la précision de l’approximation de $\mathcal{I}_{2\omega}$ par $\mathcal{I}_{2\omega_{approx}}$ dépendent donc de la valeur relative de R par rapport à $\mathcal{I}_{2\omega_{approx}}$, ie du rapport Q défini par :

$$Q = \left| \frac{R}{\mathcal{I}_{2\omega_{approx}}} \right| \quad (6.36)$$

Une évaluation du rapport Q est donnée dans la référence [82], par l’expression suivante :

$$Q(\tilde{\Omega}) = \frac{5 \sqrt{2|f'''(0)|} \left| \frac{a(\tilde{\Omega})\sqrt{\tilde{f}(\tilde{\Omega})}}{a(0)\tilde{f}'(\tilde{\Omega})} \right|}{\left| \frac{a''(\tilde{\Omega})\tilde{f}(\tilde{\Omega})}{a(\tilde{\Omega})(\tilde{f}'(\tilde{\Omega}))^2} + \frac{3a'(\tilde{\Omega})}{2a(\tilde{\Omega})\tilde{f}'(\tilde{\Omega})} \left(1 - \frac{\tilde{f}(\tilde{\Omega})\tilde{f}''(\tilde{\Omega})}{(\tilde{f}'(\tilde{\Omega}))^2} \right) + \left(3\tilde{f}(\tilde{\Omega})\left(\frac{\tilde{f}''(\tilde{\Omega})}{(\tilde{f}'(\tilde{\Omega}))^2}\right)^2 - \frac{3\tilde{f}''(\tilde{\Omega})}{2(\tilde{f}'(\tilde{\Omega}))^2} - \frac{\tilde{f}(\tilde{\Omega})\tilde{f}'''(\tilde{\Omega})}{(\tilde{f}'(\tilde{\Omega}))^3} \right) \right|} \quad (6.37)$$

où $\tilde{f}(\tilde{\Omega}) = f(\tilde{\Omega}) - f(0)$.

Soit Q_m la borne supérieure de $Q(\tilde{\Omega})$, la validité de l’approximation 6.34 est assurée pour $Q_m \ll 1$.

Cette borne supérieure est relativement compliquée à estimer mais il est intéressant de noter qu’elle dépend non seulement de la phase spectrale et de ses dérivées d’ordre 1 à 3 (via f et ses dérivées d’ordre 1 à 3) mais aussi du spectre de l’impulsion fondamentale et de ses dérivées d’ordre 1 et 2 (via a et ses dérivées d’ordre 1 et 2).

Application à la mesure de la phase spectrale d’une impulsion

Considérons maintenant une impulsion dont le spectre est lentement variable et la phase spectrale $\varphi(\omega)$ quelconque. En ajoutant une phase $\phi(\omega)$ purement quadratique (Eq.6.38) suffisamment grande pour que le retard de groupe soit monotone, le signal de

seconde harmonique vérifie la relation 6.34,

$$\phi(\omega) = \frac{\phi_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 \quad (6.38)$$

soit :

$$\mathcal{I}_{2\omega}(2\omega) \propto \frac{\mathcal{I}_\omega^2(\omega)}{|\varphi''(\omega) + \phi_2|} \quad (6.39)$$

Cette expression suggère qu'il est possible de reconstruire, de manière analytique, la dérivée seconde de la phase $\varphi''(\omega)$ et l'intensité spectrale $\mathcal{I}(\omega)$ à partir de deux spectres de seconde harmonique enregistrés respectivement pour une valeur ϕ_2 suffisamment grande et son opposé $-\phi_2$. $\varphi''(\omega)$ et $\mathcal{I}(\omega)$ sont alors données par les équations suivantes :

$$\varphi''(\omega) = -|\phi_2| \frac{\mathcal{I}(+\phi_2, 2\omega) - \mathcal{I}(-\phi_2, 2\omega)}{\mathcal{I}(-\phi_2, 2\omega)\mathcal{I}(+\phi_2, 2\omega)} \quad (6.40)$$

$$\mathcal{I}(\omega) \propto \sqrt{|\phi_2| \frac{\mathcal{I}(+\phi_2, 2\omega)\mathcal{I}(-\phi_2, 2\omega)}{\mathcal{I}(+\phi_2, 2\omega) + \mathcal{I}(-\phi_2, 2\omega)}} \quad (6.41)$$

Une telle méthode nécessite, cependant, l'utilisation d'une valeur de ϕ_2 telle que l'approximation de la phase stationnaire soit vérifiée en chaque pulsation après introduction d'une phase $\phi(\omega)$ d'une part et $-\phi(\omega)$ d'autre part. Suivant le retard de groupe de l'impulsion à caractériser, ceci peut contraindre grandement le choix de ϕ_2 . De plus, comme l'AOPDF est positionné en amont du système amplificateur, cette méthode est sensible aux fluctuations tir à tir du laser.

Pour ces deux raisons, j'ai choisi d'utiliser une autre technique qui repose sur l'enregistrement des spectres de seconde harmonique obtenus pour chaque valeur d'une rampe de phases quadratiques. On récupère alors une trace analogue à celle présentée figure 6.5a². Pour chaque pulsation ω_1 du signal SHG, le spectre varie de façon hyperbolique avec la phase quadratique ajoutée ϕ_2 (rectangles noirs figure 6.5b). Les variations de ce spectre avec ϕ_2 peuvent être ajustées par la racine d'une lorentzienne qui a le comportement d'une hyperbole pour les valeurs de ϕ_2 importantes (courbe rouge, figure 6.5 b). Le centre de cet ajustement correspond alors à la valeur de ϕ_2 qui compense localement la dérivée seconde de la phase spectrale de l'impulsion fondamentale $\varphi''(\omega_1)$ ie à l'opposé de $\varphi''(\omega_1)$. Une double intégration donne directement accès à la phase spectrale de l'impulsion.

Exemples de traces LSC

Comme montré figure 6.5a, une trace LSC correspond à la variation de l'intensité du signal de seconde harmonique en fonction de sa longueur d'onde et de la valeur des coefficients ϕ_2 des phases quadratiques ajoutées.

2. Cette carte a été obtenue sur des impulsions quasi-limitées par transformée de Fourier en sortie d'oscillateur (800 nm, 80 nm, 6nJ, 76 MHz). Une rampe de phases quadratiques ϕ_2 a été introduite par un AOPDF installé en sortie d'oscillateur avant génération de seconde harmonique.

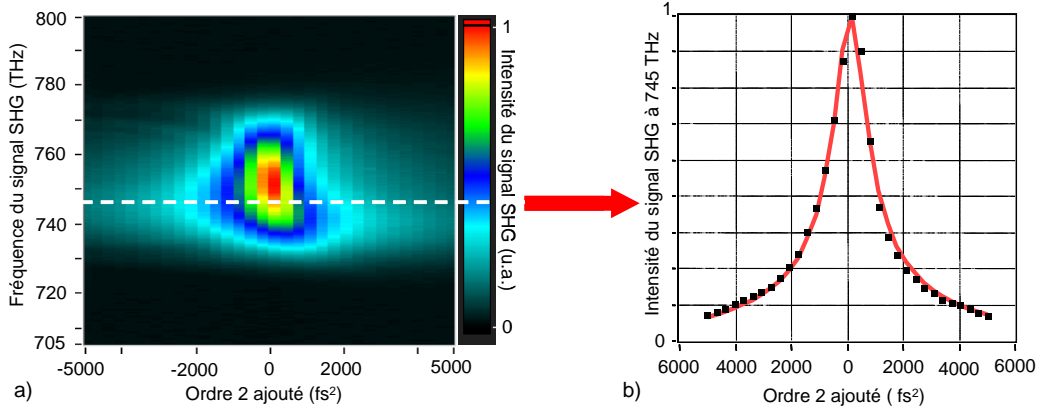


FIGURE 6.5 – (a) Carte expérimentale de l'intensité de seconde harmonique en fonction de la fréquence du signal de seconde harmonique et du coefficient de phase quadratique ϕ_2 . (b) Intensité du signal de seconde harmonique en fonction de ϕ_2 à la fréquence de 745 THz ou 402.7 nm (Tirets blancs figure (a)). Rectangles noirs pleins : points expérimentaux. Courbe rouge : ajustement par une lorentzienne

Nous illustrons ici cette méthode à travers quatre cas : une impulsion limitée par transformée de Fourier (phase plate), une impulsion de phase purement quadratique de +1000 fs², une impulsion de phase purement cubique de +50000 fs³ et une impulsion de phase polynomiale uniquement d'ordre 4 de +2E6 fs⁴. Les traces LSC simulées correspondantes sont respectivement données figure 6.6a, b, c et d.

Pour une phase plate, la compensation locale de la dérivée seconde de la phase $\varphi''(\omega)$ est obtenue en $\phi_2 = 0$ pour chaque pulsation, d'où la localisation des centres des ajustements lorentziens observés à cette valeur figure 6.6a. Pour une phase purement quadratique, la compensation locale de $\varphi''(\omega)$ a lieu pour une même valeur de ϕ_2 pour chaque pulsation, décalée par rapport à $\phi_2 = 0$. Ce décalage est égal à l'opposé du coefficient d'ordre 2 de la phase soit -1000 fs² (Fig. 6.6b). Pour une phase purement cubique, les valeurs de ϕ_2 permettant la compensation locale de $\varphi''(\omega)$ varient linéairement avec la pulsation. La pente de cette variation est l'opposé du coefficient d'ordre 3 (+50000 fs³) de la phase soit : -50 000 (Fig.6.6c). Enfin pour une phase d'ordre 4, les valeurs de ϕ_2 permettant la compensation locale de $\varphi''(\omega)$ varient de manière quadratique avec la pulsation. Le coefficient d'ordre 2 de cette variation est l'opposé du coefficient d'ordre 4 (+2E6 fs⁴) de la phase soit : -2E6 (Fig.6.6d).

Un point très important est l'aspect visuel des traces LSC qui permet de donner directement une information qualitative sur la phase spectrale.

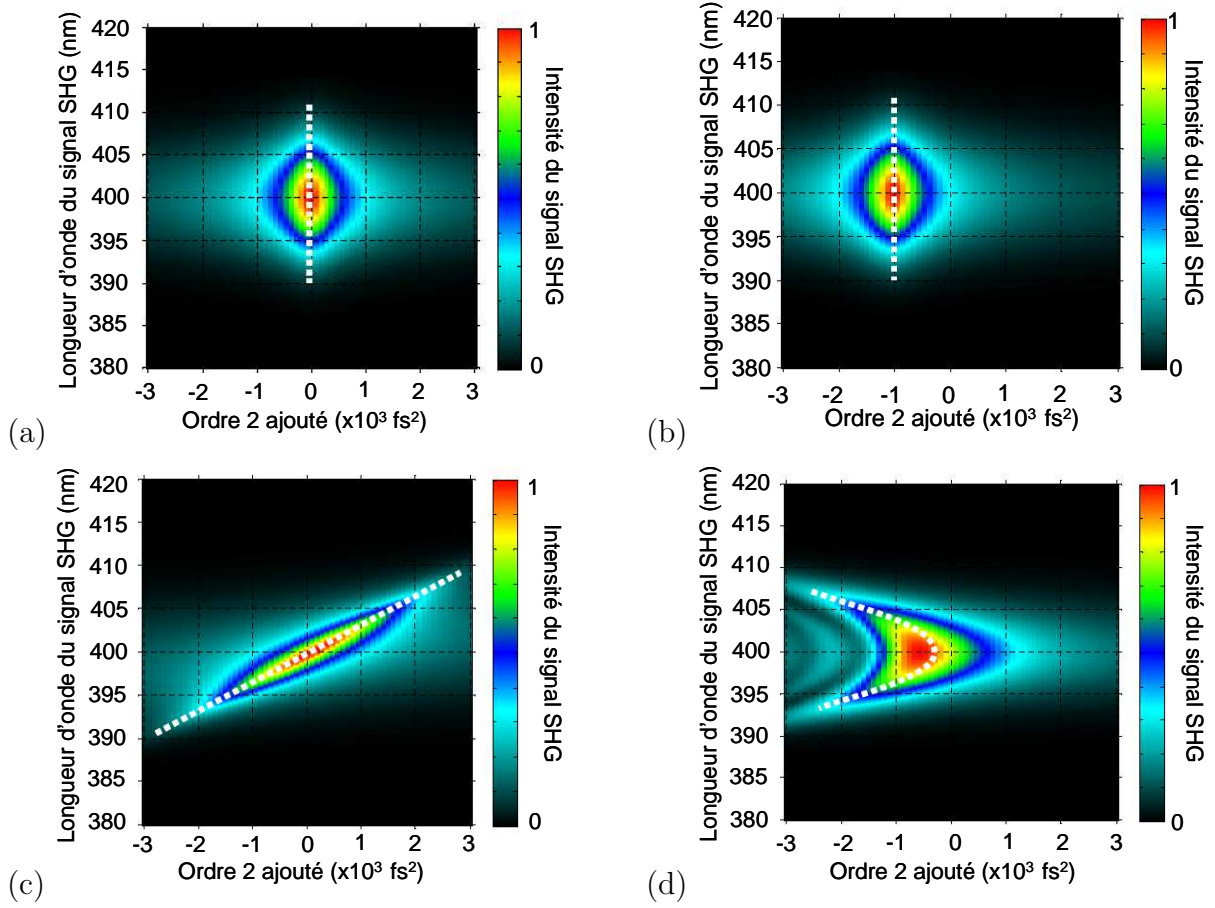


FIGURE 6.6 – Exemples de traces LSC obtenues pour une impulsion limitée par transformée de Fourier (a), une impulsion de phase purement quadratique de $+1000 \text{ fs}^2$ (b), une impulsion de phase purement cubique de $+50000 \text{ fs}^3$ (c) et une impulsion de phase polynomiale uniquement d'ordre 4 de $+2E6 \text{ fs}^4$ (d). Les rectangles pleins blancs correspondent à la localisation du centre des ajustement lorentziens ($\mathcal{I}_{2\omega}$ vs ϕ_2 pour chaque pulsation)

6.2 Résultats expérimentaux

Deux objectifs ont été poursuivis lors de ces expériences. Le premier consistait à optimiser la phase spectrale de l'impulsion initiale par bouclage entre la mesure par LSC et l'AOPDF. Le second a été de déterminer l'aspect quantitatif de la mesure de phases quadratiques, cubiques et d'ordre 4. Ces phases ont été introduites par le même AOPDF que celui utilisé dans le chapitre 5.

6.2.1 Montage expérimental

Dispositif de Local Spectral Compression

Le dispositif de Local Spectral Compression se résume à un cristal non-linéaire de BBO d'épaisseur $50 \mu\text{m}$ coupé à $\theta = 29.2^\circ$ (type I), un filtre (Schott BG39), une lentille de focalisation ($f = 50 \text{ mm}$) et un spectromètre (AvaSpec-3648-USB2) (Fig. 6.7a). La photographie du dispositif est présentée figure 6.7b. Les impulsions à caractériser sont doublées en fréquence dans le cristal de BBO. Le fondamental résiduel est absorbé dans

le filtre alors que le signal de seconde harmonique est focalisé par la lentille sur la fente d'entrée du spectromètre. Ce dernier est constitué d'une fente de $10\ \mu\text{m}$, d'un réseau de 2400 traits/mm et d'un détecteur de 3648 pixels, soit une résolution de l'ordre de 0.07 nm.

La dispersion totale du système est inférieure à la dispersion accumulée sur l'impulsion fondamentale lors de sa propagation dans le cristal ($50\ \mu\text{m}$ de BBO) soit ici $3.7\ \text{fs}^2$ et $2.5\ \text{fs}^3$. Elle est totalement négligeable pour des impulsions de 50 fs et n'est donc pas prise en compte pour ces expériences.

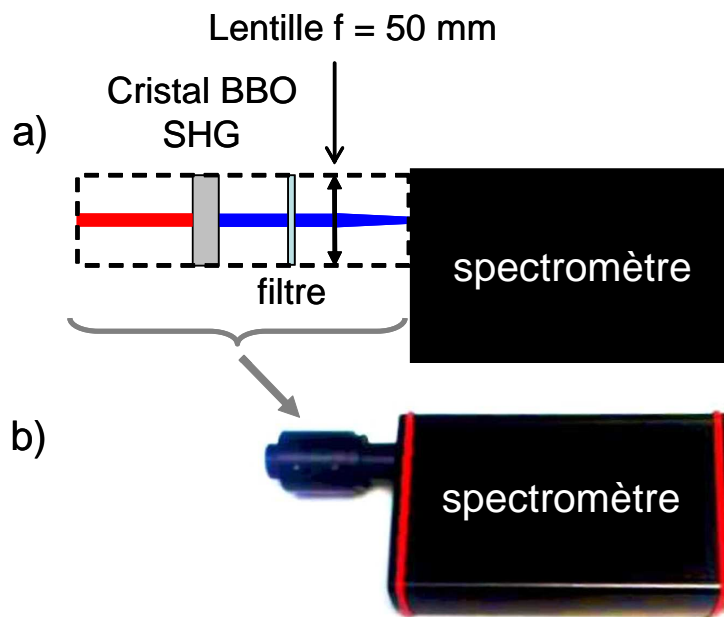


FIGURE 6.7 – a) Schéma du dispositif de LSC. (b) Photographie du dispositif.

La détermination de la phase spectrale d'une impulsion par la méthode LSC nécessite l'introduction d'une rampe de phases purement quadratiques sur cette impulsion. L'AOPDF est utilisé pour générer avec une très grande précision cette rampe de phases (chapitre 5).

Implémentation sur la chaîne LUCA

Le schéma du montage expérimental est donné figure 6.8. L'AOPDF est installé sur la ligne d'expérience n°1 de la chaîne LUCA, en amont de l'amplificateur trois passages. Le dispositif de LSC est positionné en sortie. Les impulsions à caractériser ont une énergie de $22.5\ \mu\text{J}$, une cadence de 20Hz et un diamètre de 3 mm. Leur spectre, mesuré avec un spectromètre indépendant, est présenté figure 6.9. Pour chaque mesure effectuée, une rampe de 35 phases quadratiques également réparties dans l'intervalle $[-5000\ \text{fs}^2, 5000\ \text{fs}^2]$ est appliquée par l'AOPDF. Le spectre de seconde harmonique obtenu pour chaque valeur de phase est enregistré à la cadence de 10 Hz.

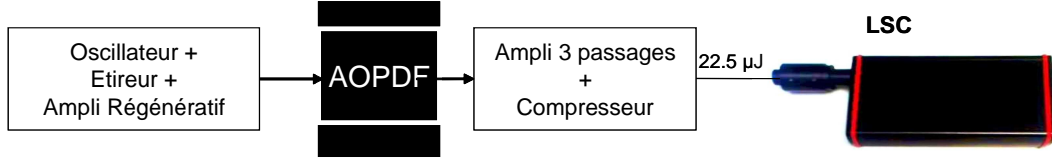


FIGURE 6.8 – *Schéma du montage expérimental*

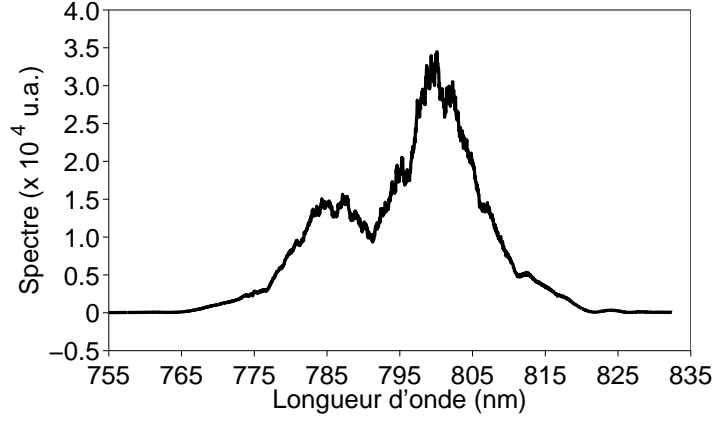


FIGURE 6.9 – *Spectre de l'impulsion à caractériser.*

6.2.2 Optimisation de la compression des impulsions

On part d'une impulsion dont la mesure de la phase par la méthode LSC est donnée figure 6.10a. Les coefficients d'ordre 2 à 4 de la phase reconstruite sont respectivement $\varphi_2 \sim -565 \text{ fs}^2$, $\varphi_3 \sim 29700 \text{ fs}^3$ et $\varphi_4 \sim 1260000 \text{ fs}^4$. L'intensité temporelle calculée à partir du spectre de la figure 6.9 et des coefficients polynomiaux précédents (Fig.6.11a, courbe noire) se caractérise par une largeur à mi-hauteur $\Delta t \sim 47.8 \text{ fs}$, soit 8 fs de différence avec la largeur de l'impulsion limitée par transformée de Fourier (FTL) correspondante ($\Delta t_{TL} \sim 39.8 \text{ fs}$), et par une largeur rms $\sigma_{600 \text{ fs}} \sim 32.2 \text{ fs}$, soit 8.3 fs de différence avec celle de l'impulsion FTL ($\sigma_{600 \text{ fs}}^{TL} \sim 23.9 \text{ fs}$) (tableau 6.1).

L'optimisation de la compression des impulsions se fait via une boucle de rétroaction sur la phase entre le dispositif LSC et l'AOPDF installé en amont de l'amplificateur 3 passages (Fig.6.8).

Après une première boucle, les coefficients d'ordre 2 à 4 de la phase mesurée par la méthode LSC (Fig. 6.10b) sont respectivement $\varphi_2 \sim 241 \text{ fs}^2$, $\varphi_3 \sim -1000 \text{ fs}^3$ et $\varphi_4 \sim -602000 \text{ fs}^4$. La largeur à mi-hauteur de l'intensité temporelle (Fig.6.11a, courbe rouge) calculée à partir de ces coefficients est optimisée à $\Delta t \sim 43.7 \text{ fs}$ et la largeur rms à $\sigma_{600 \text{ fs}} \sim 24.8 \text{ fs}$ (tableau 6.1).

Après une seconde boucle, la trace LSC (Fig. 6.10c) montre une phase spectrale quasi-plate (section 6.1). Les coefficients d'ordre 2 à 4 correspondants sont respectivement $\varphi_2 \sim 264 \text{ fs}^2$, $\varphi_3 \sim 342 \text{ fs}^3$ et $\varphi_4 \sim -208000 \text{ fs}^4$. L'intensité temporelle calculée à partir

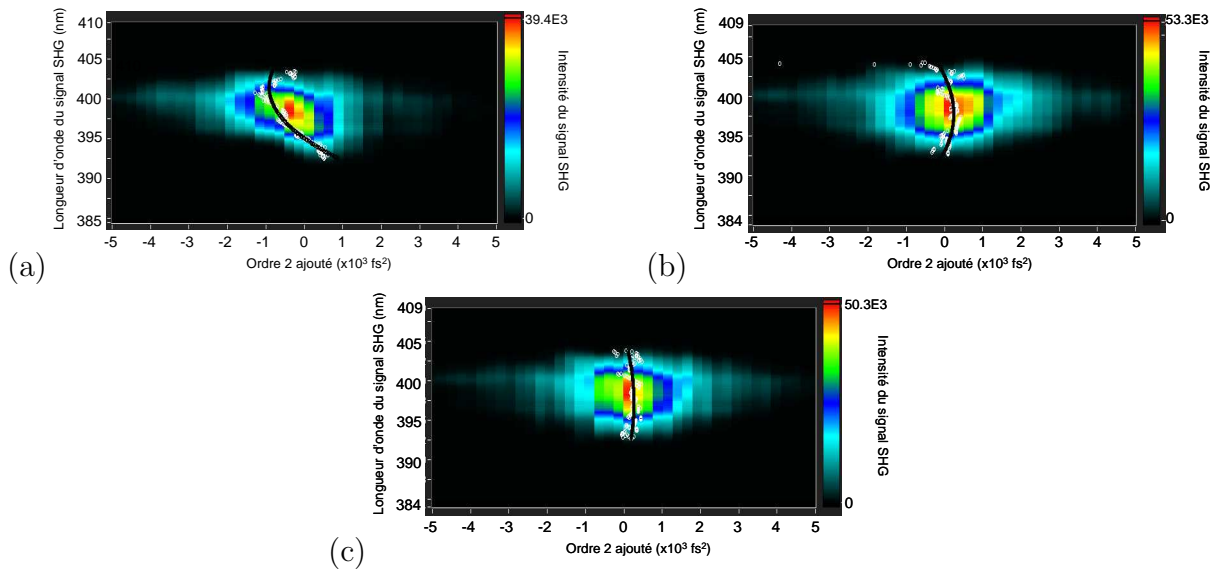


FIGURE 6.10 – *Mesure LSC (Intensité du signal de seconde harmonique en fonction de la longueur d'onde et de la phase quadratique ajoutée avec l'AOPDF) de la phase spectrale de l'impulsion initiale (a), après une boucle de rétroaction (b), après deux boucles de rétroaction (c). En blanc, centre des ajustements lorentziens pour chaque longueur d'onde du signal de seconde harmonique. En noir, ajustement polynomial à l'ordre 4 de la courbe précédente.*

de ces coefficients est très proche de sa limite de Fourier (Fig. 6.11a et b). La largeur à mi-hauteur est $\Delta t \sim 40.5$ fs soit une différence de 0.7 fs par rapport à la largeur FTL (tableau 6.1). La largeur rms est $\sigma_{600 \text{ fs}} \sim 24.6$ fs, soit une différence de 0.7 fs par rapport à la largeur FTL.

Ce résultat correspond à une très bonne optimisation de la compression des impulsions en sortie de chaîne. En effet, la différence de 0.7 fs entre les largeurs à mi-hauteur mesurée et FTL est inférieure aux variations sur cette même grandeur liées aux fluctuations du laser (> 1 fs).

	Δt (fs)	Δt_{TL} (fs)	$\sigma_{600 \text{ fs}}(fs)$	$\sigma_{600 \text{ fs}}^{TL}$ (fs)
impulsion initiale (LSC)	47.8	39.8	32.2	23.9
boucle 1 (LSC)	43.7	39.8	24.8	23.9
boucle 2 (LSC)	40.5	39.8	24.6	23.9

TABLE 6.1 – Largeurs à mi-hauteur et rms de l'intensité temporelle calculée à partir de la phase mesurée par LSC des impulsions après chaque boucle de rétroaction.

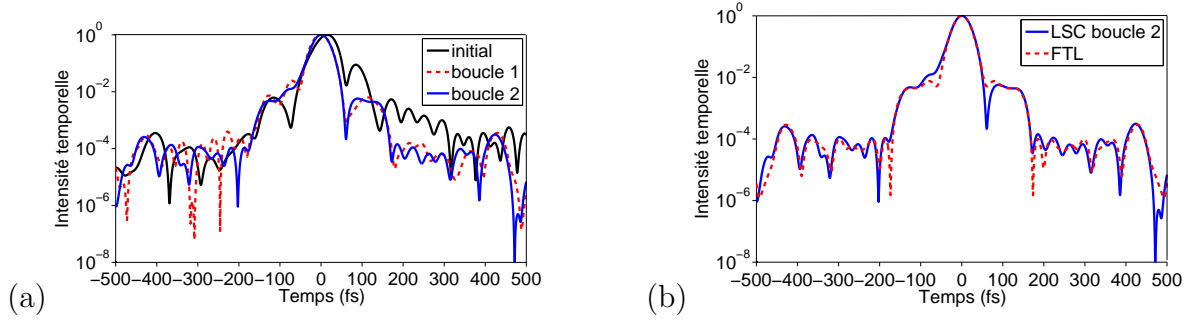


FIGURE 6.11 – (a) Intensité temporelle reconstruite à partir du spectre mesuré indépendamment (Fig. 6.9) et des coefficients polynomiaux de la phase déterminés par la méthode LSC (Fig. 6.10a, b et c) pour les impulsions initiales en noir, après une boucle de rétroaction en tiret rouge, après deux boucles de rétroaction en bleu. (b) En bleu : Intensité temporelle présentée en bleu sur la figure a, en tiret rouge : Intensité temporelle de l'impulsion FTL correspondante

6.2.3 Mesure de phases polynomiales

Les impulsions comprimées décrites dans la section précédente servent de référence pour quantifier la précision de mesure de phases polynomiales par la méthode LSC. Pour cela, 6 valeurs de phases quadratiques entre -3000 et 3000 fs^2 par pas de 1000 fs^2 et 6 valeurs de phases cubiques entre -175000 et $+105000 \text{ fs}^3$ ont été testées. Pour ces deux séries de mesures, je détaille l'analyse d'une valeur de phase particulière puis synthétise les résultats obtenus pour les autres valeurs.

Mesure de phases quadratiques

Analyse d'une phase quadratique de $+2000 \text{ fs}^2$

La trace LSC mesurée pour une phase appliquée de $+2000 \text{ fs}^2$ est présentée figure 6.12. Pour chaque pulsation du spectre de seconde harmonique, la compensation locale de la dérivée seconde de la phase $\varphi''(\omega)$ se produit, comme attendu (section 6.1.4), pour une même valeur de ϕ_2 de l'ordre de -2000 fs^2 . Le coefficient d'ordre 2 déterminé par recons-

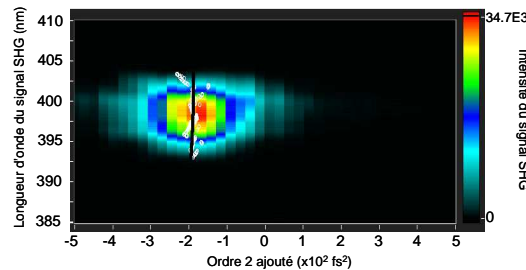


FIGURE 6.12 – Trace LSC mesurée pour une phase quadratique appliquée de $+2000 \text{ fs}^2$. En blanc, centre des ajustements lorentziens pour chaque longueur d'onde du signal de seconde harmonique. En noir, ajustement polynomial à l'ordre 2 de la courbe précédente

truction de la phase à partir de la trace LSC, après soustraction de la phase de référence, est : $\varphi_{2LSC} = 2104 \text{ fs}^2$, soit une erreur de 5.2% par rapport au coefficient appliqué.

Analyse sur l'ensemble des phases quadratiques appliquées

La figure 6.13a présente le coefficient de Taylor d'ordre 2 mesuré $\varphi_{2_{LSC}}$ pour chaque coefficient $\varphi_{2_{appl}}$ appliqué. Le coefficient linéaire de l'ajustement polynomial à l'ordre 1 de ces points est 1.032, soit un écart de 3.2% par rapport à la valeur attendue. Le coefficient d'ordre 0 est 56.5 fs².

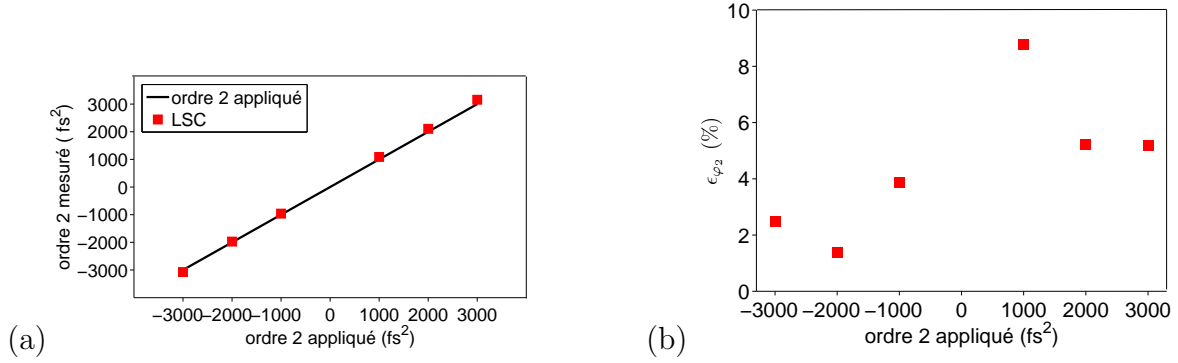


FIGURE 6.13 – (a) Coefficients d'ordre 2 mesurés par la méthode LSC (rectangles rouges pleins) en fonction des coefficients d'ordre 2 appliqués. En noir : droite des coefficients appliqués. (b) Ecart relatif ϵ_2 au coefficient appliqué. Rectangles rouges pleins : méthode LSC

Les écarts relatifs ϵ_{φ_2} (Eq. 6.42) aux coefficients appliqués sont donnés figure 6.13b.

$$\epsilon_{\varphi_2} = \left| \frac{\varphi_{2_{mes}} - \varphi_{2_{appl}}}{\varphi_{2_{appl}}} \right| \quad (6.42)$$

La précision moyenne de mesure de phases quadratiques avec la méthode LSC est d'environ 4.5% sur le coefficient de Taylor d'ordre 2. Les mesures de phases quadratiques positives semblent moins précises que celles des phases négatives.

Mesure de phases cubiques

Analyse d'une phase cubique de +105000 fs³

La trace LSC mesurée pour une phase appliquée de +105000 fs³ est présentée figure 6.14. Comme attendu (section 6.1.4), les valeurs de ϕ_2 permettant la compensation locale de $\varphi''(\omega)$ varient linéairement avec la pulsation.

Le coefficient d'ordre 3 déterminé par reconstruction de la phase à partir de la trace LSC, après soustraction de la phase de référence, est : $\varphi_{3_{LSC}} \sim 108743$ fs³, soit une erreur de 3.6% par rapport au coefficient appliqué.

Analyse sur l'ensemble des phases cubiques appliquées

La figure 6.15a présente le coefficient de Taylor d'ordre 3 mesuré $\varphi_{3_{LSC}}$ pour chaque coefficient $\varphi_{3_{appl}}$ appliqué. Le coefficient linéaire de l'ajustement polynomial à l'ordre 1 de ces points est 0.9998, soit un écart de 0.02% par rapport à la valeur attendue de 1. Le coefficient d'ordre 0 est 2042 fs³.

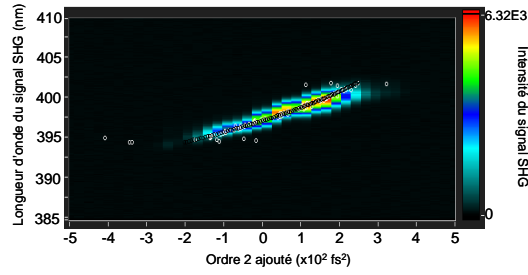


FIGURE 6.14 – Trace LSC mesurée pour une phase cubique appliquée de $+105000 \text{ fs}^3$. En blanc, centre des ajustements lorentziens pour chaque longueur d'onde du signal de seconde harmonique. En noir, ajustement polynomial à l'ordre 3 de la courbe précédente.

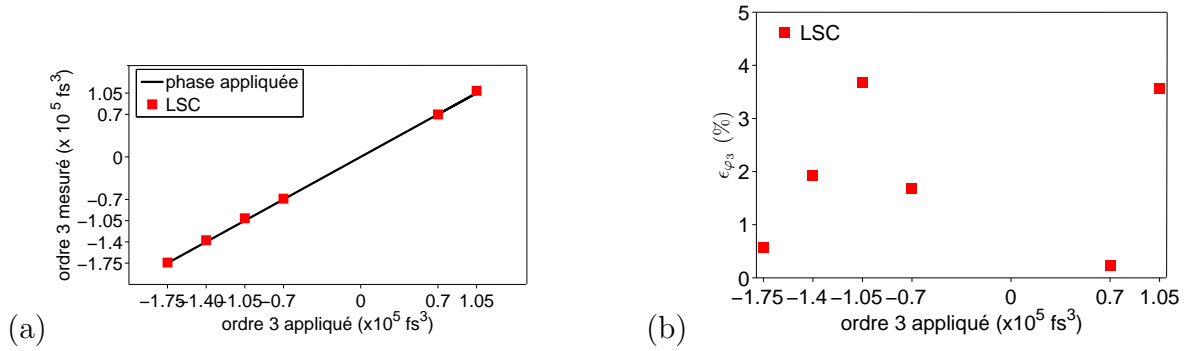


FIGURE 6.15 – (a) Coefficients d'ordre 3 mesurés par la méthode LSC (rectangles rouges pleins) en fonction des coefficients d'ordre 3 appliqués. En noir : droite des coefficients appliqués. (b) Ecart relatif ϵ_3 au coefficient appliqué. Rectangles rouges pleins : méthode LSC

Les écarts relatifs ϵ_{φ_3} (Eq. 6.43) aux coefficients appliqués sont donnés figure 6.15b.

$$\epsilon_{\varphi_3} = \left| \frac{\varphi_{3mes} - \varphi_{3appl}}{\varphi_{3appl}} \right| \quad (6.43)$$

La précision moyenne de mesure de phases cubiques avec la méthode LSC est d'environ 1.9% sur le coefficient de Taylor d'ordre 3.

Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, j'ai présenté une nouvelle technique de reconstruction de la phase spectrale qui repose sur l'enregistrement du spectre de seconde harmonique pour différentes valeurs de phases quadratiques introduites par un AOPDF sur l'impulsion à caractériser. J'ai notamment démontré :

- qu'une telle méthode permet de comprimer avec précision les impulsions en sortie de chaîne. Un écart à la durée FTL de 0.7 fs a été obtenu, soit une valeur inférieure aux variations de durée induites par les fluctuations du laser,
- que la précision moyenne de mesure de phases quadratiques et cubiques est respectivement de 4.5% et 1.9% sur les coefficients de Taylor d'ordre 2 et 3.

Si ces expériences ont permis de montrer que la méthode LSC est très efficace pour caractériser la phase spectrale d'une impulsion, un aspect non abordé dans ce chapitre est la reconstruction de son amplitude spectrale. Cette reconstruction est, en effet, possible à partir de la trace LSC, en utilisant la même méthode de traitement que pour la phase. Elle est, cependant, très sensible aux fluctuations du laser. Une autre méthode de traitement de la trace permet alors de déterminer avec précision l'amplitude spectrale des impulsions à caractériser. Ce traitement, mis au point par V. Lorient³, repose sur un algorithme des moindres carrés appliqué à l'intégralité de la trace.

La technique LSC présente deux avantages majeurs :

- les termes polynomiaux de la phase à caractériser peuvent être déterminés de manière intuitive par une simple observation de la trace mesurée,
- comme la plupart des chaînes CPA dispose d'un outil de façonnage, l'implémentation de cette technique est particulièrement simple et rapide. Compte-tenu de la compacité du dispositif, celui-ci est facilement transportable en différents points de la chaîne.

Cette technique présente cependant l'inconvénient de ne pas être monocoup, ce qui la rend tributaire des fluctuations du laser.

La transposition d'une telle méthode à la caractérisation d'impulsions sur d'autres plages de longueurs d'onde ne présente pas de points bloquants. Seule la plage de longueurs d'onde sur laquelle les détecteurs des spectromètres sont sensibles impose une limite à cette transposition.

Les expériences de ce chapitre ayant été effectuées sur des impulsions de durée FTL 50 fs, on peut se demander si une telle technique peut être utilisée pour la caractérisation d'impulsions plus courtes. Deux points limitants apparaissent pour la caractérisation d'impulsions de durée sub-10 fs, l'acceptance spectrale finie de l'accord de phase dans le cristal de seconde harmonique et l'écart à la compensation parfaite de la dispersion optique de l'AOPDF. Il est cependant possible de compenser une partie de cette dispersion à l'aide d'un compresseur indépendant et ainsi d'obtenir la compensation parfaite de cette dispersion.

3. Instituto de Química Física Rocasolano, CSIC et Departamento de Química Física I, Facultad de Ciencias Químicas, Universidad Complutense de Madrid.

Chapitre 7

Interférométrie spectrale à décalage (SPIDER)

La technique d'interférométrie spectrale à décalage, proposée par Walmsley en 1998 [4][83], est la transposition spectrale de l'interférométrie à décalage utilisée dans le domaine spatial [47]. Au sein du laboratoire SLIC du CEA, elle a été mise en oeuvre expérimentalement en 2000. Ce premier dispositif est toujours utilisé sur la chaîne LUCA mais compte-tenu des besoins de caractérisation des impulsions sur les chaînes LUCA et PLFA, la mise en place d'un second dispositif s'avère nécessaire. Ce dernier a été monté et testé au cours de ma thèse. Le traitement numérique de reconstruction de la phase spectrale et donc de l'intensité temporelle à partir de cette mesure a été complètement réécrit. L'une des particularités de ce dispositif est de permettre à la fois la caractérisation d'impulsions de l'ordre de 50 fs et plus et d'impulsions plus courtes (sub-20 fs), ce qui n'est pas possible avec le premier dispositif.

En 2003, la précision de mesures de phases polynomiales d'ordre 2 à 4, introduites par un AOPDF, avait été évaluée expérimentalement, avec le premier dispositif, à 3.3% pour $\varphi_2 = 6000 \text{ fs}^2$, 4% pour $\varphi_3 = 2.10^5 \text{ fs}^3$ et 18.5% pour $\varphi_4 = -2.10^6 \text{ fs}^4$ [84]. La compression des impulsions en sortie de la chaîne LUCA avait également été optimisée [60].

Au cours de ma thèse, j'ai mis en place plusieurs expériences afin de caractériser le nouveau dispositif SPIDER sur des impulsions sub-20fs. Cette caractérisation consiste non seulement à vérifier la validité de mesure avec un tel dispositif mais aussi à quantifier sa précision. Une analyse fine de la précision de mesure d'un ensemble de phases quadratiques et cubiques a ainsi été effectuée en sortie de fibre creuse sur la chaîne Sofockle ($\Delta t < 20 \text{ fs}$). L'influence de la largeur spectrale des impulsions sur la précision de mesure a également été analysée pour mettre en évidence certaines limites du dispositif. Celui-ci servira d'outil de référence dans le chapitre 8 pour assurer la validité et l'aspect quantitatif d'une mesure par interférométrie spectrale auto-référencée (SRSI).

7.1 Principe général de la technique SPIDER

7.1.1 Principe

Le signal d'interférométrie spectrale mesuré à partir de deux répliques de l'impulsion à caractériser, décalées temporellement d'un délai τ , ne contient aucune information sur la phase spectrale de cette impulsion (Eq.7.1).

$$S(\omega) = |\mathcal{E}(\omega) + \mathcal{E}(\omega) \exp(i\omega\tau)|^2 = 2|\mathcal{E}(\omega)|^2 (1 + \cos(\omega\tau)) \quad (7.1)$$

Pour reconstruire cette phase, il est nécessaire d'introduire un décalage spectral Ω entre les deux répliques (Fig.7.1). Le signal enregistré par le spectromètre est alors :

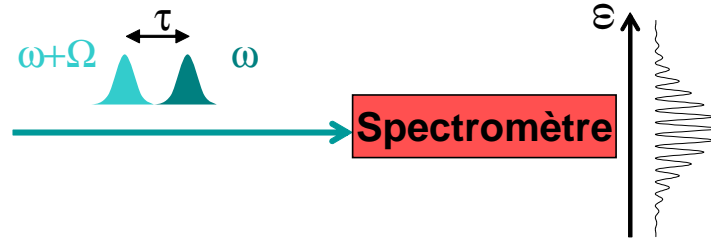


FIGURE 7.1 – Schéma de principe de la mesure SPIDER

$$S(\omega) = |\mathcal{E}(\omega) + \mathcal{E}(\omega + \Omega) \exp(i\omega\tau)|^2 \quad (7.2)$$

$$= |\mathcal{E}(\omega)|^2 + |\mathcal{E}(\omega + \Omega)|^2 + 2|\mathcal{E}(\omega)||\mathcal{E}(\omega + \Omega)| (1 + \cos(\varphi(\omega + \Omega) - \varphi(\omega) + \omega\tau)) \quad (7.3)$$

Le signal obtenu présente toujours un aspect cannelé mais cette fois, l'argument du cosinus contient une information sur la phase spectrale de l'impulsion.

7.1.2 Traitement numérique simplifié

La reconstruction du signal $S'(\omega)$ à partir de $S(\omega)$ (Eq. 7.4) est effectuée par la méthode d'interférométrie spectrale par transformée de Fourier (FTSI) déjà exposée au chapitre 4 (section 4.2.1)[45].

$$S'(\omega) = |\mathcal{E}(\omega)||\mathcal{E}(\omega + \Omega)| \exp[i(\varphi(\omega + \Omega) - \varphi(\omega) + \omega\tau)] \quad (7.4)$$

On remonte ainsi à l'amplitude $|S'(\omega)|$ et la phase $\Phi(\omega)$ de $S'(\omega)$.

$$|S'(\omega)| = |\mathcal{E}(\omega)||\mathcal{E}(\omega + \Omega)| \quad (7.5)$$

$$\Phi(\omega) = \varphi(\omega + \Omega) - \varphi(\omega) + \omega\tau \quad (7.6)$$

Après retrait du terme linéaire en $\omega\tau$, la phase $\Gamma(\omega)$ est récupérée :

$$\Gamma(\omega) = \varphi(\omega + \Omega) - \varphi(\omega) \quad (7.7)$$

La méthode de détermination du délai τ est discutée section 7.4.1.

Le signal $S(\omega)$ est enregistré sur un peigne régulier de position spatiale y_i et n'est donc pas équi-échantillonné en pulsation (section 4.2.6, chapitre 4). Le traitement par transformée de Fourier sera donc effectué par rapport à la position spatiale (y) pour reconstruire $S'(\omega(y))$ (Eq.7.8). $S'(\omega)$ est alors déterminé par changement de variable entre position spatiale et pulsation.

$$S'(\omega(y)) = |\mathcal{E}(\omega(y))| |\mathcal{E}(\omega(y) + \Omega)| \exp [i(\varphi(\omega(y) + \Omega) - \varphi(\omega(y)) + \omega(y)\tau)] \quad (7.8)$$

Reconstruction de la phase spectrale $\varphi(\omega)$

Il existe plusieurs méthodes de reconstruction de la phase spectrale $\varphi(\omega)$ à partir de $\Gamma(\omega)$. Je m'intéresse ici aux reconstructions par concaténation et par intégration [85]. Nous notons $\varphi_v(\omega)$ la vraie valeur de la phase $\varphi(\omega)$ et $\varphi_{rec}(\omega)$ la valeur de la phase reconstruite par la méthode choisie. En fonction de ces notations, $\Gamma(\omega)$ se réécrit :

$$\Gamma(\omega) = \varphi_v(\omega + \Omega) - \varphi_v(\omega) \quad (7.9)$$

• *Reconstruction par concaténation :*

A partir de $\Gamma(\omega)$, $\varphi_{rec}(\omega)$ peut être reconstruite sur un échantillonnage de pas Ω par concaténation. En effet, en posant $\varphi_{rec}(0) = 0$, on a :

$$\forall i \in [0, N' - 1], \varphi_{rec}((i + 1)\Omega) = \varphi_{rec}(i\Omega) + \Gamma(i\Omega) \quad (7.10)$$

où N' est le nombre de points sur lequel la reconstruction de la phase est effectué. Pour une mesure du signal $S(\omega)$ sur N points de pas d'échantillonnage $d\omega$, N' est donné par :

$$N' = \mathcal{R}o \left[\frac{Nd\omega}{\Omega} \right] \quad (7.11)$$

où $\mathcal{R}o[x]$ désignent l'arrondi de x à l'entier le plus proche.

Sur l'échantillonnage $[0, \Omega, 2\Omega, \dots, (N'-1)\Omega]$, les valeurs de phase reconstruite φ_{rec} sont les valeurs de phase vraies :

$$\varphi_{rec}(i\Omega) = \varphi_v(i\Omega) \quad (7.12)$$

Toute impulsion dont le support temporel est contenu dans l'intervalle $[-\frac{\pi}{\Omega}, \frac{\pi}{\Omega}]$ (théorème de Shanon-Whittaker [48]) peut ainsi être reconstruite exactement.

Le pas d'échantillonnage $d\omega$ du détecteur est strictement inférieur à Ω pour permettre une reconstruction correcte de la phase Γ . Soit M l'arrondi à l'entier le plus proche du quotient des deux pas d'échantillonnage Ω et $d\omega$ ($M = \mathcal{R}o \left[\frac{\Omega}{d\omega} \right]$). La détermination de la phase peut se faire sur l'échantillonnage $[0, \Omega, \dots, (N'-1)\Omega]$ mais aussi sur tout échantillonnage décalé de $id\omega$ ($i \in [0, M-1]$) : $[id\omega, id\omega + \Omega, \dots, id\omega + (N' - 1)\Omega]$. Pour chacun, le champ $\mathcal{E}(t)$ est reconstruit dans le domaine temporel sur l'intervalle $[-\frac{\pi}{\Omega}, \frac{\pi}{\Omega}]$. En calculant la moyenne de ces M déterminations du champ, on réduit le bruit sur le champ reconstruit [51].

• *Reconstruction par intégration :*

Pour une valeur du décalage spectral Ω petite devant la largeur spectrale caractéristique des variations de la phase spectrale mesurée, on peut considérer que la différence de phase $\Gamma(\omega)$ est une bonne approximation du produit de la dérivée première φ_v de la phase spectrale par le décalage spectral (Eq.7.13) :

$$\Gamma(\omega) = \varphi_v(\omega + \Omega) - \varphi_v(\omega) \simeq \Omega \frac{\partial \varphi_v}{\partial \omega} \quad (7.13)$$

De même, la dérivée première entre deux pulsations séparées de $d\omega$ (pas d'échantillonnage du spectromètre) peut être évaluée par :

$$\varphi_v(\omega + d\omega) - \varphi_v(\omega) \simeq d\omega \frac{\partial \varphi_v}{\partial \omega} \quad (7.14)$$

En posant $\varphi_{rec}(0) = 0$, on reconstruit la phase spectrale en utilisant l'équation 7.15.

$$\forall i \in [0, N-1], \varphi_{rec}((i+1)d\omega) = \varphi_{rec}(id\omega) + \Gamma(id\omega) \frac{d\omega}{\Omega} \quad (7.15)$$

On remonte ainsi à $\varphi_{rec}(\omega)$ sur un échantillonnage de pas $d\omega$.

Cette méthode revient à considérer que la dérivée première de la phase $\varphi_v(\omega)$ est identique entre deux pulsations ω_i et $\omega_i + d\omega$ espacées de $d\omega$ et deux pulsations ω_i et $\omega_i + \Omega$ espacées du décalage spectral Ω . De manière intuitive, on s'attend à ce que cette approximation donne de bons résultats pour des phases spectrales qui sont bien approximées par une droite sur une largeur spectrale correspondant au décalage spectral Ω . Nous reprenons ici la démonstration proposée par C. Dorrer dans sa thèse [51].

M est toujours défini par l'arrondi à l'entier le plus proche du rapport du décalage spectral Ω sur le pas d'échantillonnage du spectromètre $d\omega$. On considère dans la suite, l'égalité $M = \frac{\Omega}{d\omega}$ vérifiée (erreur $< \frac{d\omega}{2}$). Toute pulsation peut s'écrire sous la forme d'une combinaison linéaire du décalage spectral et du pas d'échantillonnage :

$$\forall i \in [0, N-1], \exists \alpha \in [0, \frac{N}{M} - 1], \exists \beta \in [0, N-1], \omega_i = \alpha\Omega + \beta d\omega \quad (7.16)$$

La phase spectrale reconstruite en chaque pulsation ω_i s'écrit sous la forme suivante :

$$\varphi_{rec}(\alpha\Omega + \beta d\omega) = \sum_{i=1}^{\alpha M + \beta} \varphi_{rec}(i d\omega) - \varphi_{rec}((i-1)d\omega) \quad (7.17)$$

Cette équation peut se réécrire :

$$\varphi_{rec}(\alpha\Omega + \beta d\omega) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \varphi_v((\alpha M + \beta - 1 + i)d\omega) - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \varphi_v((i-1)d\omega) \quad (7.18)$$

La seconde somme est indépendante de α et β et est donc constante. En utilisant le théorème des accroissements finis, on peut réécrire chaque terme de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \forall i \in \left[1, \frac{M+1}{2}\right], \exists! \zeta_i \in \left[\alpha M + \beta + i - 1, \alpha M + \beta - 1 + \frac{M+1}{2}\right], \\ \varphi_v((\alpha M + \beta - 1 + i)d\omega) = \varphi_v\left(\left(\alpha M + \beta - 1 + \frac{M+1}{2}\right)d\omega\right) \\ + \left(i - \frac{M+1}{2}\right)d\omega \left(\frac{\partial \varphi_v}{\partial \omega}\right)_{\alpha M + \beta - 1 + \frac{M+1}{2}} \\ + \frac{1}{2} \left(i - \frac{M+1}{2}\right)^2 d\omega^2 \left(\frac{\partial^2 \varphi_v}{\partial \omega^2}\right)_{\zeta_i} \\ \forall i \in \left[\frac{M+1}{2} + 1, M\right], \exists! \zeta_i \in \left[\alpha M + \beta - 1 + \frac{M+1}{2}, \alpha M + \beta + i - 1\right], \\ \varphi_v((\alpha M + \beta - 1 + i)d\omega) = \varphi_v\left(\left(\alpha M + \beta - 1 + \frac{M+1}{2}\right)d\omega\right) + \\ \left(i - \frac{M+1}{2}\right)d\omega \left(\frac{\partial \varphi_v}{\partial \omega}\right)_{\alpha M + \beta - 1 + \frac{M+1}{2}} \\ + \frac{1}{2} \left(i - \frac{M+1}{2}\right)^2 d\omega^2 \left(\frac{\partial^2 \varphi_v}{\partial \omega^2}\right)_{\zeta_i} \end{aligned}$$

La phase spectrale reconstruite en chaque pulsation ω_i peut donc être développée sous la forme de l'équation 7.19 à la constante $\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \varphi_v((i-1)d\omega)$ près :

$$\varphi_{rec}(\alpha\Omega + \beta d\omega) = \varphi_v\left(\left(\alpha M + \beta - 1 + \frac{M+1}{2}\right)d\omega\right) + \frac{d\omega^2}{2M} \sum_{i=1}^M \left(i - \frac{M+1}{2}\right)^2 \left(\frac{\partial^2 \varphi_v}{\partial \omega^2}\right)_{\zeta_i} \quad (7.19)$$

Nous pouvons majorer le second terme de l'équation 7.19 par l'expression suivante :

$$\frac{d\omega^2}{2M} \sum_{i=1}^M \left(i - \frac{M+1}{2}\right)^2 \left(\frac{\partial^2 \varphi_v}{\partial \omega^2}\right)_{\zeta_i} \leq \frac{\Omega^2}{24} \max \left(\frac{\partial^2 \varphi_v}{\partial \omega^2}\right) \quad (7.20)$$

où $\max \left(\frac{\partial^2 \varphi_v}{\partial \omega^2}\right)$ correspond au maximum de la dérivée seconde dans l'intervalle $[(\alpha M + \beta)d\omega, ((\alpha + 1)M + \beta - 1)d\omega]$.

La phase reconstruite en ω_i est donc une évaluation de la phase réelle en $\omega_i + \frac{M-1}{2}d\omega$. La précision de cette évaluation est limitée par la dérivée seconde de la phase spectrale réelle sur l'intervalle $[(\alpha M + \beta)d\omega, ((\alpha + 1)M + \beta - 1)d\omega]$. Cette reconstruction est donc précise pour toute fonction qui est bien approximée par une droite sur un intervalle de largeur égale au décalage spectral Ω .

Remarque : Le fait que la phase reconstruite en ω_i ne soit pas la phase réelle en ω_i mais en $\omega_i + \frac{M-1}{2}d\omega$ peut poser des problèmes par exemple pour la compression optimale des impulsions. En effet, la compression des impulsions a été optimisée par bouclage avec un AOPDF. La phase mesurée $\varphi_{rec}(\omega_i)$ en ω_i est alors renvoyée à l'AOPDF qui applique l'opposé de cette phase $-\varphi_{rec}(\omega_i)$ en ω_i . Comme $\varphi_{rec}(\omega_i)$ n'est pas la valeur de phase réelle, la phase résiduelle ne peut pas être compensée si cette phase varie sur l'intervalle $[\omega_i, \omega_i + \frac{M-1}{2}d\omega]$.

En pratique nous supposons que la phase reconstruite en ω_i est bien la phase réelle en ω_i .

La précision de l'intégration peut être améliorée en utilisant les formules de Newton-Cotes [51][48]. La précision sur la phase reconstruite est alors limitée par la dérivée (n+1)-ème de la phase spectrale réelle φ_v , où n est l'ordre du développement utilisé.

• Choix de la méthode de reconstruction :

La reconstruction de la phase par concaténation est une méthode numériquement exacte. La reconstruction par intégration permet d'avoir une bonne précision de reconstruction de la phase spectrale. La sensibilité au bruit de ces deux méthodes est identique [51]. La phase reconstruite par intégration est directement échantillonnée sur un pas $d\omega$ plus petit que celle reconstruite par concaténation. La détermination de l'intensité temporelle à partir de la phase reconstruite par intégration est plus rapide. Pour ces deux raisons nous avons choisi la reconstruction par intégration au premier ordre.

7.2 Décalage spectral

Le décalage spectral nécessaire à la reconstruction de la phase spectrale est réalisé par somme de fréquences dans un cristal non-linéaire entre deux répliques de l'impulsion à caractériser et cette même impulsion étirée temporellement (Fig.7.2).

7.2.1 Etirement de l'impulsion à caractériser

Pour étirer temporellement une impulsion, il suffit d'ajouter une phase spectrale quadratique (cf. section 1.3, chapitre 1).

Notons $\tilde{\mathcal{E}}_{stretch}(t)$ et $\mathcal{E}_{stretch}(\omega)$ les champs électriques dans les domaines temporel et spectral après introduction de la phase quadratique dont le coefficient de Taylor d'ordre 2 sera

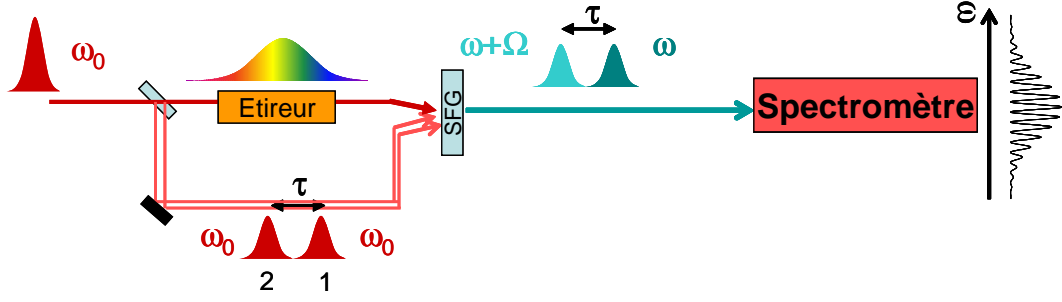


FIGURE 7.2 – Schéma de principe de la réalisation du décalage spectral dans la mesure SPIDER

noté $\phi_{2stretch}$. L'expression du champ dans le domaine temporel après étirement par une phase quadratique a déjà été donnée dans le chapitre 1 pour le cas d'une gaussienne (Eq. 1.70). La pulsation instantanée varie alors linéairement avec le temps. Considérons ici un champ $\mathcal{E}(\omega)$ dont l'amplitude est de forme quelconque. Après étirement de l'impulsion, le champ correspondant s'écrit dans le domaine spectral à l'aide de l'équation 7.21 et dans le domaine temporel à l'aide de l'équation 7.22.

$$\mathcal{E}_{stretch}(\omega) = \mathcal{E}(\omega) \exp \left[i \frac{\phi_{2stretch} (\omega - \omega_0)^2}{2} \right] \quad (7.21)$$

$$\tilde{\mathcal{E}}_{stretch}(t) = \tilde{\mathcal{E}}(t) \otimes \left[\frac{\exp(-i\frac{\pi}{4})}{\sqrt{2\pi\phi_{2stretch}}} \exp \left(-i \frac{t^2}{2\phi_{2stretch}} \right) \exp(-i\omega_0 t) \right] \quad (7.22)$$

Cette formule est donnée pour une valeur du coefficient de phase quadratique $\phi_{2stretch}$ positive. Pour une valeur négative, il suffit de remplacer l'expression de la transformée de Fourier du terme de phase quadratique par son conjugué. $\phi_{2stretch}$ correspond alors à la valeur absolue du coefficient.

En développant le produit de convolution, l'équation 7.22 devient :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{E}}_{stretch}(t) = & \frac{\exp(-i\frac{\pi}{4})}{\sqrt{2\pi\phi_{2stretch}}} \exp \left(-i \frac{t^2}{2\phi_{2stretch}} \right) * \\ & \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left(-i \frac{t'^2}{2\phi_{2stretch}} \right) \exp \left(i \frac{tt'}{\phi_{2stretch}} \right) \mathcal{E}(t') \exp[-i\omega_0(t-t')] dt' \end{aligned} \quad (7.23)$$

Soit Δt le support temporel du champ $\tilde{\mathcal{E}}(t)$, pour $\phi_{2stretch} \gg \Delta t^2$, on a :

$$\exp \left(-i \frac{t'^2}{2\phi_{2stretch}} \right) \rightarrow 1 \quad \text{pour } t' \in [0, \Delta t] \quad (7.24)$$

et le champ $\tilde{\mathcal{E}}_{stretch}$ se réécrit :

$$\tilde{\mathcal{E}}_{stretch}(t) \propto \frac{\exp(-i\frac{\pi}{4})}{\sqrt{2\pi\phi_{2stretch}}} \exp \left(-i \frac{t^2}{2\phi_{2stretch}} \right) \exp(-i\omega_0 t) \mathcal{E} \left(\omega = \omega_0 + \frac{t}{\phi_{2stretch}} \right) \quad (7.25)$$

L'intensité temporelle du champ étiré est :

$$\mathcal{I}_{stretch}(t) \propto \mathcal{I} \left(\omega = \omega_0 + \frac{t}{\phi_{2_{stretch}}} \right) \quad (7.26)$$

L'intensité temporelle du champ étiré est donc proportionnelle au spectre de l'impulsion avant étirement.

Remarque : Après étirement, chaque pulsation contenue dans le spectre de l'impulsion initiale est localisée temporellement. A un instant t_0 donné, l'onde étirée peut donc être considérée comme une impulsion quasi-monochromatique de pulsation $\omega_0 + \frac{t_0}{\phi_{2_{stretch}}}$.

7.2.2 Somme de fréquences

On s'intéresse ici à l'expression temporelle du champ $\tilde{\mathcal{E}}_{SFG}(t)$ résultant de la somme de fréquences de deux ondes 1 et 2 représentées respectivement par les champs $\tilde{\mathcal{E}}_1$ et $\tilde{\mathcal{E}}_2$ dans un cristal non-linéaire (Fig.7.3).

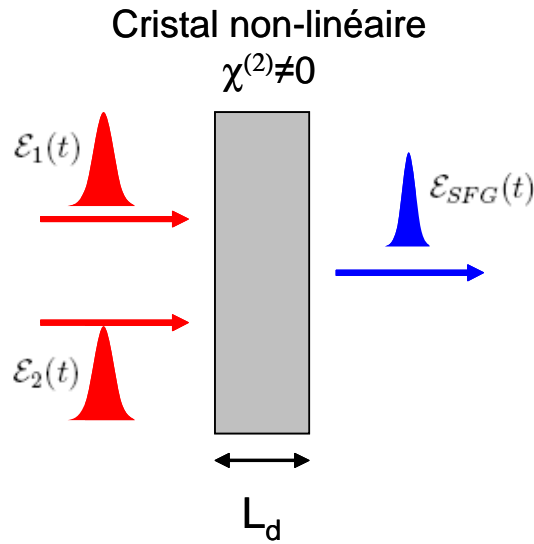


FIGURE 7.3 – Schéma de principe de la somme de fréquences

L'évolution de trois ondes planes couplées dans un milieu non-linéaire de susceptibilité d'ordre 2 non-nulle est décrite en détail dans la référence [42].

Avec les hypothèses suivantes :

1. angle de double-réfraction et effets transverses négligés,
2. approximation de l'enveloppe lentement variable suivant z et t ,
3. effets non-linéaires autres que la somme de fréquences négligés,
4. réponse non-linéaire du milieu instantanée,
5. milieux isotropes pour les trois ondes,
6. polarisation des ondes rectilignes,

7. non-déplétion des ondes initiales 1 et 2,
8. dispersion dans le cristal non-linéaire négligée,
9. acceptance spectrale infinie¹,

l'amplitude complexe $\tilde{\mathcal{A}}_{SFG}$ du champ résultant de la somme de fréquences est reliée, dans le référentiel en temps retardé, à celles des deux champs initiaux ($\tilde{\mathcal{A}}_1$ et $\tilde{\mathcal{A}}_2$) :

$$\tilde{\mathcal{A}}_{SFG}(t) = \gamma_{SFG} \tilde{\mathcal{A}}_1(t) \tilde{\mathcal{A}}_2(t) \quad (7.27)$$

où $\gamma_{SFG} = i \frac{\omega_3 \chi^{(2)} L_d}{2cn(\omega_3)}$, avec ω_3 la pulsation centrale du signal de somme de fréquences, $n(\omega_3)$ l'indice de réfraction à cette pulsation, $\chi^{(2)}$ la susceptibilité non-linéaire d'ordre 2 du cristal et L_d la longueur du cristal.

Le champ $\tilde{\mathcal{E}}_{SFG}$ s'écrit alors, dans le domaine temporel :

$$\tilde{\mathcal{E}}_{SFG}(t) \propto \tilde{\mathcal{E}}_1(t) \tilde{\mathcal{E}}_2(t) \quad (7.28)$$

7.2.3 Expression du signal SPIDER

Le décalage spectral Ω est réalisé par somme de fréquences entre l'impulsion initiale étirée temporellement et deux répliques de l'impulsion à caractériser décalées temporellement [84]. Le signal résultant se décompose donc en deux impulsions :

- une impulsion résultant de la somme de fréquences entre la réplique 1 (Fig.7.2) et l'impulsion initiale étirée temporellement, représentée par le champ $\tilde{S}_1(t)$,
- une impulsion résultant de la somme de fréquences entre la réplique 2 (Fig.7.2) et l'impulsion initiale étirée temporellement, représentée par le champ $\tilde{S}_2(t)$.

Somme de fréquences entre la réplique 1 et l'impulsion étirée temporellement

Soit t_1 le retard entre ces deux impulsions, $\tilde{S}_1(t)$ s'écrit alors, d'après l'équation 7.28 :

$$\tilde{S}_1(t) \propto \tilde{\mathcal{E}}(t) \tilde{\mathcal{E}}_{stretch}(t - t_1) \quad (7.29)$$

soit en utilisant l'équation 7.25 :

$$\tilde{S}_1(t) \propto \tilde{\mathcal{E}}(t) \frac{\exp(-i\frac{\pi}{4})}{\sqrt{2\pi\phi_{2stretch}}} \exp\left(-i\frac{(t-t_1)^2}{2\phi_{2stretch}}\right) \exp(-i\omega_0(t-t_1)) \mathcal{E}\left(\omega = \omega_0 + \frac{(t-t_1)}{\phi_{2stretch}}\right) \quad (7.30)$$

Par transformée de Fourier, le champ $S_1(\omega)$ s'écrit :

$$S_1(\omega) \propto \frac{\exp(-i\frac{\pi}{4})}{\sqrt{2\pi\phi_{2stretch}}} \exp(i\omega_0 t_1) \exp\left(-i\frac{t_1^2}{2\phi_{2stretch}}\right) \mathcal{E}\left(\omega_0 - \frac{t_1}{\phi_{2stretch}}\right) \mathcal{E}\left(\omega - \omega_0 + \frac{t_1}{\phi_{2stretch}}\right) \quad (7.31)$$

1. L'acceptance spectrale en nm peut se définir comme la largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda$ de l'éclairement I_3 de l'onde générée par somme de fréquences (Eq. 7.53).

L'intensité du signal généré par somme de fréquences varie donc en $1/\phi_{2_{stretch}}$. Les valeurs de $\phi_{2_{stretch}}$ choisies étant importantes pour satisfaire à la condition de validité de la méthode : $\phi_{2_{stretch}} \gg \Delta t^2$, une contrainte est imposée sur l'énergie des impulsions à caractériser en entrée de système.

Nous ne nous intéressons pas aux termes constants de la phase qui peuvent donc être omis dans la relation 7.31 :

$$S_1(\omega) \propto \mathcal{E}\left(\omega_0 - \frac{t_1}{\phi_{2_{stretch}}}\right) \mathcal{E}\left(\omega - \omega_0 + \frac{t_1}{\phi_{2_{stretch}}}\right) \quad (7.32)$$

Somme de fréquences entre la réplique 2 et l'impulsion étirée temporellement

La réplique 2 est retardée d'un temps τ par rapport à la première réplique. $\tilde{S}_2(t)$ s'écrit, d'après l'équation 7.28 :

$$\tilde{S}_2(t) \propto \mathcal{E}(t - \tau) \mathcal{E}_{stretch}(t - t_1) \quad (7.33)$$

soit en utilisant l'équation 7.25 :

$$\tilde{S}_2(t) \propto \tilde{\mathcal{E}}(t - \tau) \frac{\exp(-i\frac{\pi}{4})}{\sqrt{2\pi\phi_{2_{stretch}}}} \exp\left(-i\frac{(t - t_1)^2}{2\phi_{2_{stretch}}}\right) \exp(-i\omega_0(t - t_1)) \mathcal{E}\left(\omega = \omega_0 + \frac{(t - t_1)}{\phi_{2_{stretch}}}\right) \quad (7.34)$$

Par transformée de Fourier, le champ $S_2(\omega)$ s'écrit :

$$S_2(\omega) \propto \frac{\exp(-i\frac{\pi}{4})}{\sqrt{2\pi\phi_{2_{stretch}}}} \exp\left(-i\frac{(\tau - t_1)^2}{2\phi_{2_{stretch}}}\right) \exp(i\omega_0(t_1 - \tau)) \mathcal{E}\left(\omega_0 + \frac{\tau - t_1}{\phi_{2_{stretch}}}\right) \mathcal{E}\left(\omega - \omega_0 + \frac{t_1 - \tau}{\phi_{2_{stretch}}}\right) \exp(i\omega\tau) \quad (7.35)$$

On retrouve la dépendance en $1/\phi_{2_{stretch}}$ de l'intensité du signal de somme de fréquences (Eq.7.31).

En omettant les termes de phase constante dans la relation 7.35, $S_2(\omega)$ devient :

$$S_2(\omega) \propto \mathcal{E}\left(\omega_0 + \frac{\tau - t_1}{\phi_{2_{stretch}}}\right) \mathcal{E}\left(\omega - \omega_0 + \frac{t_1 - \tau}{\phi_{2_{stretch}}}\right) \exp(i\omega\tau) \quad (7.36)$$

Signal SPIDER

Le signal SPIDER $S(\omega)$ est proportionnel au module de la somme des deux champs $S_1(\omega)$ (Eq.7.32) et $S_2(\omega)$ (Eq.7.36) générés par somme de fréquences :

$$S(\omega) \propto |S_1(\omega) + S_2(\omega)|^2 \quad (7.37)$$

$$\begin{aligned} &\propto \left| \mathcal{E}\left(\omega_0 - \frac{t_1}{\phi_{2_{stretch}}}\right) \mathcal{E}\left(\omega - \omega_0 + \frac{t_1}{\phi_{2_{stretch}}}\right) \right. \\ &\quad \left. + \mathcal{E}\left(\omega_0 + \frac{\tau - t_1}{\phi_{2_{stretch}}}\right) \mathcal{E}\left(\omega - \omega_0 + \frac{t_1 - \tau}{\phi_{2_{stretch}}}\right) \exp(i\omega\tau) \right|^2 \end{aligned} \quad (7.38)$$

Le délai t_1 est choisi expérimentalement de façon à satisfaire la relation suivante :

$$\left| \mathcal{E} \left(\omega_0 - \frac{t_1}{\phi_{2stretch}} \right) \right| \sim \left| \mathcal{E} \left(\omega_0 + \frac{\tau - t_1}{\phi_{2stretch}} \right) \right| \quad (7.39)$$

En négligeant les termes de phase constante, $S(\omega)$ devient :

$$S(\omega) \propto |\mathcal{E}(\omega - \omega_1) + \mathcal{E}(\omega - \omega_1 + \Omega) \exp(i\omega\tau)|^2 \quad (7.40)$$

avec :

$$\omega_1 = \omega_0 - \frac{t_1}{\phi_{2stretch}} \quad (7.41)$$

$$\Omega = -\frac{\tau}{\phi_{2stretch}} \quad (7.42)$$

Le décalage spectral Ω entre les deux impulsions S_1 et S_2 qui interfèrent dépend du retard temporel entre ces deux impulsions ainsi que de la phase quadratique introduite ($\phi_{2stretch}$) pour étirer temporellement l'impulsion initiale. L'expression 7.40 est analogue à la relation 7.2 au décalage spectral ω_1 des deux champs près. La méthode de reconstruction du champ $\mathcal{E}(\omega)$ donnée section 7.1.2 peut donc être appliquée. Le décalage spectral ω_1 devra être pris en compte dans ce traitement (section 7.4.1).

7.3 Dimensionnement du système

Le dispositif expérimental est dimensionné en fonction du support temporel $\Delta t'$ sur lequel on veut pouvoir caractériser le champ électrique d'une impulsion et de la précision souhaitée pour cette caractérisation. Pour satisfaire à ces deux critères, les paramètres suivants doivent être déterminés :

- le retard temporel τ entre les deux répliques 1 et 2 de l'impulsion à caractériser,
- le décalage spectral Ω ,
- la résolution spectrale $d\omega$ du spectromètre,
- le cristal non-linéaire (géométrie de l'accord de phase et caractéristiques du cristal).

7.3.1 Choix des paramètres : τ , Ω , $d\omega$

Choix du retard τ

La validité de la reconstruction de la phase spectrale $\varphi(\omega)$ de l'impulsion à caractériser par la méthode SPIDER dépend de la validité de la détermination de l'enveloppe $|S'(\omega)|$ et de la phase $\Phi(\omega)$ du signal $S'(\omega)$ (Eqs. 7.5 et 7.6). Ces deux quantités sont, elles-mêmes extraites du signal SPIDER $S(\omega)$ par FTSI. Le problème du choix du retard entre les deux répliques qui interfèrent pour donner le signal SPIDER se ramène donc au problème

général du choix du retard en interférométrie spectrale, déjà détaillé dans le chapitre 4 (section 4.2.4).

Remarque : Le retard est nécessairement strictement supérieur au support temporel ($2\Delta t'$) de l'impulsion à caractériser², soit :

$$\tau > 2\Delta t' \quad (7.43)$$

Choix du décalage spectral Ω

La phase spectrale $\varphi(\omega)$ est reconstruite à partir d'une différence finie sur un pas Ω ($\Gamma(\omega)$, Eq. 7.7). Pour pouvoir reconstruire le champ dans le domaine temporel sur un intervalle $[-\Delta t', \Delta t']$, Ω doit être choisi de façon à respecter l'inégalité suivante (théorème de Shanon-Wittaker [48]) :

$$|\Omega| < \frac{\pi}{\Delta t'} \quad (7.44)$$

D'autre part, une limite inférieure est imposée par le bruit de mesure sur la phase $\Gamma(\omega)$. En effet, pour obtenir une reconstruction correcte de $\varphi(\omega)$, la différence de phase $\Gamma(\omega)$ entre deux pulsations séparées de Ω (Eq. 7.7) doit être supérieure au bruit de mesure $B(\omega)$:

$$\Gamma(\omega) > B(\omega) \quad (7.45)$$

Le délai étant fixé suivant les critères énoncés dans la section précédente (section 7.3.1), le choix du décalage spectral se ramène au choix de la phase quadratique $\phi_{2_{stretch}}$ nécessaire à l'étirement temporel de l'impulsion initiale. Les relations 7.42 et 7.43 imposent l'inégalité suivante [51] :

$$|\phi_{2_{stretch}}| > \frac{2\Delta t'}{|\Omega|} \quad (7.46)$$

soit, en utilisant l'inégalité 7.44 :

$$|\phi_{2_{stretch}}| > \frac{2\Delta t'^2}{\pi} \quad (7.47)$$

Remarque : L'inégalité 7.47 est déjà vérifiée pour assurer la validité de la relation entre Ω , τ et $\phi_{2_{stretch}}$ (Eq. 7.42).

Choix de la résolution du spectromètre $d\omega$

Pour une reconstruction correcte de la phase $\Gamma(\omega)$, le pas d'échantillonnage $d\omega$ du détecteur (spectromètre) doit être inférieur au décalage spectral Ω : $d\omega < \Omega$. Le choix de $d\omega$ doit aussi permettre la mesure de l'ensemble du spectre de l'impulsion à caractériser sur une fenêtre $[-\frac{N d\omega}{2}, \frac{N d\omega}{2}]$ (N : nombre de pixels du détecteur) autour de la pulsation centrale de l'impulsion.

2. en supposant que le traitement par FTSI n'inclut pas de retrait de la composante DC.

7.3.2 Choix du cristal

On suppose ici les hypothèses 1 à 8 de la section 7.2.2 vérifiées. En revanche, l'acceptance spectrale dans le cristal est supposée finie. Il existe donc un désaccord de phase $\Delta\vec{k}$ entre les vecteurs d'onde des ondes initiales 1 ($\vec{k}_1 = k_1\vec{e}_1$) et 2 ($\vec{k}_2 = k_2\vec{e}_2$) et de l'onde 3 ($\vec{k}_3 = k_3\vec{e}_3$) résultant de la somme de fréquences (Fig. 7.4) :

$$\Delta\vec{k} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3 \quad (7.48)$$

soit en projetant suivant la direction du vecteur \vec{k}_3 ($\Delta k_{//}$) et de sa perpendiculaire (Δk_{\perp}) :

$$\Delta k_{//} = k_1 \cos \alpha + k_2 \cos \beta - k_3 \quad (7.49)$$

$$\Delta k_{\perp} = -k_1 \sin \alpha + k_2 \sin \beta \quad (7.50)$$

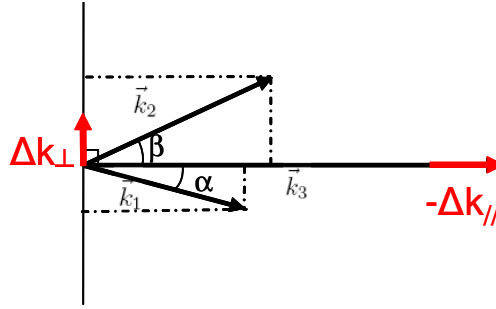


FIGURE 7.4 – Représentation géométrique du désaccord de phase

Considérons de plus que ces trois ondes sont quasi-monochromatiques. Les trois champs scalaires associés s'écrivent alors sous la forme du produit d'une porteuse $\exp(ik_j z)$ par une enveloppe complexe $A_j(z)$ ($j = 1, 2, 3$) :

$$\mathcal{E}_j(z) = A_j(z) \exp(ik_j z) \quad (7.51)$$

L'équation de propagation des champs dans le cristal non-linéaire se réduit à l'équation suivante :

$$\frac{dA_3}{dz} = \frac{i\omega_3 \chi^{(2)}}{2cn(\omega_3)} A_1 A_2 \exp[i\Delta k_{//} z] \quad (7.52)$$

où ω_3 est la pulsation générée par somme de fréquences ($\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$), $n(\omega_3)$ l'indice de réfraction à cette pulsation et $\chi^{(2)}$ la susceptibilité non-linéaire d'ordre 2 du milieu. En sortie de cristal ($z = L_d$, L_d longueur du cristal), l'éclairement I_3 (Eq. 1.46) de l'onde générée par somme de fréquences s'écrit :

$$I_3(L_d) = \frac{\omega_3^2 \chi^{(2)^2} I_1 I_2}{2\varepsilon_0 c^3 n(\omega_3) n(\omega_1) n(\omega_2)} L_d^2 \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{\Delta k_{//} L_d}{2} \right) \quad (7.53)$$

où I_1 et I_2 sont les éclairements des ondes initiales 1 et 2 et $\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$.

Remarque : L'équation 7.53 reste valable pour des ondes non-monochromatiques.

Les cartes d'éclairement de la figure 7.5 illustrent les variations de I_3 (Eq.7.53) en fonction des longueurs d'onde λ_1 et λ_2 des ondes initiales 1 et 2 en type I (a) et II (onde 1 ordinaire, onde 2 extra-ordinaire) (b) en géométrie non-colinéaire ($\alpha = 1^\circ$ et $\beta \sim 1.7^\circ$, angles externes) dans un cristal de BBO d'épaisseur $L_d = 150\mu m$. Les longueurs d'ondes λ_1 et λ_2 sont prises autour de 800 nm. Le signal SPIDER résultant de la somme de fréquences entre une onde quasi-monochromatique et deux répliques temporelles de l'impulsion à caractériser, la figure 7.5b montre l'avantage de travailler en type II. En effet, l'acceptance spectrale est alors très grande pour l'onde ordinaire ($\Delta\lambda \sim 175.3$ nm), supérieure à celle obtenue en type I ($\Delta\lambda \sim 74.6$ nm). L'acceptance spectrale est, en revanche plus faible pour l'onde extra-ordinaire ($\Delta\lambda \sim 45.8$ nm), ce qui n'est pas gênant puisqu'il s'agira de l'onde quasi-monochromatique. Les deux répliques auront donc une polarisation ordinaire et l'onde quasi-monochromatique une polarisation extra-ordinaire.

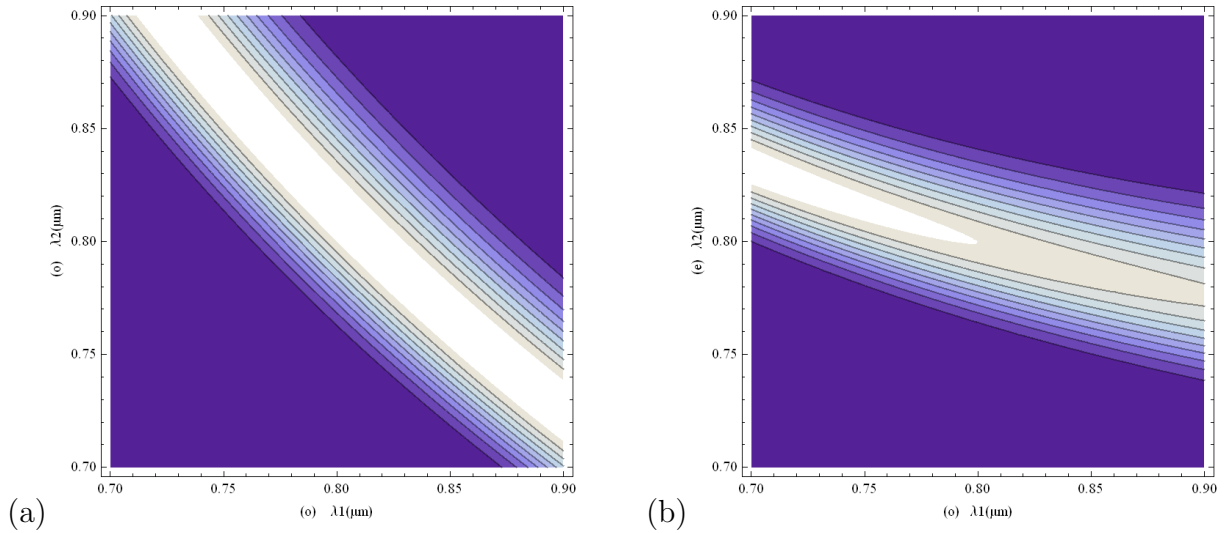


FIGURE 7.5 – Variation de l'éclairement I_3 de l'onde générée par somme de fréquences dans un cristal de BBO d'épaisseur $L_d = 150\mu m$, en géométrie non-colinéaire ($\alpha = 1.7^\circ$ et $\beta \sim 1.7^\circ$, angles externes) en fonction des longueurs d'onde λ_1 et λ_2 des ondes initiales (a) en type I (angle de coupe : $\theta = 29.2^\circ$), (b) en type II ($\theta = 41.78^\circ$) onde 1 ordinaire, onde 2 extra-ordinaire.

7.4 Dispositif expérimental et procédure de mesure

Le dispositif SPIDER doit permettre de caractériser des impulsions de durée allant de 10 fs à la centaine de fs avec une bonne précision. Compte-tenu des contraintes sur le dimensionnement du système (section 7.3), il n'est pas possible d'utiliser un seul et même jeu de paramètres pour la caractérisation de ces impulsions. C'est pourquoi deux configurations ont été envisagées : une configuration dite "impulsions courtes", non décrite dans cette thèse, permettant la mesure d'impulsions de 40 fs à la centaine de fs et une

configuration dite "impulsions ultra-courtes" pour la mesure d'impulsions entre 10 et 40 fs.

Le schéma de la configuration "impulsions ultra-courtes" est présenté figure 7.6. Le faisceau incident est séparé en deux voies par une lame mince d'épaisseur $150\text{ }\mu\text{m}$. Sur la première voie, les deux répliques sont réalisées par réflexion sur la face avant et la face arrière de cette lame. Le retard correspondant est $\tau \sim 1.5\text{ ps}$. Sur l'autre voie, l'impulsion est étirée par deux passages dans un bloc de SF57 d'épaisseur 8 cm. La phase quadratique introduite par ces deux passages est : $\phi_{2_{stretch}} \sim 3.6\text{ }10^4\text{ fs}^2$ ($\lambda_0 = 795\text{ nm}$). Le décalage spectral est réalisé par somme de fréquences dans un cristal de BBO de type II ($\theta = 41.78^\circ$) d'épaisseur $L_d = 50\text{ }\mu\text{m}$, en géométrie non-colinéaire avec $\alpha = 1.7^\circ$ et $\beta \sim 1.7^\circ$. Ce décalage vaut environ $-4.15\text{ }10^{-2}\text{ rad fs}^{-1}$, soit 13.9 nm .

Le spectromètre est le même que celui utilisé pour les expériences d'interférométrie spec-

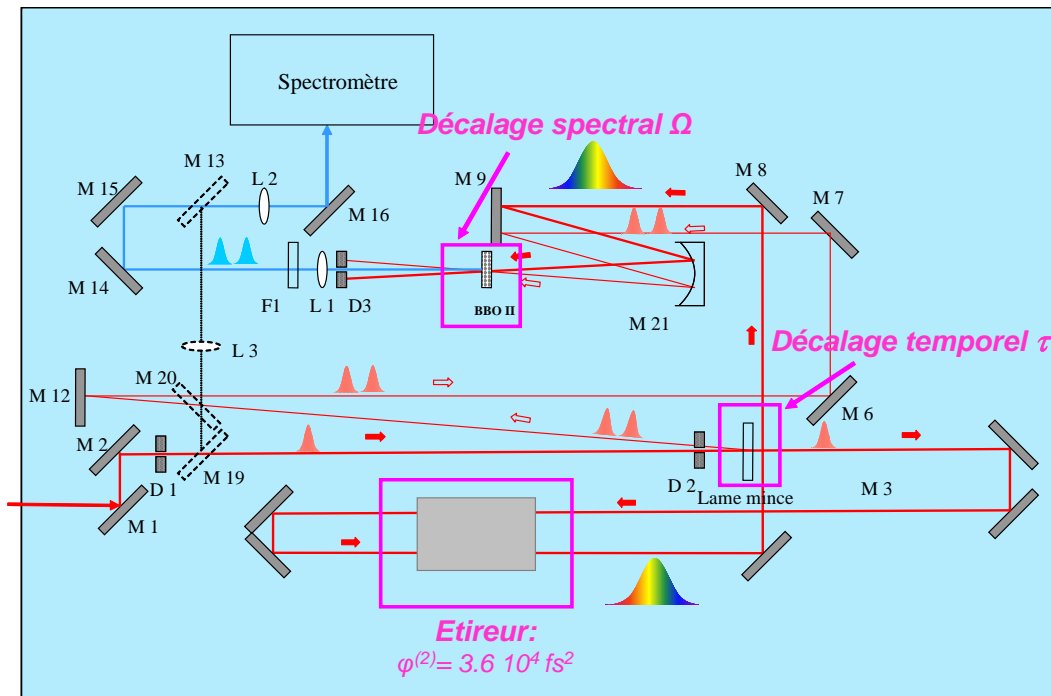


FIGURE 7.6 – Schéma du montage SPIDER en configuration "impulsions ultra-courtes"

trale (section 4.4.2, chapitre 4). Il garantit une très bonne résolution sur une grande dynamique spectrale. Pour les valeurs de retard τ utilisées, la réponse du spectromètre peut être négligée. De plus la précision de calibration avec une lampe spectrale reste très bonne du fait de la résolution du spectromètre. Le choix du réseau est adapté de façon à pouvoir mesurer l'ensemble du spectre avec la meilleure résolution.

Ce dispositif a été testé sur la chaîne laser Sofockle (section 7.5) et est utilisé actuellement sur la chaîne PLFA du CEA.

7.4.1 Procédure de mesure

Les étapes d'une mesure SPIDER sont :

1. la calibration en longueur d'onde du spectromètre, essentielle pour une bonne précision de mesure (section 4.6.1 , chapitre 4)[51],
2. la mesure du spectre de l'impulsion à caractériser (autour de $\lambda_0 = 800$ nm),
3. la détermination indépendante du retard τ entre les deux répliques,
4. la mesure du signal SPIDER,
5. la détermination du décalage ω_1 (Eq. 7.41),
6. la reconstruction de la phase spectrale de l'impulsion à caractériser,
7. le calcul de l'intensité temporelle associée au spectre mesuré en 1 et à la phase reconstruite en 5.

Pour l'étape 3, le signal d'interférométrie spectrale correspondant aux deux répliques générées dans la lame mince est enregistré au spectromètre avant mélange de fréquences (Eq. 7.1). Le retard τ entre ces deux répliques est alors déterminé par FTSI (section 4.2, chapitre 4). La précision de détermination de ce retard est fondamentale pour la précision de la mesure. En effet, la présence d'une erreur sur cette phase linéaire introduit une erreur sur la phase quadratique de l'impulsion à caractériser. C. Dorrer propose une méthode pour minimiser ces erreurs. Celle-ci consiste à utiliser le fait que les mesures 2, 3 et 4 sont enregistrées avec le même spectromètre en utilisant l'ordre 1 pour les deux premières et l'ordre 2 pour la troisième [51][55]. On peut ainsi soustraire à la phase $\Phi(\omega)$ le double de la phase mesurée à l'étape 3. Ce traitement permet, de plus, de tenir compte de la différence de phase spectrale entre les deux répliques. En effet, la première réplique se réfléchit sur la face avant de la lame alors que la seconde effectue un aller-retour dans la lame, à l'origine d'une phase quadratique de 11 fs^2 .

Il reste alors une phase résiduelle linéaire dont le coefficient est : $\beta_2(\omega_1 - \omega_0)$, où $\beta_2 = 11 \text{ fs}^2$ est le coefficient d'ordre 2 de la différence de phase entre les deux répliques et ω_0 la pulsation centrale de l'impulsion à caractériser [84]. Pour $\omega_1 - \omega_0 = 1.87 \cdot 10^{-2} \text{ rad fs}^{-1}$, le coefficient de la phase résiduelle linéaire est d'environ 0.2 fs , soit une précision sur le coefficient de phase quadratique de 5 fs^2 .

Le signal d'interférométrie spectrale entre les deux répliques n'étant pas enregistré sur le même tir que le signal SPIDER, il reste une erreur supplémentaire introduite par les fluctuations tir à tir du retard entre les répliques.

Le décalage ω_1 est déterminé à partir des mesures du spectre à 800 nm (étape 1) et du signal SPIDER (à 400 nm) (étape 4). En effet, à partir de la mesure du spectre $|\mathcal{E}(\omega)|^2$, on peut calculer le produit $|\mathcal{E}(\omega)||\mathcal{E}(\omega + \Omega)|$. ω_1 correspond au décalage spectral entre ce produit mesuré à 800 nm et l'enveloppe du signal $S'(\omega)$ (Eq. 7.5) reconstruite à 400 nm . On peut donc déterminer ω_1 pour que le produit $|\mathcal{E}(\omega)||\mathcal{E}(\omega + \Omega)|$ calculé à 800 nm et l'enveloppe $|S'(\omega)|$ se superposent au mieux.

En pratique, les étapes 1 et 2 sont effectuées au début d'une série de mesures et non à chaque mesure SPIDER.

Remarque : La mesure du spectre de l'impulsion ainsi que celle du spectre cannelé entre les deux répliques sans mélange de fréquence ne sont pas enregistrés à chaque tir. Plusieurs solutions ont été proposées dans la littérature pour la caractérisation monocoup de l'intensité temporelle par la méthode SPIDER. Dorrer propose d'enregistrer en même temps ce spectre cannelé et le signal SPIDER [86]. Müller suggère une reconstruction directe du spectre et de la phase à partir du signal SPIDER [87].

7.5 Résultats expérimentaux

La caractérisation du dispositif SPIDER a été effectuée en sortie de fibre creuse sur la chaîne Sofockle (chapitre 2, section 2.2.1) afin de disposer d'impulsions sub-20fs. La capacité de l'AOPDF à générer des phases quadratiques et cubiques avec une grande précision (chapitre 5) est utilisée pour déterminer la précision de mesure de ce type de phases par le dispositif SPIDER. L'influence de la largeur spectrale des impulsions sur la phase reconstruite est ensuite étudiée de façon à définir les limites en termes de largeur spectrale de mesure de l'appareil.

7.5.1 Montage expérimental

Le schéma de la figure 7.7 présente l'ensemble du dispositif expérimental. 80 μJ de la sortie de la fibre creuse sont envoyés dans un AOPDF (HR, 25 mm) puis 15 μJ vers le dispositif SPIDER.

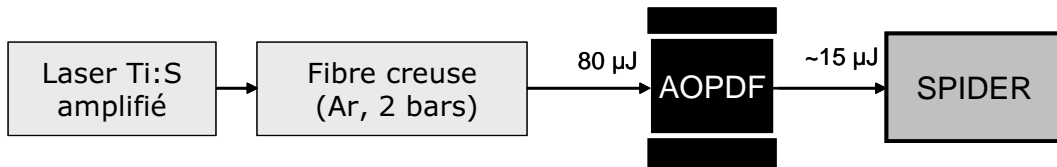


FIGURE 7.7 – Schéma du montage expérimental

Pour l'ensemble des mesures présentées dans cette section, le réseau de 150 traits/mm a été utilisé. La calibration du spectromètre est effectuée à partir de 4 raies d'une lampe Krypton (Fig. 7.8) suivant la méthode détaillée au chapitre 4 (section 4.6.1). La déviation relative $\Delta_{r_{cal}}$ sur les longueurs d'onde centrales des raies mesurées est inférieure à 10^{-5} .

La fonction de transfert de l'AOPDF est centrée sur $\lambda_{amp} = 810$ nm en amplitude et $\lambda_0 = 800$ nm en phase. La largeur à 1/e de l'amplitude (supergaussienne d'ordre 6)

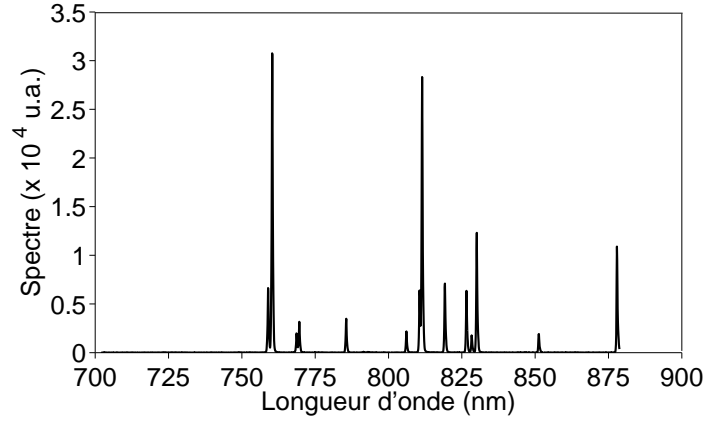


FIGURE 7.8 – *Spectre de la lampe Krypton*

est de 175 nm. Les chapitres 3 et 5 ont montré l'importance d'une calibration précise de l'AOPDF en longueurs d'onde. Un grand soin a donc été porté à la vérification de cette calibration afin de limiter l'introduction d'une erreur sur la phase appliquée par rapport à la phase souhaitée. Pour cela, un trou centré sur λ_{amp} , de largeur 1 nm a été introduit dans l'amplitude de l'impulsion (section 3.2.4, chapitre 3). L'absence d'étages d'amplification entre l'AOPDF et la mesure du spectre et donc l'absence d'un décalage vers les plus grandes longueurs d'onde assure la précision de cette calibration.

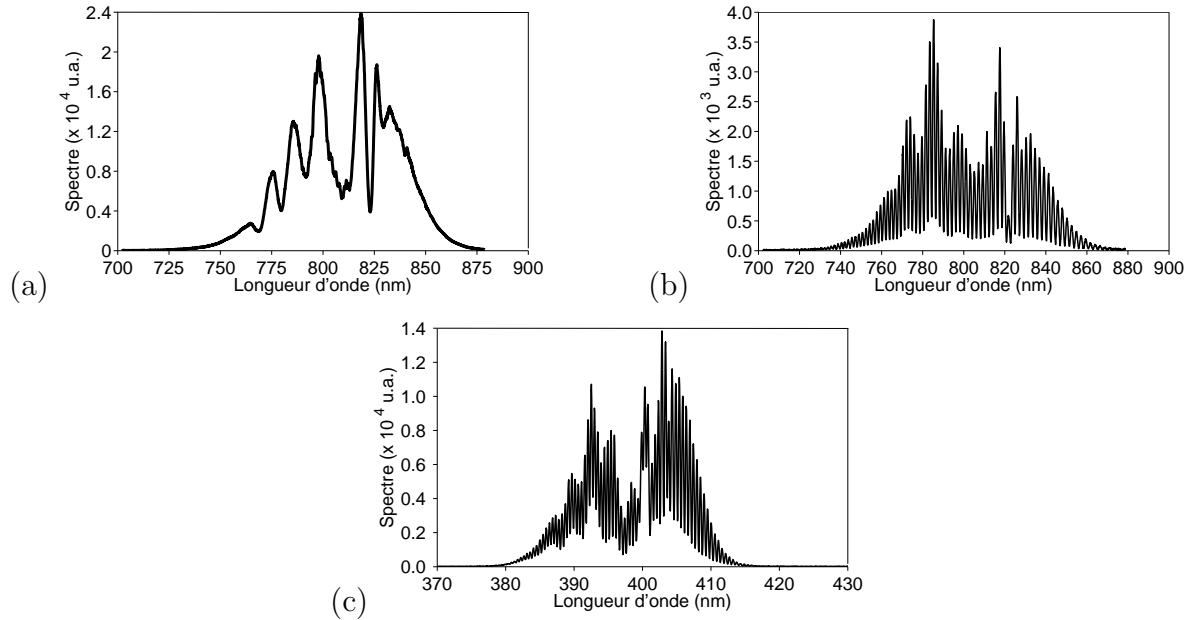


FIGURE 7.9 – (a) *Spectre de l'impulsion à caractériser*, (b) *Spectre cannelé obtenu par interférence entre les deux répliques générées dans la lame mince*, (c) *Signal SPIDER*.

La procédure suivie pour les différentes mesures SPIDER est décrite section 7.4.1. Le spectre des impulsions à caractériser est montré figure 7.9a, le signal d'interférométrie spectrale figure 7.9b et un exemple de signal SPIDER figure 7.9c. Le décalage spectral ω_1 est de l'ordre de $2.345 \text{ rad fs}^{-1}$, soit une différence d'environ $1.87 \cdot 10^{-2} \text{ rad fs}^{-1}$ avec la

pulsation centrale $\omega_{amp} \sim 2.326 \text{ rad fs}^{-1}$ ($\lambda_{amp} = 810 \text{ nm}$) de l'impulsion.

Chaque mesure de phase présentée dans cette section a été effectuée sur plusieurs tirs (~ 10).

7.5.2 Mesure de phases polynomiales

Le spectre des impulsions est donné figure 7.9 a, soit une largeur à $1/e^2$ d'environ 83 nm. Les valeurs de phases quadratiques et cubiques testées sont ajoutées à une phase de référence φ_{ref} quasi-plate ($\varphi_{ref2} < 5 \text{ fs}^2$ et $\varphi_{ref3} \sim 0 \text{ fs}^3$). L'intensité temporelle calculée à partir de cette phase de référence et du spectre de la figure 7.9 a une largeur à mi-hauteur : $\Delta t \sim 17.0 \text{ fs}$.

Phases quadratiques

On ajoute des valeurs de phases quadratiques entre -250 fs^2 et 260 fs^2 avec l'AOPDF. Ces valeurs extrémales de phases quadratiques correspondent respectivement aux largeurs à mi-hauteur théoriques de l'intensité temporelle $\Delta t_{-250 \text{ fs}^2} \sim 37.7 \text{ fs}$ et $\Delta t_{+260 \text{ fs}^2} \sim 38.9 \text{ fs}$.

La figure 7.10a présente le coefficient de Taylor d'ordre 2 mesuré φ_{2mes} pour chaque coefficient φ_{2appl} appliqué. Le coefficient linéaire de l'ajustement polynomial à l'ordre 1 de ces points (non représenté sur la figure) est 0.98, soit 2% d'erreur par rapport à la valeur attendue (1). Le coefficient d'ordre 0 est 0.41 fs^2 . Le détail des écarts relatifs ϵ_{φ_2} aux coefficients appliqués est donné figure 7.10b pour chaque coefficient appliqué. L'écart correspondant à $\varphi_{2appl} = 10 \text{ fs}^2$ a été omis.

$$\epsilon_{\varphi_2} = \left| \frac{\varphi_{2mes} - \varphi_{2appl}}{\varphi_{2appl}} \right| \quad (7.54)$$

Ces écarts sont à comparer aux écarts mesurés par interférométrie spectrale dans le chapitre 5, soit en moyenne 2.35% (ligne bleue). Pour 7 des 11 coefficients appliqués, l'écart ϵ_{φ_2} est inférieur à ces 2.35%. La valeur maximale de l'écart obtenu est de 4.3%, ce qui constitue une excellente précision. On peut également noter que la mesure SPIDER est plus précise pour les phases quadratiques négatives (à l'exception des 3.9% à -250 fs^2). La précision moyenne de mesure de phases quadratiques est d'environ 2.10%.

Remarque : La précision déterminée expérimentalement est supérieure à la précision de l'ordre de 5 fs^2 estimée du fait de la différence de phase entre les deux répliques générées dans la lame mince (section 7.4.1).

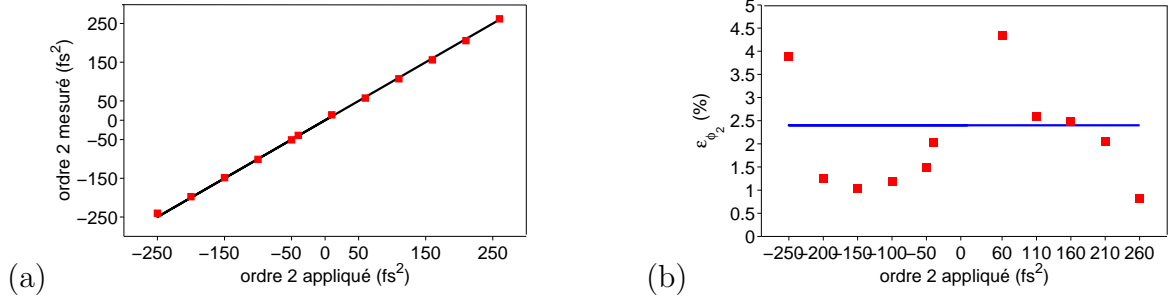


FIGURE 7.10 – (a) Rectangles rouges pleins : Coefficient de Taylor d'ordre 2 mesuré en fonction de celui appliqué avec l'AOPDF, Droite noire : Coefficients appliqués. (b) Rectangles rouges pleins : Ecart relatif (%) au coefficient appliqué, Ligne bleue : écart relatif moyen mesuré par interférométrie spectrale dans le chapitre 5

Phases cubiques

Quatre valeurs de phases cubiques entre -5000 fs^3 et $+5000 \text{ fs}^3$ ont été successivement ajoutées. Les intensités temporelles calculées à partir du spectre mesuré (Fig. 7.9a) et des valeurs extrémales de phase de -5000 fs^3 et 5000 fs^3 sont respectivement tracées figure 7.11a et b. Les rebonds observés correspondent, sur une fenêtre temporelle de largeur $T = 600 \text{ fs}$ centrée en $t = 0$, à une augmentation de la durée rms de 5.2 fs par rapport à la durée rms limitée par transformée de Fourier ($\sigma_{600 \text{ fs}}^{TL} \sim 30.6 \text{ fs}$).

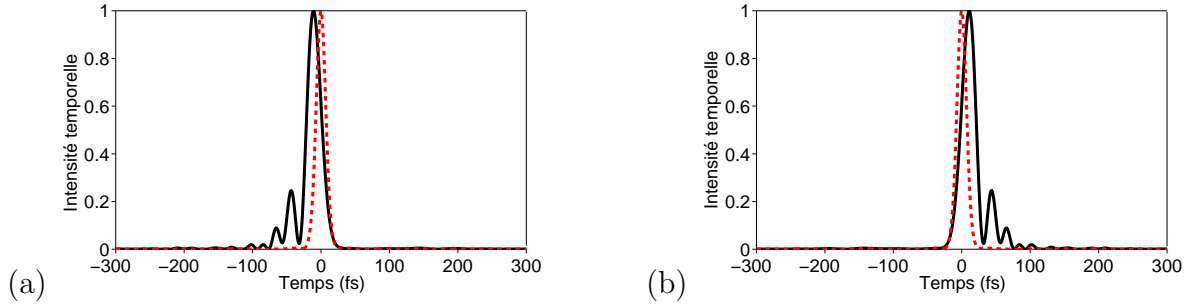


FIGURE 7.11 – En noir : Intensité temporelle calculée à partir du spectre mesuré (Fig. 7.9a) et d'une phase théorique cubique respectivement de -5000 fs^3 (a) et $+5000 \text{ fs}^3$ (b). En rouge : Intensité temporelle de l'impulsion limitée par transformée de Fourier correspondante

Les coefficients de Taylor d'ordre 3 mesurés $\varphi_{3_{mes}}$ pour chaque coefficient appliqué $\varphi_{3_{appl}}$ sont donnés figure 7.12a. Les coefficients d'ordre 0 et 1 de l'ajustement polynomial à l'ordre 1 (à ne pas confondre avec la droite des coefficients appliqués en noir sur la figure) de cette courbe sont respectivement : 112 fs^3 et 0.996 , soit une erreur $< 0.4\%$ sur ce dernier. Le détail des écarts relatifs ϵ_{φ_3} aux coefficients appliqués est présenté figure 7.12b pour chaque coefficient appliqué.

$$\epsilon_{\varphi_3} = \left| \frac{\varphi_{3_{mes}} - \varphi_{3_{appl}}}{\varphi_{3_{appl}}} \right| \quad (7.55)$$

Les écarts ϵ_{φ_3} sont compris entre 3.0 et 5.4 %. Ils sont supérieurs à la moyenne des écarts mesurés par interférométrie spectrale dans le chapitre 5, soit 2.47% (ligne bleue). La mesure de phases cubiques positives semble plus précise que dans le cas des phases cubiques négatives.

La précision moyenne de mesure de phases cubiques est d'environ 4.07%.

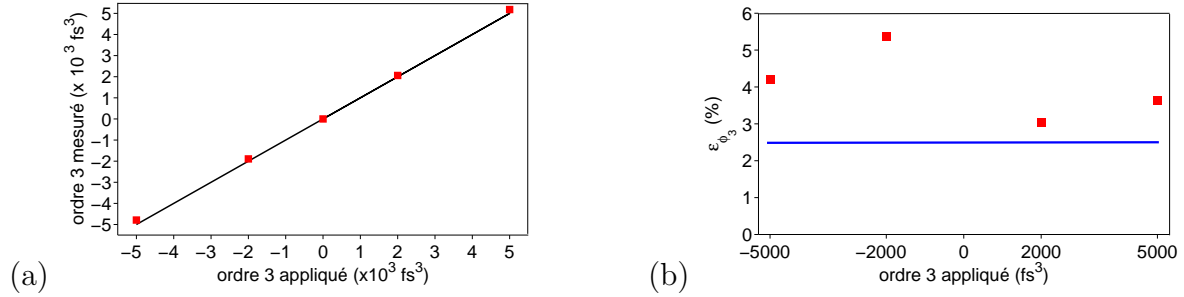


FIGURE 7.12 – Rectangles rouges pleins : Coefficient de Taylor d'ordre 3 mesuré en fonction de celui appliqué avec l'AOPDF, Droite noire : Coefficients appliqués. (b) Rectangles rouges pleins : Ecart relatif (%) au coefficient appliqué, Ligne bleue : écart relatif moyen mesuré par interférométrie spectrale dans le chapitre 5

7.5.3 Influence de la largeur spectrale des impulsions

Nous avons démontré dans la partie précédente la capacité de mesurer des impulsions de durée maximale 35-40 fs à la fois en terme de largeur à mi-hauteur et de largeur rms. Ces durées d'impulsions ont été obtenues à partir d'une impulsion quasi-limitée par transformée de Fourier ($\Delta t \sim 17.0$ fs) en ajoutant un terme de phase quadratique pour allonger la largeur temporelle à mi-hauteur ou un terme de phase cubique pour allonger la largeur rms.

Nous proposons ici d'allonger la durée des impulsions, non pas en ajoutant un terme de phase mais en rétrécissant la largeur spectrale des impulsions. Le but est d'étudier l'influence de la largeur spectrale de l'impulsion à caractériser sur la précision de la mesure SPIDER.

La largeur spectrale des impulsions est rétrécie à l'aide de l'AOPDF en jouant sur la largeur spectrale $\Delta\lambda_{AOPDF}$ de l'amplitude de sa fonction de transfert. Les différentes valeurs de $\Delta\lambda_{AOPDF}$ utilisées sont : 175 nm (fonctionnement sans rétrécissement du spectre), 100 nm, 60 nm et 40 nm. Pour ces expériences, les étapes 2 à 7 de la procédure de mesure (section 7.4.1) ont été effectuées pour chaque phase mesurée.

Les spectres mesurés pour chaque $\Delta\lambda_{AOPDF}$ sont reportés sur la figure 7.13a. Les largeurs spectrales à $1/e^2$ ($1/e$ en amplitude) correspondantes sont données dans le tableau 7.1. Les signaux SPIDER enregistrés pour $\Delta\lambda_{AOPDF} = 100, 60$ et 40 nm sont respectivement présentés figure 7.13b à d. Pour $\Delta\lambda_{AOPDF} = 100$ nm, on observe l'absence de franges pour les pulsations les plus hautes du spectre. Pour $\Delta\lambda_{AOPDF} = 60$ nm, l'absence de franges pour les pulsations les plus hautes du spectre est plus prononcé et est également observé

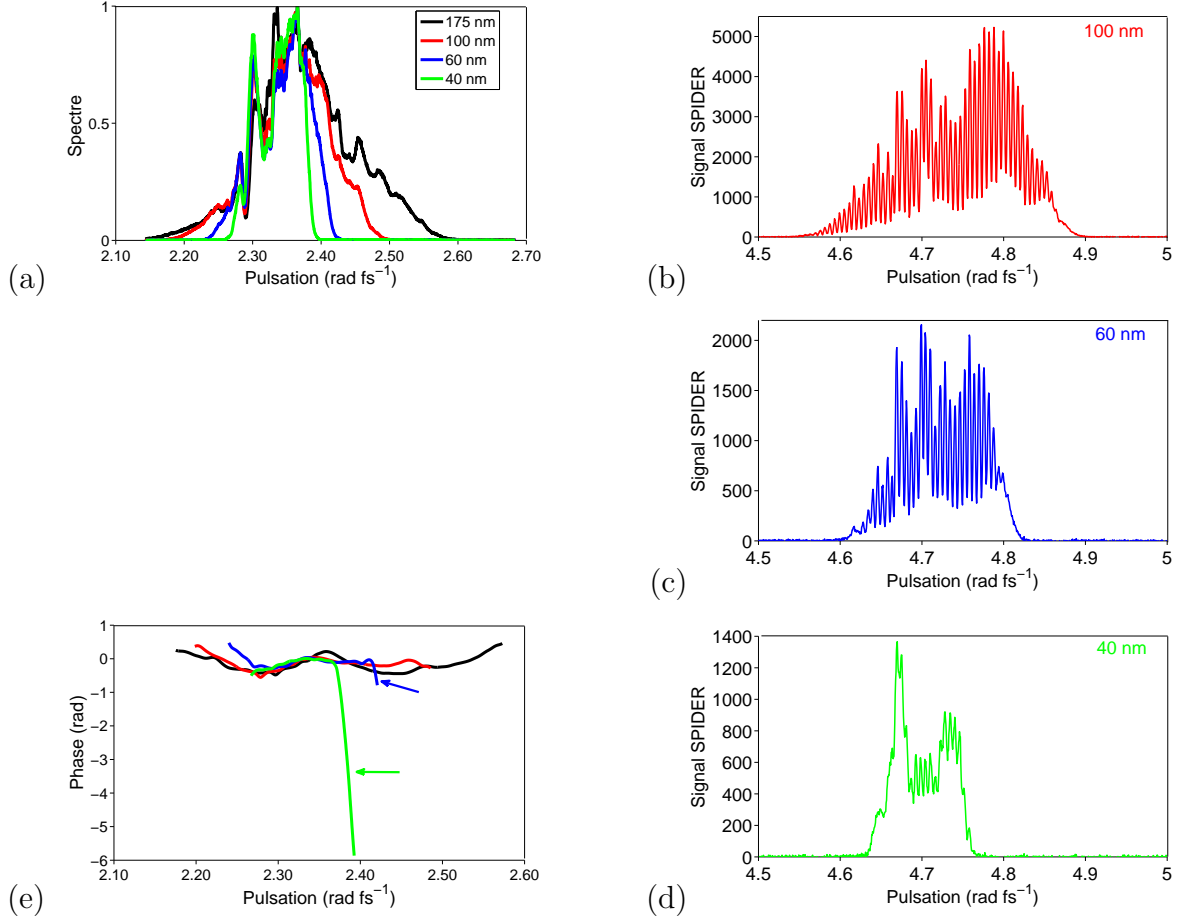


FIGURE 7.13 – (a) Spectre des impulsions mesuré pour $\Delta\lambda_{AOPDF} = 175$ nm en noir, $\Delta\lambda_{AOPDF} = 100$ nm en rouge, 60 nm en bleu et 40 nm en vert. Signal SPIDER mesuré pour $\Delta\lambda_{AOPDF} = 100$ nm (b), 60 nm (c) et 40 nm (d). (e) Phase spectrale reconstruite coupée à 1% du maximum du spectre (a) pour $\Delta\lambda_{AOPDF} = 175$ nm en noir, 100 nm en rouge, 60 nm en bleu et 40 nm en vert.

pour les pulsations les plus basses. Le contraste des franges reste comparable de l'ordre de 60%. En revanche, pour $\Delta\lambda_{AOPDF} = 40$ nm, le contraste des franges est très faible (<15%).

La phase spectrale reconstruite, coupée à 1% du maximum du spectre est donnée figure 7.13. Nous comparons la phase mesurée en présence d'un rétrécissement du spectre à celle mesurée en l'absence de rétrécissement ($\Delta\lambda_{AOPDF} = 175$ nm). Un bon accord est obtenu pour $\Delta\lambda_{AOPDF} = 100$ nm sur toute la plage de pulsations. En revanche, dans les cas $\Delta\lambda_{AOPDF} = 60$ nm et 40 nm, la reconstruction de la phase spectrale n'est pas valide sur toute la plage de pulsations. En effet, pour les valeurs de pulsations les plus hautes, une discontinuité est observée. La pente associée est -114 fs/rad pour $\Delta\lambda_{AOPDF} = 60$ nm et -268 fs/rad $\Delta\lambda_{AOPDF} = 40$ nm. Cette discontinuité s'explique par l'absence de franges pour les pulsations les plus grandes des spectres des figures 7.13 c et d. Les largeurs à mi-hauteur de l'intensité temporelle limitée par transformée de Fourier sont respectivement, dans ces deux cas, $\Delta t_{TL} \sim 27.4$ et 33.2 fs (tableau 7.1).

Largeur à 1/e AOPDF (amplitude) (nm)	175	100	60	40
Largeur à 1/e $ \mathcal{E}(\omega) $ (nm)	76.6	57.7	49.4	38.3
Durée FTL Δt_{TL} (fs)	16.5	20.8	27.4	33.2
Durée Δt (fs)	17.2	23.6	36.4	56.1

TABLE 7.1 – Largeurs caractéristiques des impulsions pour différentes largeurs spectrales de l’amplitude de la fonction de transfert de l’AOPDF

Cette étude montre l’importance de la largeur spectrale des impulsions sur la validité de la reconstruction de la phase. La durée des impulsions n’est pas un paramètre suffisant pour assurer la validité de cette reconstruction. En effet, des impulsions de durée 35-40 fs obtenues à partir d’une impulsion limitée par transformée de Fourier ($\Delta t \sim 17.0$ fs) par ajout d’une phase quadratique ont été correctement caractérisées dans la section 7.5.2. En revanche, des impulsions de durée 27 fs obtenues en rétrécissant le spectre de 76.6 nm à 49.4 nm (tableau 7.1) ne sont pas correctement reconstruites (sur tout le spectre).

Conclusion

Dans ce chapitre, je présente un dispositif SPIDER spécialement dimensionné pour la caractérisation d’impulsions très courtes (20 fs et sub-20 fs). Son étude expérimentale a montré que :

- la précision moyenne de mesure de phases quadratiques et cubiques est respectivement d’environ 2.10% et 4.07% sur les coefficients de Taylor d’ordre 2 et 3,
- la précision de reconstruction de la phase spectrale d’une impulsion à caractériser sur la totalité de son support spectral dépend de la largeur de ce support. En effet, pour des impulsions de largeur $\Delta\lambda \leq 60$ nm, cette précision se dégrade et il est alors préférable d’effectuer la mesure SPIDER avec la seconde configuration du dispositif (étirement temporel par un étireur à réseaux, longueur du cristal non-linéaire : $L_d = 150 \mu\text{m}$) non décrite dans cette thèse.

Au vu de ces résultats, le dispositif SPIDER constitue un très bon outil de référence et sera utilisé dans le chapitre 8 pour caractériser une nouvelle technique de mesure : la ”Self-Referenced Spectral Interferometry” (SRSI).

Chapitre 8

Self-Referenced Spectral Interferometry

La technique d'interférométrie spectrale auto-référencée (ou Self-Referenced Spectral Interferometry, SRSI) est une nouvelle technique de caractérisation des impulsions courtes démontrée récemment [49]. Inventée par la société Fastlite (brevet [88]), elle est actuellement commercialisée depuis un an.

Cette technique consiste à réaliser une mesure d'interférométrie spectrale entre une impulsion à caractériser et une impulsion de référence générée à partir de cette même impulsion à caractériser. Elle tire ainsi profit de la linéarité, de l'extrême sensibilité et de la précision de l'interférométrie spectrale, déjà évoquées au chapitre 4.

Une première partie de ce chapitre expose la théorie de la SRSI et en particulier la génération de l'impulsion de référence qui se fait par génération de polarisation croisée ou XPW. Cette technique a été implémentée, testée et validée expérimentalement sur des impulsions de durée supérieure à 40 fs dont nous ne présenterons pas les résultats. Je m'intéresse ici à valider expérimentalement la mesure SRSI d'impulsions sub-20 fs avec le même dispositif. Pour cela, l'aspect quantitatif de la mesure de phases quadratiques et cubiques ajoutées à une impulsion de durée sub-20fs quasi-limitée par transformée de Fourier a été vérifié. L'obtention d'impulsions quasi-limitées par transformée de Fourier de durée 11.7 fs à l'aide d'une boucle de rétro-action entre le dispositif de SRSI et un AOPDF a également été démontrée.

8.1 Génération d'une impulsion de référence

Pour caractériser une impulsion ($\mathcal{E}(\omega)$) par interférométrie spectrale, il faut disposer d'une impulsion de référence ($\mathcal{E}_{ref}(\omega)$) dont le support spectral soit au moins aussi large que celui de l'impulsion à caractériser. Si, de plus l'amplitude spectrale $|\mathcal{E}_{ref}(\omega)|$ de l'impulsion de référence vérifie la relation 8.1, alors une mesure d'interférométrie spectrale

permet la reconstruction à la fois de la différence de phase spectrale $\varphi_{ref}(\omega) - \varphi(\omega)$, mais aussi des amplitudes spectrales $|\mathcal{E}_{ref}(\omega)|$ et $|\mathcal{E}(\omega)|$ des deux champs séparément (sections 4.2.2 et 4.2.3, chapitre 4). La connaissance de la phase spectrale de l'impulsion de référence donne alors accès à celle de l'impulsion à caractériser.

$$\forall \omega, |\mathcal{E}_{ref}(\omega)| > |\mathcal{E}(\omega)| \quad (8.1)$$

L'idée est ici de disposer d'une méthode de caractérisation auto-référencée des impulsions basée sur l'interférométrie spectrale. L'impulsion de référence doit donc vérifier les quatre conditions suivantes :

- elle doit être générée à partir de l'impulsion à caractériser,
- son support spectral doit être au moins aussi large que celui de l'impulsion à caractériser,
- son amplitude spectrale doit vérifier la relation 8.1,
- sa phase spectrale doit être connue.

La phase spectrale "idéale" de l'impulsion de référence est une phase plate puisqu'alors la différence de phase reconstruite par interférométrie spectrale est directement égale à la phase de l'impulsion à caractériser.

Pour obtenir une impulsion de référence de phase plate, il faut "aplatir" la phase $\varphi(\omega)$ de l'impulsion à caractériser. Une analogie avec le domaine spatial permet de comprendre comment réaliser une telle opération. Pour éliminer les défauts spatiaux sur l'intensité spatiale ($I_1(x, y)$) et la phase spatiale ($\varphi_1(x, y)$) d'une impulsion, un filtrage par un trou est réalisé dans le domaine de Fourier (Fig. 8.1).

La mise en place d'un filtre temporel permettrait donc d'aplatir la phase $\varphi(\omega)$. Compte-

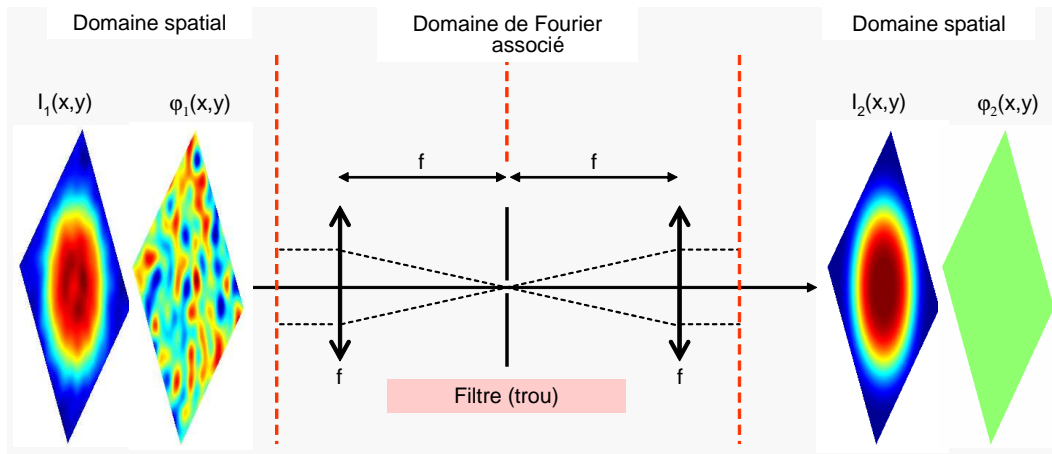


FIGURE 8.1 – Filtrage spatial d'une impulsion

tenu de la durée des impulsions, seul un filtre non-linéaire peut être utilisé.

Tout effet non-linéaire d'ordre 3 conservant la pulsation (Eq.8.2 , Fig.8.2) est alors un bon candidat.

$$\omega_{NL} = \omega + \omega - \omega = \omega \quad (8.2)$$

où ω est une pulsation de l'impulsion initiale et ω_{NL} la pulsation correspondante du champ généré par l'effet non-linéaire d'ordre 3.

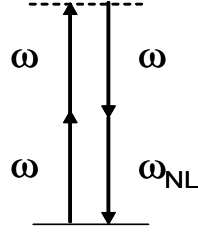


FIGURE 8.2 – *Effet non-linéaire d'ordre trois avec conservation de la pulsation*

Avec les hypothèses suivantes :

1. effets transverses négligés ($\frac{\partial}{\partial X} = 0, \frac{\partial}{\partial Y} = 0$),
2. approximation de l'enveloppe lentement variable suivant Z ($\left| \frac{\partial^2 A}{\partial Z^2} \right| \ll k \left| \frac{\partial A}{\partial Z} \right|$), et t ($\left| \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \right| \ll T \left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|$),
3. réponse non-linéaire d'ordre 3 du milieu instantanée ($\chi^{(3)}$ indépendant de la pulsation),
4. approximation du cristal mince : dispersion négligée, non-dépletion de l'impulsion initiale,
5. dans le référentiel en temps retardé,

l'intensité temporelle de tout champ généré, dans un cristal, par un effet non-linéaire d'ordre 3 conservant la pulsation, présente une dépendance cubique avec l'intensité temporelle du champ initial. L'impulsion résultante est alors filtrée temporellement.

Parmi tous les effets non-linéaires du troisième ordre vérifiant les conditions 8.2, on peut citer :

- l'auto-diffraction [42],
- la rotation de polarisation elliptique par biréfringence non linéaire induite (NER, "Nonlinear Elliptic polarization Rotation") [42],
- la génération de polarisation croisée (XPW, "Cross-polarized wave generation") [59].

Pour des raisons de simplicité et de compacité de la mise en oeuvre expérimentale d'une mesure d'interférométrie spectrale à partir d'une telle impulsion de référence, la génération de polarisation croisée a été retenue.

8.1.1 Génération de polarisation croisée ou XPW

Lorsqu'une impulsion polarisée linéairement suivant X (flèche rouge, Fig. 8.4a) est focalisée dans un milieu présentant les propriétés appropriées, une impulsion de polarisation linéaire perpendiculaire à celle de l'impulsion incidente est générée (flèche bleue). L'effet non-linéaire à l'origine de ce phénomène est la génération de polarisation croisée ou XPW. Nous rappelons ici les conditions d'obtention d'un tel effet ainsi que ses propriétés

de filtrage temporel de l'impulsion initiale. Le lecteur intéressé par une étude théorique et expérimentale détaillée pourra se reporter aux thèses d'A. Jullien [89] et L. Canova [90].

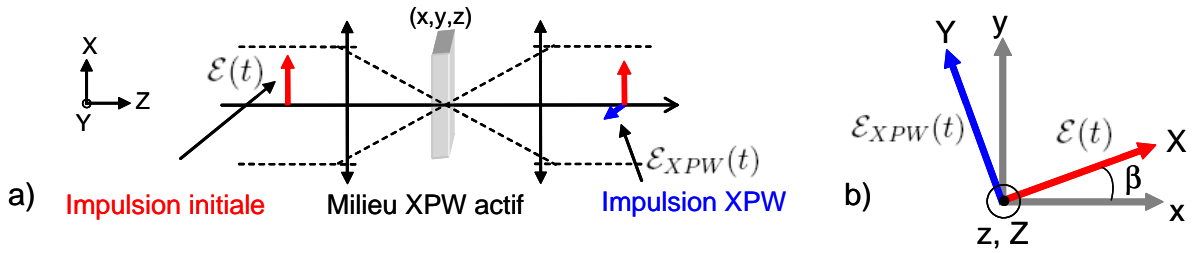


FIGURE 8.3 – (a) Génération, par XPW, d'une impulsion polarisée orthogonalement à la polarisation de l'impulsion initiale, flèches rouges et bleues : directions de polarisation des impulsions initiale et XPW. (b) Représentation des directions de polarisation des champs incident (X) et XPW (Y) dans le repère cristallographique associé au cristal (x, y, z)

Anisotropie du tenseur $\chi^{(3)}$

Le tenseur de susceptibilité non-linéaire d'ordre 3 $\chi^{(3)}$ comprend 81 termes dont la plupart sont nuls pour des matériaux à haut niveau de symétrie. Dans un milieu isotrope, les différents termes non nuls de $\chi^{(3)}$ sont reliés entre eux par [42] :

$$\chi_{xxxx}^{(3)} = \chi_{yyyy}^{(3)} = \chi_{zzzz}^{(3)} \quad (8.3)$$

$$\begin{aligned} \chi_{xxyy}^{(3)} &= \chi_{xxzz}^{(3)} = \chi_{yyxx}^{(3)} = \chi_{yyzz}^{(3)} = \chi_{zzxx}^{(3)} = \chi_{zzyy}^{(3)} \\ \chi_{xyxy}^{(3)} &= \chi_{xzzx}^{(3)} = \chi_{yzyz}^{(3)} = \chi_{yxxy}^{(3)} = \chi_{zxzx}^{(3)} = \chi_{zyzy}^{(3)} \\ \chi_{xyyx}^{(3)} &= \chi_{xzzx}^{(3)} = \chi_{yxxy}^{(3)} = \chi_{yzyz}^{(3)} = \chi_{zxzx}^{(3)} = \chi_{zyzy}^{(3)} \end{aligned} \quad (8.4)$$

où x, y et z désignent les axes du repère cristallographique du matériau.

De plus, l'isotropie implique que la relation suivante soit vérifiée :

$$\chi_{xxxx}^{(3)} = \chi_{xxyy}^{(3)} + \chi_{xyxy}^{(3)} + \chi_{xyyx}^{(3)} \quad (8.5)$$

Pour des matériaux cubiques (m3m) ou tétragonaux ($4/m\bar{m}2$), les égalités 8.4 entre les différents termes du tenseur sont toujours vérifiées. En revanche, la relation d'isotropie ne l'est plus (Eq. 8.5). L'écart à l'isotropie est alors quantifié par le coefficient d'anisotropie σ défini par [89] :

$$\sigma = \frac{\chi_{xxxx}^{(3)} - \chi_{xxyy}^{(3)} - 2\chi_{xyxy}^{(3)}}{\chi_{xxxx}^{(3)}} \quad (8.6)$$

Expression du signal généré par XPW

Dans les hypothèses 1 à 5 de la section précédente, l'amplitude temporelle complexe $\tilde{\mathcal{A}}_{XPW}(L, t)$ du champ généré par polarisation croisée, en sortie de cristal est proportionnelle au produit de l'intensité temporelle $\mathcal{I}(t)$ par l'amplitude temporelle complexe $\tilde{\mathcal{A}}(t)$

du champ initial [89][90].

$$\tilde{\mathcal{A}}_{XPW}(L, t) = i\gamma |\tilde{\mathcal{A}}(t)|^2 \tilde{\mathcal{A}}(t) = i\gamma \mathcal{I}(t) \tilde{\mathcal{A}}(t) \quad (8.7)$$

avec :

$$\gamma = -\frac{3}{8} \frac{\omega_0}{n(\omega_0)c} \chi_{xxxx}^{(3)} \frac{\sigma}{4} \sin(4\beta) \quad (8.8)$$

où x est un des axes cristallographiques du matériau, β l'angle entre la direction de polarisation du champ incident et l'axe x (Fig. 8.4b), ω_0 la pulsation centrale de l'impulsion initiale et $n(\omega_0)$ l'indice de réfraction associé.

Les expressions 8.7 et 8.8 montrent que la génération de polarisation croisée se produit dans des matériaux pour lesquels le coefficient d'anisotropie σ est non nul ($\sigma \neq 0$) et dont les axes cristallographiques ne sont pas confondus avec la direction de polarisation X du champ initial ($\beta \neq 0$). Pour maximiser l'efficacité de génération de l'impulsion XPW, l'axe cristallographique x doit être orienté à $\beta = \frac{\pi}{8} = 22.5^\circ$ ($\sin(4\beta) = 1$).

Exemples de cristaux

Différents matériaux présentent un coefficient d'anisotropie σ non-nul et peuvent donc être utilisés pour générer l'impulsion XPW de référence. Certains de ces matériaux sont reportés dans le tableau 8.1 avec la valeur de leur coefficient d'anisotropie. Parmi ceux-ci, le BaF₂ qui possède le plus grand σ a été choisi pour l'étude expérimentale.

Matériau	σ
NaCl	-0.29
MgO	-0.63
CaF ₂	-0.6
LiF	-0.35
BaF ₂	-1.2

TABLE 8.1 – Caractéristiques de différents cristaux dont la structure cristalline permet la génération de polarisation croisée

Influence de la phase spectrale sur la génération de polarisation croisée

L'impulsion initiale est filtrée par sa propre intensité temporelle, ce qui a pour effet d'élargir le spectre et d'aplatir la phase spectrale (Fig. 8.4). Les performances de ce filtrage dépendent de la phase spectrale de l'impulsion initiale. La validité et la précision de la mesure SRSI sont directement liées à ces performances et donc à la phase spectrale initiale (section 8.2.2).

L'impulsion étant filtrée par sa propre intensité temporelle, la présence d'une phase spectrale quadratique sur l'impulsion initiale dégrade rapidement l'élargissement spectral

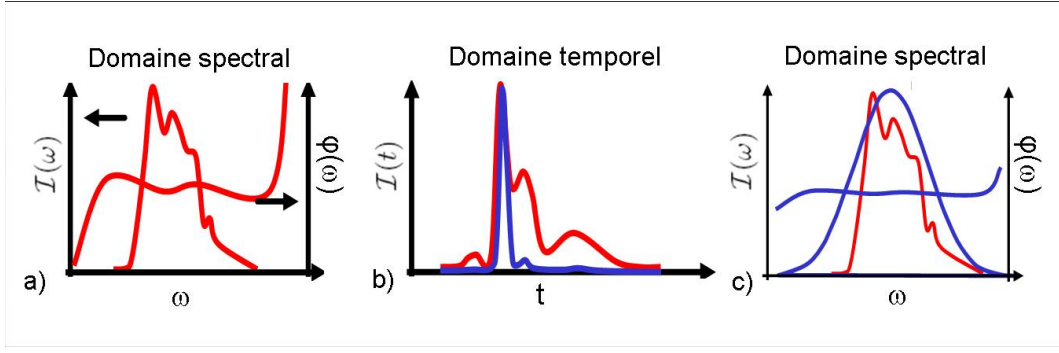


FIGURE 8.4 – Filtrage temporel d'une impulsion par XPW. (a) Spectre et phase spectrale de l'impulsion initiale. (b) Intensités temporelles des impulsions initiales (en rouge) et XPW (en bleu). (c) Spectre et phase spectrale de l'impulsion XPW.

de l'impulsion XPW. La phase spectrale XPW n'est alors plus plate mais varie de manière quadratique avec la pulsation.

La figure 8.5 illustre l'évolution de l'intensité temporelle, du spectre et de la phase spectrale obtenus par XPW pour différentes valeurs de phase initiale : $\varphi_2 = 0, 50, 86$ et 200 fs^2 . Le spectre de l'impulsion initiale est une gaussienne centrée sur 800 nm , de largeur à mi-hauteur 80 nm , qui correspond à une largeur temporelle à mi-hauteur FTL $\Delta t_{TL} \sim 11.8 \text{ fs}$. Nous définissons ici l'élargissement spectral comme le rapport de la largeur à mi-hauteur du spectre XPW $\Delta \lambda_{XPW}$ sur celle de l'impulsion initiale $\Delta \lambda$.

$$D\lambda = \frac{\Delta \lambda_{XPW}}{\Delta \lambda} \quad (8.9)$$

La largeur temporelle à mi-hauteur Δt_{XPW} , l'élargissement spectral $D\lambda$ et le coefficient d'ordre 2 φ_{2XPW} de la phase spectrale obtenus par filtrage XPW sont donnés pour chaque valeur de phase quadratique initiale dans le tableau 8.2.

Pour une phase initiale plate, l'élargissement spectral est maximal (1.7) et sa phase plate.

$\varphi_2 \text{ (fs}^2\text{)}$	$\Delta t \text{ (fs)}$	$\Delta t_{XPW} \text{ (fs)}$	$D\lambda$	$\varphi_{2XPW} \text{ (fs}^2\text{)}$
0	11.8	6.8	1.73	0
50	16.7	9.6	1.29	10.0
86	23.4	13.5	1.00	28.5
200	48.5	28.0	0.70	136.0

TABLE 8.2 – Largeur temporelle à mi-hauteur Δt_{XPW} , élargissement spectral $D\lambda$ et coefficient d'ordre 2 φ_{2XPW} de la phase obtenus par filtrage XPW d'une impulsion de spectre gaussien centré sur 800 nm et de largeur $\Delta \lambda = 80 \text{ nm}$ pour différentes valeurs de phases quadratiques initiales

Pour $\varphi_2 < 86 \text{ fs}^2$, le spectre XPW est plus large que celui de l'impulsion initiale et φ_{2XPW} est nettement plus petit que φ_2 . Un élargissement de 1 est obtenu pour une phase initiale de $\varphi_2 = 86 \text{ fs}^2$ et on garde $\varphi_{2XPW} < \varphi_2$. Pour des phases quadratiques plus importantes, le spectre XPW devient moins large que le spectre initial. Bien que loin de la valeur nulle,

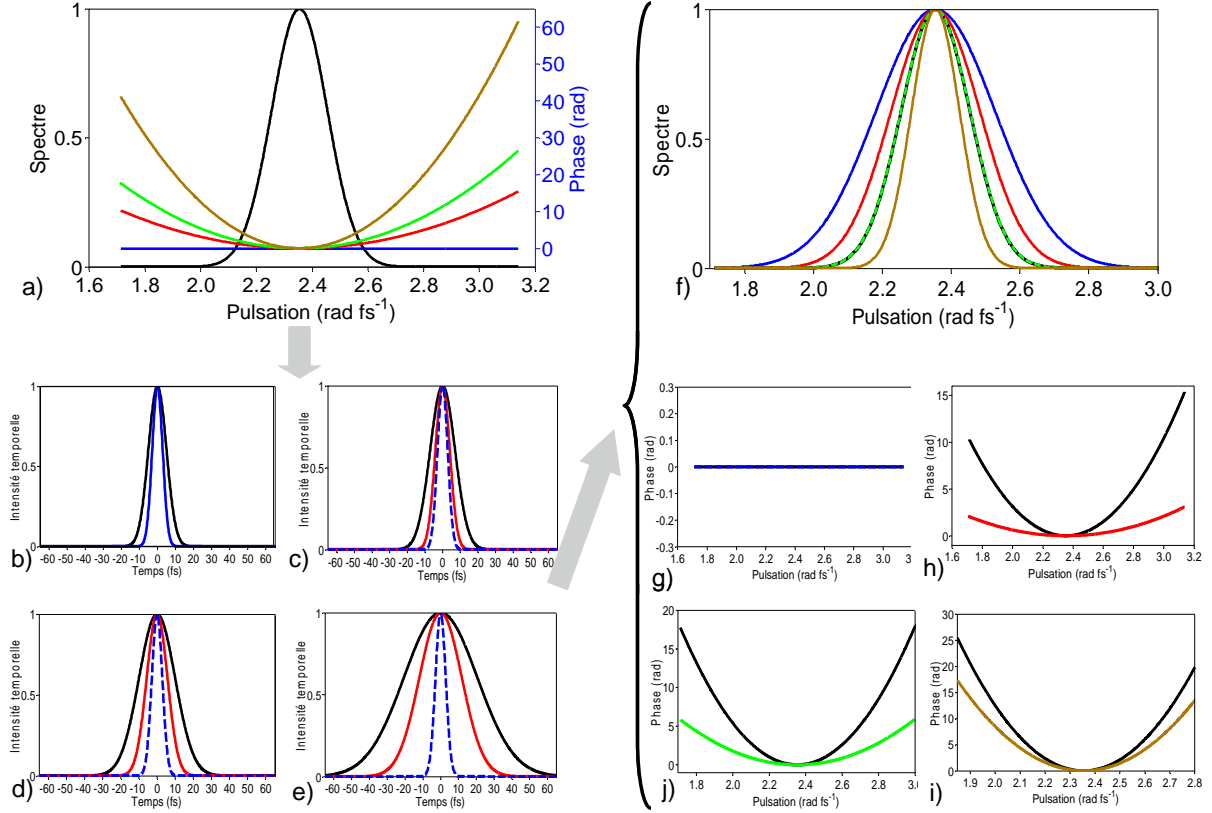


FIGURE 8.5 – Influence d’une phase quadratique sur le spectre et la phase spectrale de l’impulsion XPW pour une impulsion initiale gaussienne centrée sur 800 nm de largeur à mi-hauteur 80 nm ($\Delta t_{TL} \sim 11.8$ fs). a) impulsion initiale. En noir : spectre, en bleu : phase plate, en rouge : $\varphi_2 = 50$ fs², en vert : $\varphi_2 = 86$ fs², en marron : $\varphi_2 = 200$ fs². b) Intensité temporelle de l’impulsion initiale (noir) et XPW (bleu) pour une phase initiale plate reportée en tirets bleus dans c), d) et e). Intensité temporelle de l’impulsion initiale (noir) et XPW (rouge) pour une phase initiale $\varphi_2 = 50$ fs² en c), $\varphi_2 = 86$ fs² en d), $\varphi_2 = 200$ fs² en e). f) Spectre initial en noir. Spectre XPW obtenu pour une phase plate en bleu, $\varphi_2 = 50$ fs² en rouge, $\varphi_2 = 86$ fs² en tirets verts, $\varphi_2 = 200$ fs² en marron. Phase spectrale XPW obtenue pour une phase initiale plate (en tirets bleus, g), pour $\varphi_2 = 50$ fs² (rouge, h), $\varphi_2 = 86$ fs² (vert, j) et $\varphi_2 = 200$ fs² (marron, i). Phase spectrale initiale en noir g, h, i, j.

φ_{2XPW} reste inférieur à φ_2 .

De manière générale pour une impulsion gaussienne à dérive de fréquence de durée FTL Δt_{TL} , il est possible de relier la largeur temporelle à mi-hauteur Δt_{XPW} et le coefficient d’ordre 2 de la phase spectrale φ_{2XPW} de l’impulsion XPW à Δt_{TL} et à φ_2 , le coefficient d’ordre 2 de la phase initiale, par [91] :

$$\Delta t_{XPW} = \frac{\Delta t_{TL}}{\sqrt{3}} \sqrt{1 + 16 \ln^2(2) \frac{\varphi_2^2}{\Delta t_{TL}^4}} \quad (8.10)$$

$$\varphi_{2XPW} = \frac{\varphi}{9} \left(\frac{1 + 16 \ln^2(2) \frac{\varphi_2^2}{\Delta t_{TL}^4}}{1 + 16 \ln^2(2) \frac{\varphi^2}{9 \Delta t_{TL}^4}} \right) \quad (8.11)$$

Le rapport $\Delta t_{XPW}/\Delta t$ (Δt : impulsion initiale) prend une valeur minimale de $1/\sqrt{3}$ pour une impulsion limitée par transformée de Fourier (Eq. 8.10). L'élargissement spectral est alors maximal, égal à $\sqrt{3}$. Pour des impulsions proches de leur limite de Fourier, la phase XPW est quadratique de coefficient d'ordre 2 neuf fois plus petit que celui de la phase initiale (Eq. 8.11). L'élargissement de 1 est obtenu pour une phase quadratique initiale de coefficient φ_{CR} , défini ci-dessous [91] :

$$\varphi_{CR} = \frac{\sqrt{3}}{\ln(2)} \left(\frac{\Delta t_{TL}}{2} \right)^2 \quad (8.12)$$

Cette valeur de phase quadratique correspond alors à la limite de validité de la mesure SRSI (section 8.2.2).

Les termes d'ordre supérieur de la phase sont à l'origine de distorsions temporelles principalement localisées dans le piédestal de l'intensité temporelle. Ces distorsions sont donc facilement filtrées par XPW et la phase spectrale obtenue reste proche de la phase plate [92].

8.2 Interférométrie spectrale auto-référencée ou Self-Referenced Spectral Interferometry (SRSI)

Afin de reconstruire l'amplitude spectrale et la phase spectrale de l'impulsion à caractériser, une mesure d'interférométrie spectrale est réalisée entre cette impulsion et l'impulsion filtrée par XPW suivant le schéma expérimental de la figure 8.6. Un premier polariseur impose avec précision la direction de polarisation de l'impulsion incidente afin de garantir ensuite une bonne efficacité de la génération d'XPW. En sortie de polariseur les impulsions incidentes sont focalisées dans un cristal de coefficient d'anisotropie σ non nul. Une impulsion de polarisation perpendiculaire, appelée dans la suite "impulsion XPW", est alors générée par XPW dans ce cristal. Un second polariseur sélectionne l'impulsion XPW et élimine le résiduel de l'impulsion initiale. Pour effectuer la mesure d'interférométrie spectrale, une réplique polarisée orthogonalement à l'impulsion initiale est réalisée dans une lame biréfringente. Cette réplique interfère avec l'impulsion XPW dans le spectromètre.

Soit $\mathcal{E}_{XPW}(\omega)$ le champ généré par XPW et $\mathcal{E}(\omega)$ le champ de l'impulsion incidente. Le

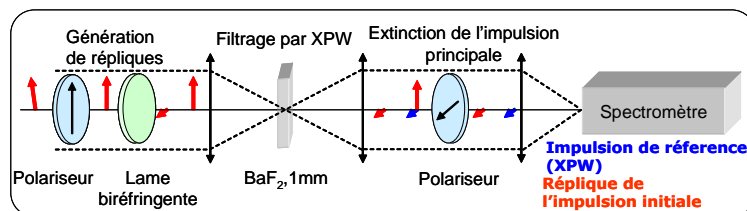


FIGURE 8.6 – Principe de la mesure SRSI

signal $S(\omega)$ mesuré au spectromètre est alors :

$$S(\omega) = |\mathcal{E}_{XPW}(\omega) + \mathcal{E}(\omega) \exp(i\omega\tau)|^2 \quad (8.13)$$

$$= |\mathcal{E}_{XPW}(\omega)|^2 + |\mathcal{E}(\omega)|^2 + 2|\mathcal{E}_{XPW}(\omega)||\mathcal{E}(\omega)| \cos(\varphi(\omega) - \varphi_{XPW}(\omega) + \omega\tau) \quad (8.14)$$

8.2.1 Reconstruction du champ électrique

La reconstruction du signal $S'(\omega)$ se fait par FTSI comme décrit dans le chapitre 4 (section 4.2.1).

$$S'(\omega) = \mathcal{E}_{XPW}^*(\omega) \mathcal{E}(\omega) \exp[i(\varphi(\omega) - \varphi_{XPW}(\omega) + \omega\tau)] \quad (8.15)$$

et :

$$|S'(\omega)| = |\mathcal{E}_{XPW}(\omega)||\mathcal{E}(\omega)| \quad (8.16)$$

$$\Phi(\omega) = \varphi(\omega) - \varphi_{XPW}(\omega) + \omega\tau \quad (8.17)$$

Reconstruction des amplitudes spectrales $\mathcal{E}(\omega)$, $|\mathcal{E}_{XPW}(\omega)|$

Dans les conditions de validité de la mesure SRSI (section 8.2.2), l'amplitude spectrale $|\mathcal{E}(\omega)|$ de l'impulsion à caractériser et celle de l'impulsion XPW $\mathcal{E}_{XPW}(\omega)$ vérifient la relation :

$$\forall \omega, |\mathcal{E}_{XPW}(\omega)| > |\mathcal{E}(\omega)| \quad (8.18)$$

$|\mathcal{E}(\omega)|$ et $|\mathcal{E}_{XPW}(\omega)|$ peuvent alors être reconstruites séparément suivant la méthode exposée au chapitre 4 (section 4.2.3). En posant :

$$S_0(\omega) = |\mathcal{E}(\omega)|^2 + |\mathcal{E}_{XPW}(\omega)|^2 \quad (8.19)$$

$$f(\omega) = \mathcal{E}_{XPW}^*(\omega) \mathcal{E}(\omega) \exp(i\omega\tau) \quad (8.20)$$

on a :

$$\mathcal{E}(\omega) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{S_0(\omega) + 2|f(\omega)|} - \sqrt{S_0(\omega) - 2|f(\omega)|} \right) \quad (8.21)$$

$$\mathcal{E}_{XPW}(\omega) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{S_0(\omega) + 2|f(\omega)|} + \sqrt{S_0(\omega) - 2|f(\omega)|} \right) \quad (8.22)$$

Reconstruction de la phase spectrale $\varphi(\omega)$

Le retard τ entre les deux répliques correspond à la différence de retard introduit par la lame biréfringente (Fig. 8.6) pour une onde polarisée suivant l'axe ordinaire et une onde polarisée suivant l'axe extraordinaire. Après soustraction de ce retard, on a accès à la phase $\Gamma(\omega)$:

$$\Gamma(\omega) = \varphi(\omega) - \varphi_{XPW}(\omega) \quad (8.23)$$

En première approximation, la phase spectrale de l'impulsion XPW peut être supposée nulle : $\varphi_{XPW}(\omega) \sim 0$. On a alors l'égalité : $\Gamma(\omega) \sim \varphi(\omega)$ et le champ $\mathcal{E}(\omega)$ est complètement reconstruit. En pratique la phase $\varphi_{XPW}(\omega)$ n'est pas forcément nulle (section 8.1.1). Un algorithme itératif dont les étapes sont représentées figure 8.7 permet de tenir compte de la valeur non-nulle de $\varphi_{XPW}(\omega)$ afin de reconstruire la phase $\varphi(\omega)$ avec une grande précision.

Le champ $\mathcal{E}_{XPW}(\omega)$ est calculé à partir de la relation suivante qui découle de l'expression 8.7 :

$$\tilde{\mathcal{E}}_{XPW}(t) \propto |\tilde{\mathcal{E}}(t)|^2 \tilde{\mathcal{E}}(t) \quad (8.24)$$

La phase de l'impulsion XPW $\varphi_{XPW}(\omega)$, déterminée à partir de l'équation 8.24, est ré-injectée dans l'expression 8.23. Une nouvelle estimation du champ $\mathcal{E}(\omega)$ est alors effectuée. Par itération successive, la phase spectrale $\varphi(\omega)$ est reconstruite avec précision.

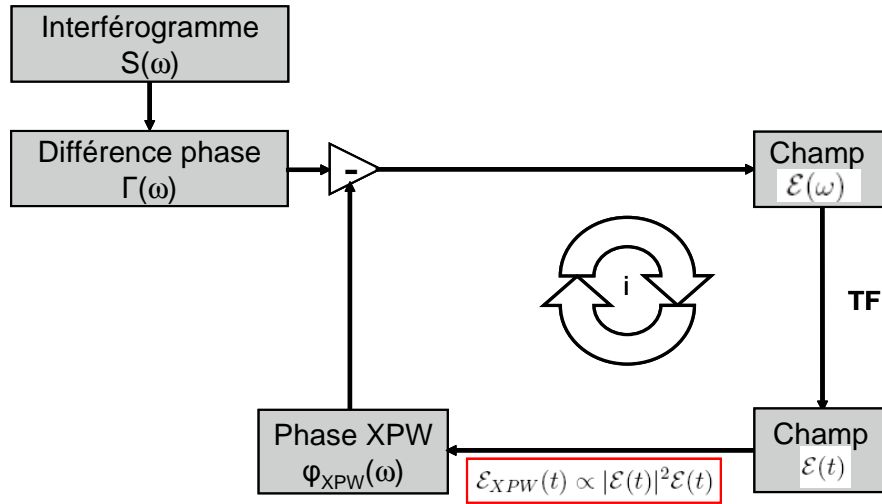


FIGURE 8.7 – Algorithme itératif de reconstruction du champ $\mathcal{E}(\omega)$ pour une phase de l'impulsion XPW non-nulle ($\varphi_{XPW}(\omega) \neq 0$). i : nombre d'itérations

8.2.2 Validité de la mesure

Pour pouvoir reconstruire correctement la phase $\varphi(\omega)$ et l'amplitude spectrale $|\mathcal{E}(\omega)|$ de l'impulsion à caractériser pour toutes les pulsations de son support spectral, les amplitudes spectrales $\mathcal{E}(\omega)$ et \mathcal{E}_{XPW} doivent vérifier la relation 8.18. Autrement dit, l'élargissement spectral de l'impulsion XPW constitue le critère de validité de la mesure. L'amplitude XPW étant également reconstruite à partir du signal SRSI $S(\omega)$ (Eq. 8.14), on dispose d'une vérification expérimentale de la validité de chaque mesure effectuée.

Expérimentalement, un critère équivalent est la relation suivante entre les largeurs à mi-hauteur $\Delta\tau^{XPW}$ et $\Delta\tau$ [93] :

$$\Delta\tau^{XPW} < \Delta\tau \quad (8.25)$$

où $\Delta\tau^{XPW}$ et $\Delta\tau$ sont calculées respectivement à partir des spectres des impulsions ini-

tiales et XPW filtrés. Le filtre spectral utilisé est une supergaussienne d'ordre supérieur à 20 et de largeur spectrale égale à la largeur spectrale à 1% du maximum du spectre de l'impulsion initiale.

8.3 Résultats expérimentaux

La validité de la mesure SRSI a été, au préalable, contrôlée sur des impulsions de durée supérieure ou égale à 40 fs, avec le dispositif expérimental présenté ici (Fig. 8.8). Notre étude a porté sur la caractérisation d'impulsions sub-20 fs avec ce même dispositif. Pour cela, la plage de validité de la mesure de phases polynomiales a été déterminée expérimentalement ainsi que la précision sur cette plage [93]. L'obtention d'impulsions comprimées à leur limite de Fourier (11.7 fs) par une boucle de rétroaction entre SRSI et AOPDF a ensuite été démontrée [93][94][95]. Chaque mesure SRSI est comparée à une mesure SPIDER réalisée à l'aide du dispositif présenté dans le chapitre 7.

8.3.1 Montage expérimental

Dispositif de Self-Referenced Spectral Interferometry

Le schéma du dispositif expérimental est présenté figure 8.8. Le milieu XPW actif est un cristal de 1 mm de BaF_2 orienté [001]. La lame biréfringente est une lame de calcite de 1.6 mm d'épaisseur qui introduit un délai $\tau = 970 \text{ fs}$ entre les deux répliques de l'impulsion initiale. La focalisation dans le cristal de BaF_2 ainsi que la collimation en sortie de cristal se fait par des miroirs concaves afin de s'affranchir des aberrations chromatiques liées à la propagation dans des lentilles. Les polariseurs permettent une extinction à $10^5 : 1$, essentielle pour la qualité de la mesure. Notons, de plus la compacité du dispositif, de dimension 160 x 110 mm (format A5).

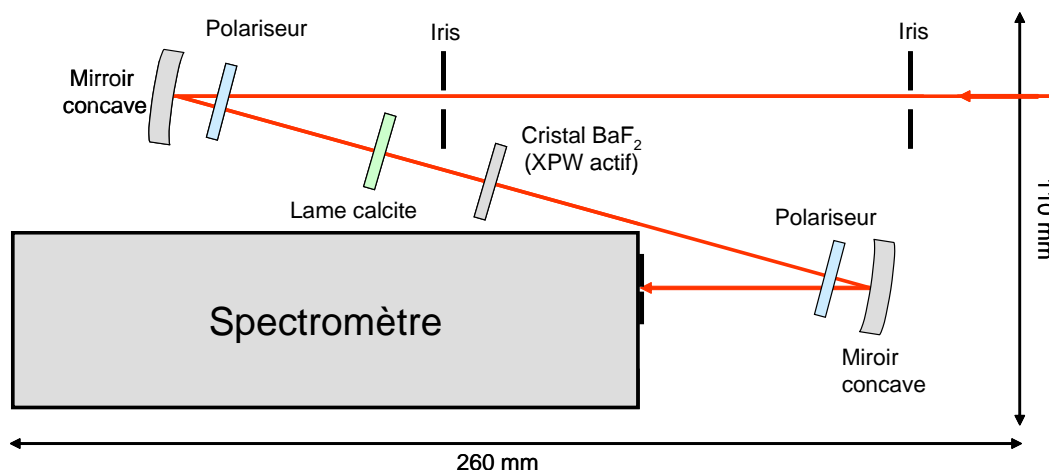


FIGURE 8.8 – Schéma du dispositif expérimental de SRSI

Dispersion du dispositif :

Les polariseurs, la lame de calcite et le cristal de BaF₂ introduisent de la dispersion lors de leur traversée. Suivant la position de ces différents éléments, cette dispersion a ou non une influence sur la qualité de la mesure.

En sortie de cristal, l'impulsion XPW et la réplique de l'impulsion initiale subissent la même dispersion (second polariseur). Comme la mesure SRSI consiste en une mesure d'interférométrie entre ces deux impulsions, cette dispersion n'a aucun effet sur la détermination de la phase spectrale de l'impulsion initiale.

La qualité du filtrage temporel par XPW dépend de la phase spectrale de l'impulsion utilisée pour la génération (section 8.1.1). En particulier, ce filtrage temporel est très sensible à la phase quadratique initiale et devient rapidement inefficace pour des valeurs élevées de cette phase (typiquement tel que $\Delta t > 2\Delta t_{TL}$)(section 8.1.1). Dans le dispositif de SRSI, le premier polariseur introduit 195 fs² et la lame de calcite 119 fs² pour une onde polarisée suivant l'axe ordinaire et 65 fs² pour une onde polarisée suivant l'axe extraordinaire. Expérimentalement l'impulsion XPW est générée à partir de la réplique polarisée suivant l'axe extraordinaire de la lame de calcite. La dispersion accumulée sur chaque réplique avant génération d'XPW est donc de 260 fs² pour la réplique 1 et 314 fs² pour la réplique 2 (tableau 8.3) où la réplique 1 correspond à celle utilisée pour la génération d'XPW et la réplique 2 l'autre réplique.

Réplique	Elément	ordre 2 introduit (fs ²)
1	polariseur 1	195
(pour génération XPW)	calcite	65
total		260
2	polariseur	195
	calcite	119
total		314

TABLE 8.3 – Détail de la dispersion introduite dans le dispositif de SRSI jouant un rôle sur la mesure

Implémentation sur la chaine Sofockle

Les conditions expérimentales sont les mêmes que celles utilisées pour les expériences sur le dispositif SPIDER en configuration "impulsions ultra-courtes" (section 7.5, chapitre 7). Sur le même montage (Fig.7.7), nous ajoutons le dispositif de SRSI. 15 μ J sont envoyés alternativement sur les deux dispositifs (SRSI+Spider) via un miroir escamotable (Fig.8.9).

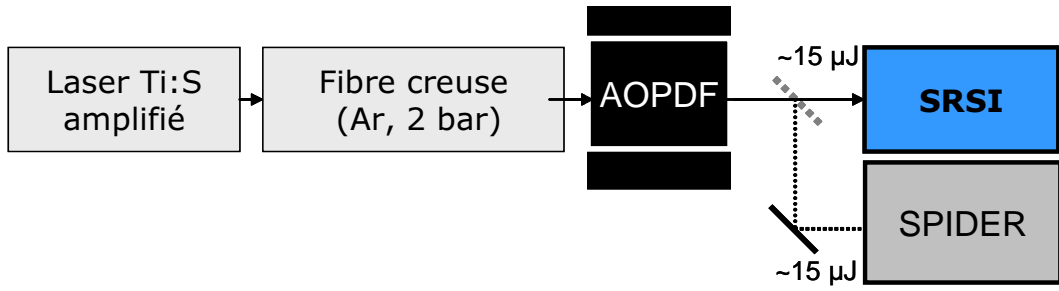


FIGURE 8.9 – Schéma du montage expérimental

8.3.2 Différences de dispersion entre les dispositifs SRSI et SPIDER

Estimation de la dispersion entre les deux dispositifs

La dispersion accumulée dans le dispositif de SRSI est de 314 fs^2 . En amont du dispositif SPIDER, une lame demi-onde introduit 55 fs^2 puis 2.5 m de propagation dans l'air¹ introduisent 50 fs^2 . La différence de dispersion entre les deux dispositifs, dans les conditions expérimentales, est d'environ 210 fs^2 .

Vérification expérimentale

La différence de dispersion entre les deux dispositifs a été mesurée expérimentalement. Pour une phase quasi-plate mesurée avec le dispositif SRSI, une phase quadratique positive est déterminée avec le dispositif SPIDER (Fig.8.10a). La différence entre ces deux phases spectrales, tracée figure 8.10b, peut être approximée par une phase spectrale quadratique de 210 fs^2 . Dans la suite, pour comparer les mesures SRSI et SPIDER, une dispersion de -210 fs^2 est systématiquement ajoutée aux mesures SPIDER.

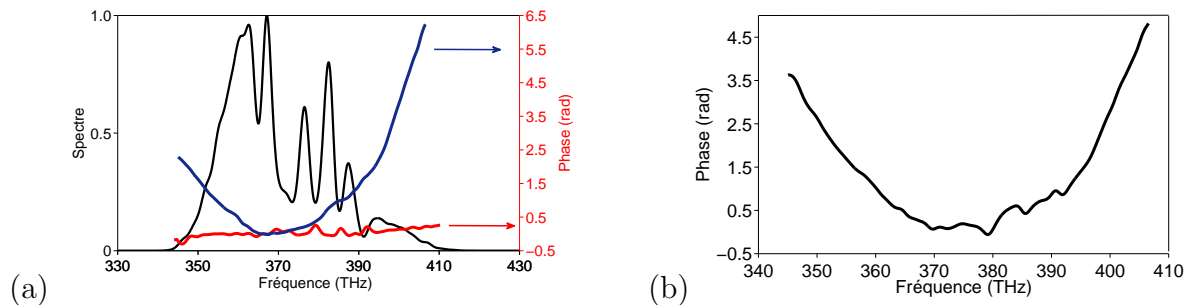


FIGURE 8.10 – Détermination de la différence de dispersion entre les dispositifs SRSI et SPIDER. (a) Spectre (en noir) et phase spectrale (en rouge) mesurés par SRSI. Phase spectrale mesurée par SPIDER (en bleu foncé). (b) Différence des phases spectrales mesurées par SRSI et SPIDER

1. Dispersion dans l'air à 20°C , 50% d'humidité et une pression d'1 atmosphère : $20 \text{ fs}^2/\text{m}$ [96]

8.3.3 Mesure de phases polynomiales

Pour estimer l'aspect quantitatif de la mesure SRSI de phases polynomiales, on part d'une impulsion de phase quasi-plate dont le spectre est donné figure 8.10. La largeur temporelle à mi-hauteur correspondante est d'environ 16 fs. Des valeurs successives de phases quadratiques entre -460 fs^2 et 250 fs^2 puis cubiques entre -5000 fs^3 et 5000 fs^3 sont ajoutées avec l'AOPDF. Une mesure SRSI est effectuée pour chaque valeur de phase et est comparée avec une mesure SPIDER dont les résultats ont déjà été présentés dans le chapitre 7 (section 7.5.2).

Mesure de phases quadratiques

Les coefficients d'ordre 2 $\varphi_{2_{mes}}$ mesurés par SRSI pour chaque coefficient appliqué $\varphi_{2_{appl}}$ sont reportés figure 8.11a (rectangles pleins rouges). Le tracé se décompose en deux parties. Une première partie entre -250 fs^2 et $+100 \text{ fs}^2$ varie linéairement avec le coefficient appliqué. Les autres points expérimentaux présentent une déviation par rapport aux coefficients appliqués. Le critère 8.25 est vérifié pour tous les points expérimentaux

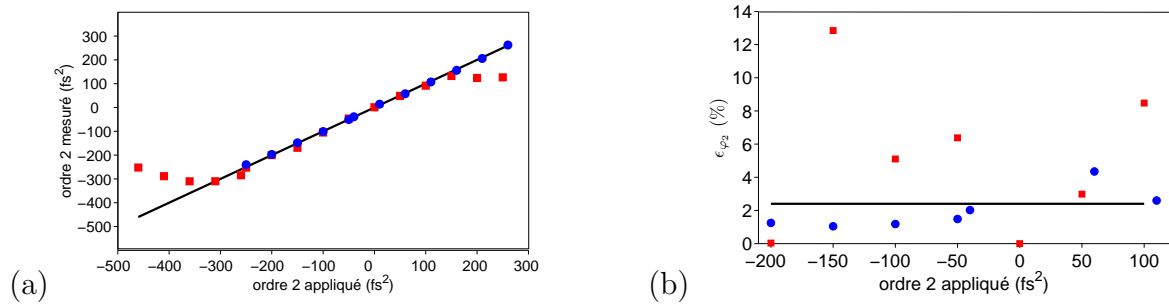


FIGURE 8.11 – a) Coefficients d'ordre 2 mesurés par la méthode SRSI (rectangles rouges pleins) et par la méthode SPIDER (ronds bleus pleins) en fonction des coefficients d'ordre 2 appliqués. En noir : droite des coefficients appliqués. b) Écart relatif ϵ_{φ_2} au coefficient appliqué. Rectangles rouges pleins : méthode SRSI, ronds pleins bleus : méthode SPIDER, ligne noire : écart moyen mesuré par interférométrie spectrale dans le chapitre 5

entre -200 fs^2 et $+100 \text{ fs}^2$. La plage de validité de la mesure SRSI, dans les conditions expérimentales, est donc : $[-200, +100 \text{ fs}^2]$. Dans cet intervalle, les écarts relatifs ϵ_{φ_2} aux coefficients appliqués sont donnés figure 8.11b.

$$\epsilon_{\varphi_2} = \left| \frac{\varphi_{2_{mes}} - \varphi_{2_{appl}}}{\varphi_{2_{appl}}} \right| \quad (8.26)$$

La majorité des écarts ϵ_{φ_2} est inférieure à 8.4%. Seul celui obtenu pour $\varphi_{2_{appl}} = -150 \text{ fs}^2$ atteint 12.8%.

Pour $\varphi_{2_{appl}} = -200 \text{ fs}^2$, ϵ_{φ_2} (0.03%) est nettement inférieur à l'écart moyen de 2.35% mesuré par interférométrie spectrale (chapitre 5). Pour les autres phases appliquées, $\epsilon_{\varphi_2} > 2.35\%$. Les écarts obtenus avec la méthode SRSI sont plus importants que ceux déterminés avec le dispositif SPIDER à l'exception de ceux correspondant à $\varphi_{2_{appl}} = -200$ et 50 fs^2 .

Ce résultat peut s'expliquer par l'effet d'une phase quadratique initiale sur la génération de l'impulsion XPW de référence.

La précision moyenne de mesure de phases quadratiques par la méthode SRSI est de l'ordre de 6.0% sur le coefficient de Taylor d'ordre 2.

Mesure de phases cubiques

La figure 8.12a présente le coefficient de Taylor d'ordre 3 mesuré $\varphi_{3_{mes}}$ pour chaque coefficient $\varphi_{3_{appl}}$ appliqué. Les écarts relatifs ϵ_{φ_3} aux coefficients appliqués sont donnés figure 8.12 b pour les méthodes SRSI et SPIDER (section 7.5.2, chapitre 5).

$$\epsilon_{\varphi_3} = \left| \frac{\varphi_{3_{mes}} - \varphi_{3_{appl}}}{\varphi_{3_{appl}}} \right| \quad (8.27)$$

Pour la mesure SRSI de la phase appliquée $\varphi_{3_{appl}} = 5000 \text{ fs}^3$, le rapport signal à bruit sur le spectromètre était trop faible pour permettre une reconstruction précise de la phase spectrale initiale, ce qui explique l'écart $\epsilon_{\varphi_3} \sim 15.9\%$ obtenu expérimentalement. Pour les trois autres valeurs de phases appliquées, l'écart ϵ_{φ_3} ne dépasse pas 7.6% (+2000 fs^3). La mesure de phases cubiques négatives semble plus précise que celle des phases positives.

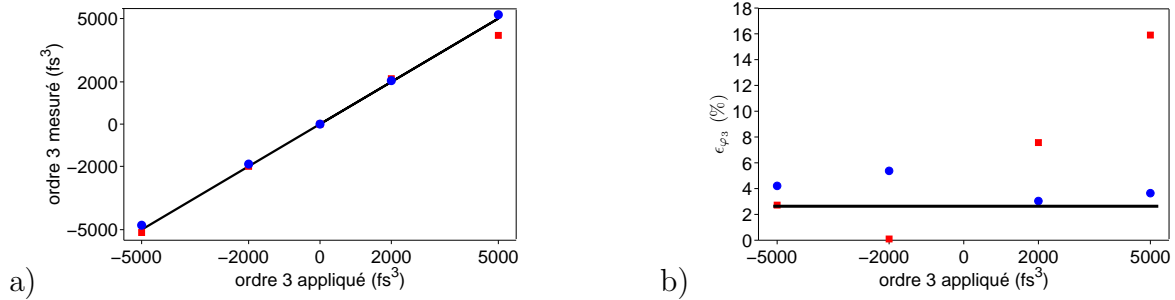


FIGURE 8.12 – a) Coefficients d'ordre 3 mesurés par la méthode SRSI (rectangles rouges pleins) et par la méthode SPIDER (ronds bleus pleins) en fonction des coefficients d'ordre 3 appliqués. En noir : droite des coefficients appliqués. b) Ecart relatif ϵ_{φ_3} au coefficient appliqué. Rectangles rouges pleins : méthode SRSI, ronds pleins bleus : méthode SPIDER, ligne noire : écart moyen mesuré par interférométrie spectrale dans le chapitre 5

La précision moyenne de mesure de phases cubiques par la méthode SRSI est de l'ordre de 3.5%² sur le coefficient de Taylor d'ordre 3. L'écart relatif moyen entre mesure SRSI et SPIDER est de l'ordre de 5.8%.

2. en ne prenant pas en compte le coefficient d'ordre 3 mesuré pour un coefficient appliqué $\phi^3 = 5000 \text{ fs}^3$

8.3.4 Compression d'une impulsion à sa limite de Fourier

On part d'une impulsion dont le spectre et la phase spectrale mesurés par SRSI sont donnés figure 8.13a. La largeur spectrale à mi-hauteur de ce spectre est : $\Delta\lambda \sim 111$ nm. La phase spectrale est correctement approximée par une phase cubique de $+3648$ fs³. L'intensité temporelle correspondante a une largeur temporelle à mi-hauteur de $\Delta t \sim 17.7$ fs et une largeur rms $\sigma_{632} \sim 30.1$ fs³ (Fig. 8.13b, tableau 8.4). La largeur FTL est : $\Delta t_{TL} \sim 13.9$ fs.

Afin d'obtenir des impulsions de largeur temporelle (à mi-hauteur) plus petite, une pre-

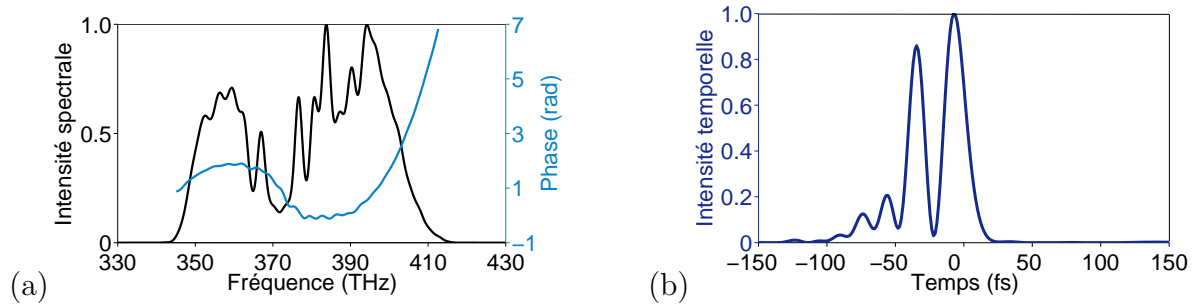


FIGURE 8.13 – *Impulsion initiale : (a) Spectre (courbe noire) et phase spectrale (courbe bleue) mesurés par le dispositif SRSI. (b) Intensité temporelle reconstruite*

mière boucle de rétroaction sur l'amplitude spectrale est réalisée entre le dispositif SRSI et l'AOPDF (Fig. 8.9). Le spectre obtenu après optimisation présente une largeur spectrale $\Delta\lambda \sim 124$ nm, ce qui correspond à une largeur temporelle FTL $\Delta t_{TL} \sim 11.7$ fs (Fig. 8.14, tableau 8.4).

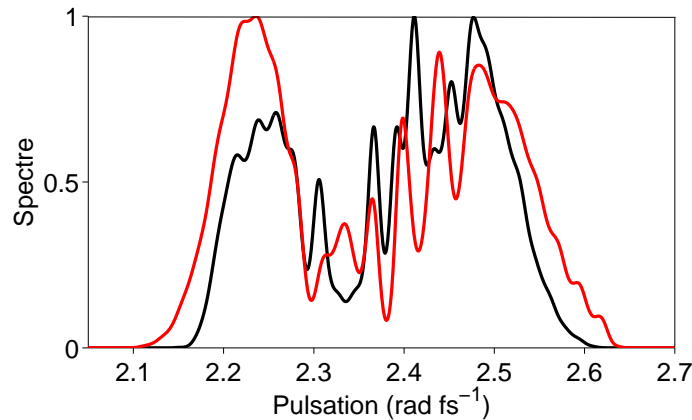


FIGURE 8.14 – *Spectre des impulsions avant (courbe noire) et après (courbe rouge) optimisation de la largeur spectrale à mi-hauteur à l'aide d'une boucle de rétroaction SRSI/AOPDF sur l'amplitude spectrale*

Une optimisation sur la phase spectrale par deux boucles de rétroaction permet d'obtenir une phase quasi-plate (Fig. 8.15a). Les impulsions ainsi optimisées sont limitées par

3. calculée sur l'intervalle $[-316$ fs, 316 fs]

transformée de Fourier, avec une largeur temporelle $\Delta t \sim 11.7$ fs numériquement égale sur trois chiffres après la virgule, à la largeur FTL (Fig. 8.15b, tableau 8.4).

Les spectres des impulsions initiales et XPW reconstruits à partir de la mesure SRSI

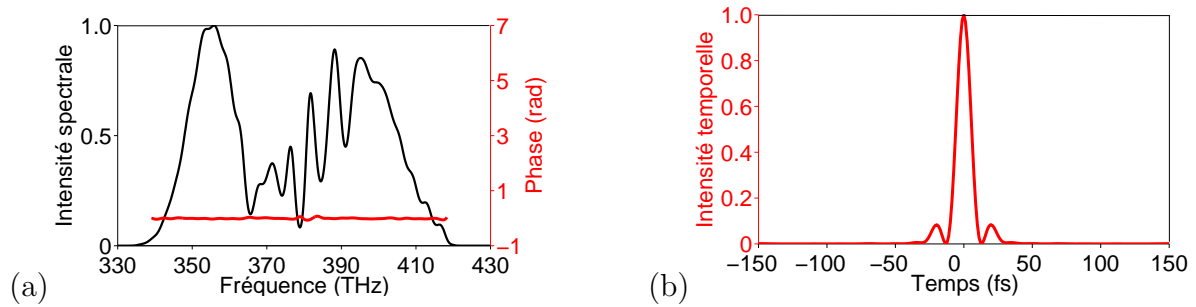


FIGURE 8.15 – Après deux boucles de rétroaction SRSI/AOPDF sur la phase spectrale : (a) spectre (courbe noire) et phase spectrale (courbe rouge) mesurés par SRSI. (b) intensité temporelle reconstruite

	Δt (fs)	Δt_{TL} (fs)	$\sigma_{632\text{fs}}$ (fs)	$\sigma_{632\text{fs}}^{TL}$
impulsion initiale	17.7	13.9	30.1	19.5
boucle sur l'amplitude	16.4	11.7	34.9	19.4
boucles sur la phase	11.7	11.7	19.7	19.4

TABLE 8.4 – Largeurs temporelles à mi-hauteur Δt et rms $\sigma_{632\text{fs}}$ à chaque étape de l'optimisation. Largeurs temporelles FTL Δt_{TL} et $\sigma_{632\text{fs}}^{TL}$ correspondantes

sont tracés figure 8.16. On observe bien un élargissement sur le spectre XPW et le critère 8.25 est vérifié : $\Delta\tau^{XPW} \sim 9.4$ fs $<$ $\Delta\tau \sim 11.7$ fs. Ceci confirme la validité de la mesure (section 8.2.2).

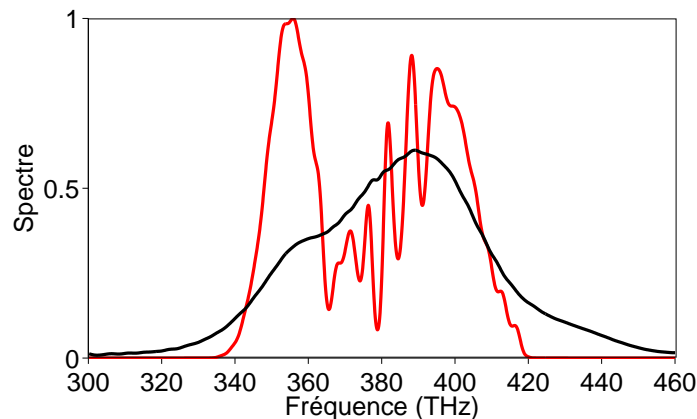


FIGURE 8.16 – Vérification de l'élargissement du spectre XPW par rapport au spectre initial

L'intensité temporelle des impulsions après optimisation, déjà présentée en échelle linéaire figure 8.15b, est tracée en échelle logarithmique figure 8.17. L'intensité temporelle

FTL est indiquée en fond gris. Contrairement à l'intensité FTL qui est (intrinsèquement) symétrique par rapport à $t = 0$, la partie de l'intensité temporelle mesurée inférieure à 30 dB est asymétrique. Cette asymétrie est liée aux faibles oscillations (< 0.14 rad) sur la phase spectrale (Fig. 8.15a). La correspondance quasi-parfaite entre les intensités temporelles mesurée et FTL sur une dynamique de 50 dB explique l'égalité entre Δt et Δt_{TL} . La largeur de la fenêtre temporelle de reconstruction de l'intensité temporelle (largeur du filtre temporel utilisé, section 4.2.1) de 632 fs est suffisamment grande pour permettre une détermination expérimentale de la durée rms qui est ici de 19.7 fs (tableau 8.4). La valeur FTL correspondante est $\sigma_{632 \text{ fs}}^{TL} \sim 19.4$ fs, soit une différence de seulement 0.3 fs avec la valeur mesurée.

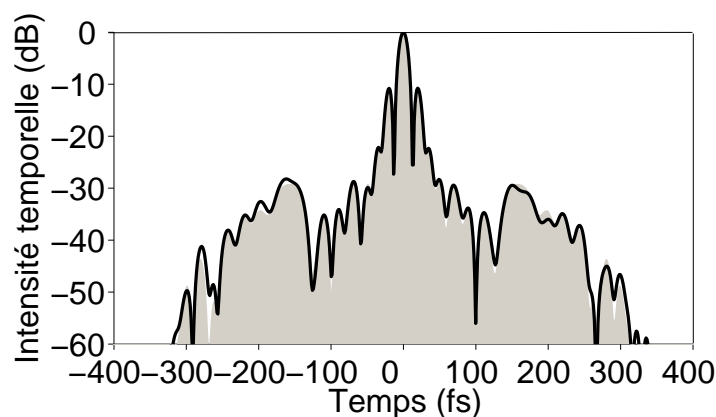


FIGURE 8.17 – Après deux boucles de rétroaction SRSI/AOPDF sur la phase spectrale, en noir : intensité temporelle reconstruite en échelle logarithmique, en gris : intensité temporelle de l'impulsion FTL correspondante

Un point intéressant de ces résultats est la dynamique temporelle de 50 dB sur laquelle l'intensité temporelle est reconstruite. Comme discuté en annexe F, la technique SRSI permet de déterminer le spectre sur une dynamique spectrale plus grande que celle du détecteur (23 dB), ce qui explique la grande dynamique temporelle accessible.

Comparaison avec une mesure SPIDER

La mesure SPIDER de la phase spectrale des impulsions comprimées est présentée figure 8.18. L'écart rms entre les phases déterminées avec la méthode SRSI (Fig. 8.15a) et la méthode SPIDER est de 0.12 mrad, ce qui montre un bon accord entre ces deux mesures. Cet écart se traduit par une déviation de 0.03 fs sur la largeur temporelle à mi-hauteur et de 0.9 fs sur la largeur rms.

La mesure SPIDER a été effectuée après compensation de la différence de dispersion d'ordre 2 entre les deux dispositifs (210 fs^2 , section 8.3.2). La différence de dispersion d'ordre supérieur explique la phase résiduelle reconstruite au SPIDER.

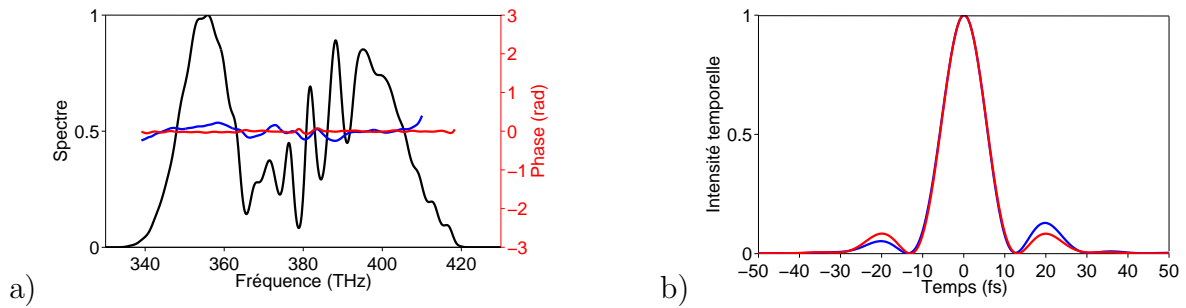


FIGURE 8.18 – *Comparaison avec une mesure SPIDER des impulsions comprimées. (a) Spectre (noir) et phase (rouge) mesurés par SRSI. En bleu : phase mesurée par le dispositif SPIDER. (b) Intensités temporelles reconstruites à partir de la mesure SRSI (courbe rouge) et de la mesure SPIDER (courbe bleue)*

Conclusion

Dans ce chapitre, j'introduis une nouvelle technique de mesure : la "Self-Referenced Spectral Interferometry" (SRSI) dont le principe repose sur l'enregistrement du signal d'interférence entre l'impulsion à caractériser et une impulsion de référence générée à partir de celle-ci par XPW.

Les résultats expérimentaux présentés ici démontrent la capacité d'une telle méthode à caractériser des impulsions de durée 12 fs à l'aide d'un dispositif habituellement utilisé pour la caractérisation d'impulsions de durée 40 fs. L'aspect quantitatif d'un tel dispositif a été étudié et en particulier la précision de mesure de phases quadratiques et cubiques qui a été estimée respectivement à 6.0% et 3.5% sur la plage de validité de la méthode. Dans le cas des phases quadratiques, cette plage de validité a été déterminée expérimentalement à $[-200 \text{ fs}^2, 100 \text{ fs}^2]$ à partir d'impulsions de durée FTL 16 fs, soit, en terme de durée $[16 \text{ fs} - 30.5 \text{ fs}]$ et $[16 \text{ fs} - 25.5 \text{ fs}]$ pour des phases quadratiques respectivement positives et négatives.

Cette technique a également été utilisée dans une boucle de rétroaction avec un AOPDF pour comprimer des impulsions à leur limite de Fourier. Des impulsions de durée FTL 11.7 fs ont été ainsi obtenues. Bien que la dynamique spectrale du détecteur utilisé ne soit que de 23 dB, l'intensité temporelle de ces impulsions a été reconstruite sur une dynamique temporelle de 50 dB. La durée rms associée a même été estimée, sur une fenêtre de $\pm 316 \text{ fs}$, à 19.7 fs, soit seulement 0.3 fs de différence avec la durée rms FTL.

Chaque mesure SRSI exposée dans ce chapitre a été confrontée à une mesure SPIDER effectuée, dans les mêmes conditions expérimentales⁴, avec le dispositif décrit au chapitre 7. Dans chaque cas, un bon accord a été obtenu.

4. Seule la dispersion introduite dans les deux dispositifs diffèrent.

La technique SRSI présente donc de nombreux avantages :

- le dispositif est très compact (format A5) et peut donc facilement être déplacé en différents points de la chaîne laser,
- la simplicité du principe sur lequel elle repose (interférométrie spectrale + effet non-linéaire achromatique) limite les perturbations de la mesure,
- l'amplitude et la phase spectrale des impulsions à caractériser sont reconstruites en monocoup pour des cadences inférieures à 900 Hz⁵,
- elle permet de reconstruire l'intensité temporelle sur une grande dynamique.

Cette technique est, en revanche, peu adaptée, pour la caractérisation d'impulsions à dérive de fréquence.

Du fait de l'achromaticité de l'effet non-linéaire utilisé, elle semble facilement transposable non seulement à la caractérisation d'impulsions sur d'autres plages de longueur d'onde mais également à la caractérisation d'impulsions très courtes de durée sub-10fs. Dans ce dernier cas, un point essentiel de l'implémentation pratique de la mesure est la limitation de la dispersion introduite sur la réplique utilisée pour générer l'impulsion de référence.

5. Cette cadence est uniquement limitée par le temps d'intégration minimal du spectromètre, soit 1.1 ms dans les expériences présentées dans ce chapitre.

Conclusion générale

Au cours de cette thèse, je me suis intéressée au façonnage d'impulsions femtosecondes et à leur caractérisation temporelle. Ces deux sujets sont largement étudiés dans la littérature. L'originalité de mon travail repose sur une approche dans laquelle l'aspect métrologique joue un rôle essentiel.

Un dispositif de façonnage d'impulsions, le filtre acousto-optique dispersif programmable (AOPDF), a ainsi été étudié en détail (partie II). Les objectifs principaux étaient de déterminer, par interférométrie spectrale, la précision de génération de phases polynomiales d'ordre 1 à 4 et de proposer une interprétation des éventuels écarts expérimentaux. Un second objectif était de caractériser la compensation automatique de la dispersion optique de l'AOPDF. Les résultats ont été ensuite utilisés pour caractériser deux techniques de mesure d'impulsions courtes fondées sur l'interférométrie spectrale. La première technique, proposée par I.A. Walmsley et V. Wong et mise en oeuvre pour la première fois en 1998 par I.A. Walmsley et C. Iaconis [4] est fondée sur l'interférométrie spectrale à décalage (Spectral Phase Interferometry for Direct Electric-field Reconstruction ou SPIDER). Elle constitue une technique de référence largement utilisée. La seconde est la "Self-Referenced Spectral Interferometry" (SRSI). Celle-ci, proposée (brevet [88]) et mise en oeuvre par la société Fastlite est commercialisée sous le nom de Wizzler depuis un an. Enfin, une dernière technique appelée "Local Spectral Compression" a été également étudiée. Celle-ci a aussi été proposée, mise en oeuvre et commercialisée sous le nom de DazScope.

Caractérisation d'un AOPDF par interférométrie spectrale

L'étude de la compensation automatique de la dispersion optique de l'AOPDF a mis en évidence la présence d'une phase résiduelle principalement quadratique de coefficient -411 fs^2 . La précision de génération des phases polynomiales d'ordre 1 à 4 a été estimée, en moyenne, à 0.52, 2.35, 2.47 et 4.3% sur les coefficients de Taylor d'ordre supérieur. La précision de mesure de ces coefficients, hors fluctuation tir à tir, est respectivement de 0.09, 0.17, 0.27 et 0.87%. La précision de façonnage en phase de l'AOPDF est donc excellente.

La géométrie de l'interaction acousto-optique et de l'alignement expérimental ont un effet qui a été démontré négligeable sur la précision de génération des phases polynomiales d'ordre 1 à 4. La connaissance de la biréfringence du cristal de TeO_2 est la source principale de dégradation de cette précision, ce qui ne constitue pas une limitation. En effet, cette erreur de calcul sur la biréfringence peut être corrigée en modifiant les coefficients B_3 et D_3 des formules de Sellmeier des indices ordinaires et extraordinaires. Afin de confirmer cette

correction, l'expérience de génération de doubles impulsions a été récemment réalisée⁶, après correction des formules de Sellmeier, sur des impulsions initiales centrées à 800 nm, de durée 30 fs à la cadence de 100 Hz. L'écart relatif ϵ_τ obtenu entre le retard programmé et celui mesuré est donné figure 8.19. Une telle correction a donc permis d'améliorer d'un facteur 5.2 la précision sur le retard, qui est, en moyenne, de -0.1%.

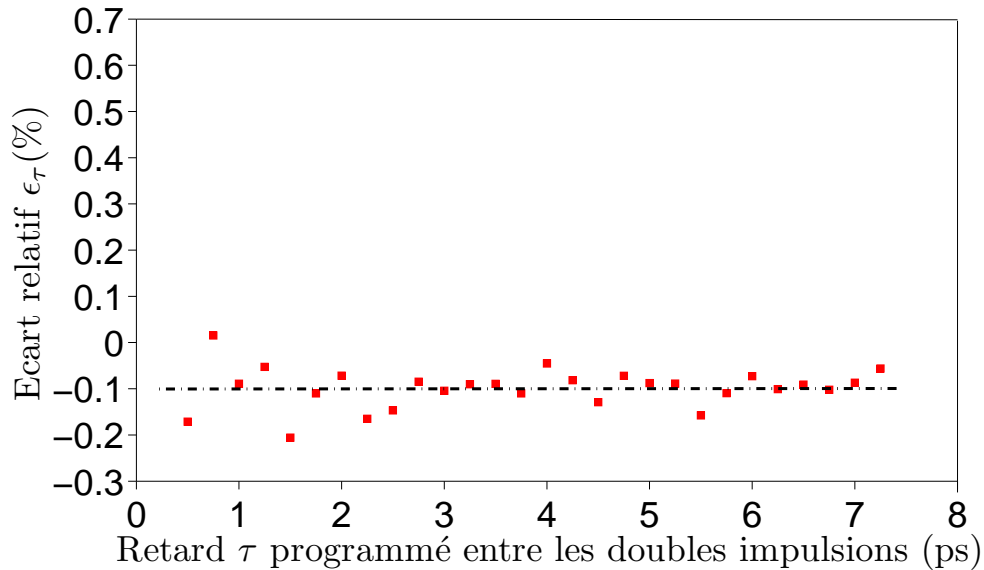


FIGURE 8.19 – *Retard entre les doubles impulsions mesuré par interférométrie spectrale en fonction de celui programmé avec l'AOPDF après correction de l'erreur sur les Sellmeier du TeO_2*

Les écarts attendus sur les coefficients de Taylor d'ordre 2, 3 et 4 du fait de cette erreur sur le calcul de la biréfringence sont respectivement de 1.04, 1.57 et 2.1%. Ces derniers sont compatibles avec les écarts obtenus expérimentalement compte-tenu de la précision de la mesure.

En revanche, la cause principale du défaut de compensation automatique de la dispersion optique de l'AOPDF est d'ordre géométrique. Il s'agit d'une erreur sur l'épaisseur du cristal de 0.79 mm, qui s'explique, entre autre, par l'ambiguïté introduite par l'inclinaison de la face de sortie du dispositif. Une telle erreur peut être facilement corrigée.

Caractérisation temporelle d'impulsions courtes

La précision des méthodes SPIDER, SRSI et LSC étudiées dans cette thèse a été caractérisée en utilisant différentes phases spectrales générées avec un AOPDF.

6. parallèlement à la rédaction de ce manuscrit.

Spectral Phase Interferometry for Direct Electric-field Reconstruction (SPIDER)

La précision de mesure des phases quadratiques et cubiques a été estimée en moyenne à 2.1 et 4.1%. La première valeur est très proche des 2.4% mesurés par interférométrie spectrale, ce qui signifie que la précision de mesure de phases quadratiques avec le dispositif SPIDER est très bonne. La mesure de phases cubiques est moins précise, l'écart mesuré par interférométrie spectrale étant de 2.47%.

Bien que cette méthode soit complexe à mettre en oeuvre, la prise en compte systématique des différentes sources d'erreurs (plus nombreuses que dans le cas de l'interférométrie spectrale classique) par des étapes de calibration permet d'obtenir une très bonne précision de mesure. Cette technique est particulièrement adaptée pour caractériser des impulsions de faibles TBP. Pour la mesure d'impulsions comprimées à leur limite de Fourier, elle présente cependant l'inconvénient de ne pas reconstruire correctement la phase spectrale sur les bords du spectre et donc de disposer d'une dynamique temporelle limitée.

Dans le système que nous avons mis en oeuvre, l'amplitude spectrale est reconstruite par une mesure indépendante du spectre, ce qui ne permet pas de prendre en compte les fluctuations tir à tir de ce spectre et limite la dynamique temporelle de mesure.

Self-Referenced Spectral Interferometry (SRSI)

Les expériences de caractérisation effectuées en sortie de la chaîne Sofockle ont mis en évidence une précision de mesure de phases quadratiques et cubiques de 6.0 et 5.8% dans la plage de validité de la mesure. De manière générale, la validité et la précision des mesures réalisées avec le dispositif expérimental dépendent de l'élargissement spectral obtenu par XPW sur l'impulsion de référence. Or, cet élargissement est sensible à la phase spectrale des impulsions incidentes et, en particulier, à la présence d'un terme de phase quadratique. Il est donc satisfaisant d'obtenir une précision de mesures des phases quadratiques aussi bonne.

Il a été également démontré que, du fait de sa grande dynamique temporelle de mesure, cette technique est particulièrement adaptée pour la compression et la caractérisation d'impulsions à leur limite de Fourier. Contrairement à la technique SPIDER, aucune étape de calibration du retard entre les deux répliques ou d'intégration de la phase mesurée n'est nécessaire. En raison de l'achromaticité de l'effet non-linéaire utilisé, des impulsions de durées allant de 15 à 100 fs peuvent être caractérisées avec le même dispositif. Ceci est particulièrement intéressant sur les installations laser comme celles du CEA qui fournissent des impulsions de durées très différentes allant de 12 fs pour la chaîne Sofockle (en sortie de fibre creuse) à 50 fs pour la chaîne LUCA en passant par 20 fs pour la chaîne UHI100. Sa compacité et sa simplicité d'alignement en font un dispositif facilement transportable sur ces différentes chaînes.

Local Spectral Compression (LSC)

La précision moyenne de mesure de phases quadratiques et cubiques est respectivement de 4.5% et 1.9% sur les coefficients de Taylor d'ordre 2 et 3. Cette précision est principalement limitée par son fonctionnement en mode multi-coup qui la rend sensible aux fluctuations tir à tir du laser. Une amélioration de l'algorithme devrait permettre une reconstruction plus précise à la fois de l'amplitude spectrale et de la phase spectrale tout en limitant l'effet de ces fluctuations.

Cette technique a également été utilisée pour comprimer des impulsions à leur limite de Fourier. La précision de cette compression est inférieure aux fluctuations tir à tir de la phase spectrale des impulsions.

Cette méthode permet une interprétation intuitive de la trace mesurée. Une telle technique est à privilégier pour une identification rapide des termes polynomiaux de phases spectrales. De plus, le dispositif de façonnage utilisé pour la mesure est déjà présent sur un grand nombre de chaînes CPA, ce qui facilite la mise en oeuvre d'une telle technique.

Perspectives

Précision de façonnage de l'AOPDF

Suite à ce travail de thèse, une première correction des formules de Sellmeier a conduit à une précision d'environ -0.1% sur le terme de retard. Celle-ci peut encore être améliorée. Une fois cette seconde correction apportée, la précision sur les phases spectrales d'ordre 2 à 4 doit être à nouveau caractérisée. Pour cela, il est indispensable d'améliorer la précision de la mesure par interférométrie spectrale d'au moins un ordre de grandeur par rapport à celle obtenue dans cette thèse. En utilisant une source laser de plus grande stabilité (par exemple de plus haute cadence), des impulsions plus larges spectralement et en augmentant le contraste temporel des impulsions par insertion d'un étage de génération d'XPW (Cross-polarized wave generation) en amont de l'interféromètre, une précision de mesure inférieure à 0.05% devrait être atteinte.

Caractérisation temporelle d'impulsions courtes

Un résultat particulièrement enthousiasmant des caractérisations temporelles d'impulsions courtes effectuées dans cette thèse est la mise en évidence de la grande dynamique temporelle de mesure de la technique SRSI. Ainsi une dynamique temporelle de 50 dB sur une plage de ± 316 fs a été obtenue avec un détecteur de dynamique spectrale d'environ 23 dB. On peut alors se poser la question suivante : quelle est la dynamique maximale accessible ? Pour répondre à cette question, on pourrait réaliser l'expérience suivante :

- générer une pré-impulsion, d'intensité relative⁷ variable, décalée temporellement

7. par rapport à l'impulsion principale

- d'un retard de l'ordre de 1 ps par rapport à l'impulsion principale,
- caractériser, dans chaque cas, l'ensemble "impulsion principale+pré-impulsion" à l'aide du dispositif SRSI.

La dynamique maximale accessible sera alors donnée par la limite de détection de ces pré-impulsions.

Une seconde voie de recherche intéressante à explorer est l'extension d'une telle technique pour la caractérisation d'impulsions de durée 5 à 7 fs. En effet, rien dans le principe de mesure ne limite la largeur spectrale maximale des impulsions que l'on peut caractériser. L'effet XPW utilisé pour générer l'impulsion de référence est achromatique. Néanmoins une étude précise du couplage entre propagation et effet non-linéaire est nécessaire.

Quatrième partie

Annexes

Annexe A

Définition du champ électrique

A.1 Polarisation linéaire induite et indice optique

A.1.1 Polarisation linéaire

Considérons dans un premier temps le champ électrique E excitateur suffisamment faible pour que la réponse du matériau soit linéaire.

La relation entre le champ électrique et la polarisation induite peut s'expliquer de manière simplifiée¹ par le modèle de Lorentz [7]. Le matériau est constitué d'un ensemble d'atomes, chacun assimilé à un dipôle composé d'un noyau chargé positivement et d'un nuage électronique chargé négativement. En présence d'un champ électrique monochromatique de pulsation ω_0 , le mouvement du nuage électronique est celui d'un oscillateur harmonique forcé à la pulsation ω_0 . Les dipôles oscillants induisent une polarisation macroscopique qui rayonne à son tour un champ électromagnétique. De ce modèle, se déduit le fait que le champ rayonné possède le même contenu spectral que le champ excitateur.

La polarisation linéaire induite $\vec{P}^{(1)}(\vec{r}, t)$ en un point $M(\vec{r})$ donné à un instant t dépend des valeurs du champ électrique $\vec{E}(\vec{r}', t')$ en tout point $M'(\vec{r}')$ du milieu et à tout instant t' . Les longueurs d'ondes des champs électriques utilisés étant très grandes devant la taille des dipôles excités (approximation dipolaire), la réponse du milieu peut être supposée locale. En considérant de plus la réponse linéaire homogène, la polarisation linéaire induite s'écrit, dans le domaine temporel, comme le produit de convolution de la réponse linéaire du milieu $\underline{\underline{R}}^{(1)}$ avec le champ électrique.

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \underline{\underline{R}}^{(1)}(t) \otimes \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (\text{A.1})$$

soit :

$$P_i(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \sum_j R_{i,j}^{(1)}(t - t') E_j(\vec{r}, t') dt' \quad (\text{A.2})$$

Par principe, la polarisation linéaire induite ne dépend pas des valeurs prises par le champ

1. Une explication rigoureuse nécessite le recours à la mécanique quantique.

et par la réponse du milieu aux instants postérieurs à t (principe de causalité), ce qui amène :

$$P_i(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \int_0^\infty \sum_j R_{i,j}^{(1)}(\tau) E_j(\vec{r}, t - \tau) d\tau \quad (\text{A.3})$$

On définit alors la susceptibilité linéaire du matériau $\underline{\chi}^{(1)}$ comme la transformée de Fourier de la réponse linéaire du milieu, soit :

$$\chi_{i,j}^{(1)}(\omega) = \int_0^\infty R_{i,j}^{(1)}(t) \exp(i\omega t) dt \quad (\text{A.4})$$

La polarisation linéaire induite se réécrit donc dans le domaine spectral comme un simple produit tensoriel :

$$\vec{P}(\vec{r}, \omega) = \epsilon_0 \underline{\chi}^{(1)}(\omega) : \vec{E}(\vec{r}, \omega) \quad (\text{A.5})$$

Il est intéressant de noter que l'équation A.5 montre que supposer la susceptibilité linéaire indépendante de la pulsation, $\chi^{(1)} = \text{cste}$, revient à considérer la réponse du milieu instantanée.

A.1.2 Indice de réfraction

Nous considérons ici la valeur scalaire $\chi^{(1)}$ du tenseur de susceptibilité linéaire. L'indice de réfraction $n(\omega)$ du matériau et son coefficient d'absorption $\alpha(\omega)$ peuvent être déduits respectivement des parties réelle et imaginaire de $\chi^{(1)}$:

$$n(\omega) = \sqrt{1 + \text{Re}[\chi^{(1)}(\omega)]} \quad (\text{A.6})$$

$$\alpha(\omega) = \text{Im}[\chi^{(1)}(\omega)] \quad (\text{A.7})$$

Le fait que la réponse linéaire soit à support positif nous permet d'établir les relations suivantes, dites relations de Kramers-Krönig, entre parties réelles et parties imaginaires de la susceptibilité linéaire [42].

$$\text{Re}[\chi^{(1)}(\omega)] = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\omega' \text{Im}[\chi^{(1)}(\omega')]}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \quad (\text{A.8})$$

$$\text{Im}[\chi^{(1)}(\omega)] = -\frac{2\omega}{\pi} \int_0^\infty \frac{\text{Re}[\chi^{(1)}(\omega')]}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \quad (\text{A.9})$$

Connaître le spectre d'absorption d'un matériau permet donc de déterminer la variation de l'indice de réfraction avec la pulsation et vice-versa.

La variation de l'indice de réfraction avec la pulsation dans un matériau classique est représentée figure A.1. Au voisinage des pulsations de résonances ω_{01} , ω_{02} et ω_{03} (zones grisées, Figure A.1), l'absorption est très importante. On se trouve dans un régime dit de dispersion anormale où l'indice de réfraction est une fonction décroissante de la pulsation. A l'extérieur de ces zones, l'absorption du matériau est négligeable mais reste non-nulle

(Eq.A.8). On parle alors de zones de transparence dans lesquelles la dispersion est normale ie l'indice de réfraction croît avec la pulsation.

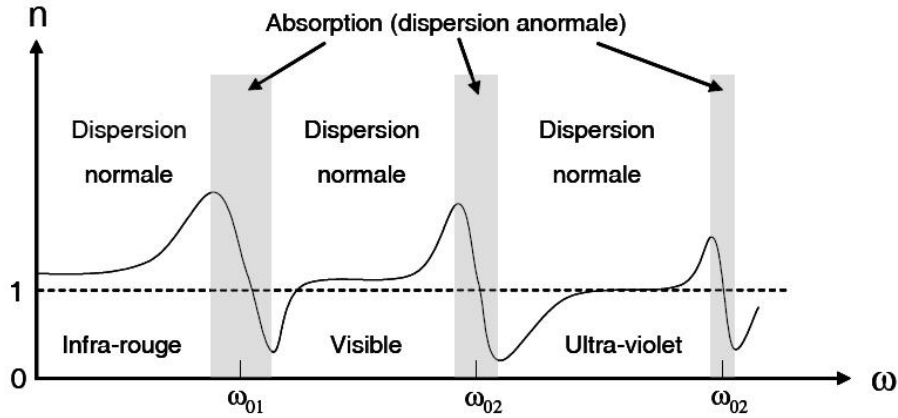


FIGURE A.1 – Loi de variation de l'indice optique avec la pulsation dans un matériau classique

Nous travaillerons loin des résonances des matériaux et négligerons donc l'absorption dans le matériau, $\alpha(\omega) = 0$. La susceptibilité linéaire est alors une grandeur réelle et l'indice du milieu se réécrit :

$$n(\omega) = \sqrt{1 + \chi^{(1)}(\omega)} \quad (\text{A.10})$$

A.2 Résolution des équations de propagation linéaire

L'équation de propagation du champ électrique total dans un milieu non-magnétique, diélectrique, sans charge libre et non-absorbant se déduit des quatre équations de Maxwell (Eq.1.1).

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}, t) - \vec{\nabla} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (\text{A.11})$$

La partie gauche de l'équation correspond à l'équation de propagation du champ électrique total dans le vide, la partie droite à un terme source.

Nous supposons toujours le champ électrique E suffisamment faible pour que la réponse du milieu soit linéaire. Les expressions de la polarisation linéaire induite $\vec{P}^{(1)}$ dans le domaine temporel et dans le domaine spectral sont respectivement données par les équations A.1 et A.5. L'équation de propagation du champ électrique total se réécrit alors dans le domaine temporel :

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}, t) - \vec{\nabla} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{R}^{(1)}(t) \otimes \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A.12})$$

Et dans le domaine spectral :

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}, \omega) - \vec{\nabla} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}, \omega) \right) + \frac{\omega^2}{c^2} \left(\underline{\underline{1}} + \underline{\underline{\chi}}^{(1)}(\omega) \right) : \vec{E}(\vec{r}, \omega) = 0 \quad (\text{A.13})$$

A.2.1 Hypothèse de travail

Choix du référentiel de travail

Les axes du référentiel cartésien du laboratoire sont choisis de façon à exprimer le tenseur de susceptibilité linéaire sous la forme d'une matrice diagonale. Le vecteur déplacement électrique est relié au champ électrique par la relation A.14.

$$\vec{D}(x, y, z, \omega) = \epsilon_0 \left(\underline{\underline{1}} + \underline{\underline{\chi}}^{(1)}(\omega) \right) : \vec{E}(x, y, z, \omega) \quad (\text{A.14})$$

où : correspond à un produit tensoriel.

Dans le référentiel choisi, le vecteur déplacement électrique se réécrit :

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \epsilon_0 \left(\underline{\underline{1}} + \begin{pmatrix} \chi_{xx}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & \chi_{yy}^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{zz}^{(1)} \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \epsilon_0 \begin{pmatrix} n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

où n_x , n_y , n_z sont les indices de réfraction principaux et sont respectivement reliés à $\chi_{xx}^{(1)}$, $\chi_{yy}^{(1)}$ et $\chi_{zz}^{(1)}$ par l'équation A.10.

A.2.2 Divergence du champ électrique nulle

Pour des matériaux isotropes, le vecteur déplacement électrique \vec{D} et le vecteur champ électrique \vec{E} sont colinéaires (Eq.A.15) et donc tous les deux perpendiculaires à la direction de propagation matérialisée par le vecteur d'onde \vec{k} . La divergence du champ électrique est donc nulle : $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$.

La direction de propagation de l'énergie (direction du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$) est colinéaire à la direction de propagation de l'onde.

Dans le cas général d'un milieu anisotrope, \vec{D} et \vec{E} ne sont plus colinéaires (Figure A.2.a). Le champ électrique n'est alors plus transverse et la divergence du champ électrique n'est plus nulle ($\vec{\nabla} \cdot \vec{E} \neq 0$). La direction de propagation de l'onde diffère d'un angle ρ de la direction de propagation de l'énergie. L'angle ρ est appelé angle de double-réfraction. La figure A.2.b représente l'ellipsoïde des indices dans le cas d'un matériau anisotrope uniaxe ([97]). L'axe optique est confondu avec l'axe Oz. L'intersection du plan orthogonal au vecteur d'onde avec l'ellipsoïde des indices correspond à une ellipse d'axes n_o et $n_e(\theta)$, où θ est l'angle entre la direction de propagation et l'axe optique du matériau. L'orientation des vecteurs \vec{D}_o et \vec{D}_e est donnée directement par les directions des axes de l'ellipse. Les vecteurs \vec{E}_o et \vec{E}_e sont perpendiculaires à l'ellipsoïde des indices. Une onde polarisée linéairement se "décompose" en deux ondes lors de sa propagation dans un matériau anisotrope uniaxe : une onde ordinaire et une onde extraordinaire (Figure A.2.c). L'onde ordinaire se propage dans un milieu isotrope d'indice n_o . Les directions de propagation de l'onde et de son énergie sont colinéaires. L'onde extraordinaire se propage dans un milieu

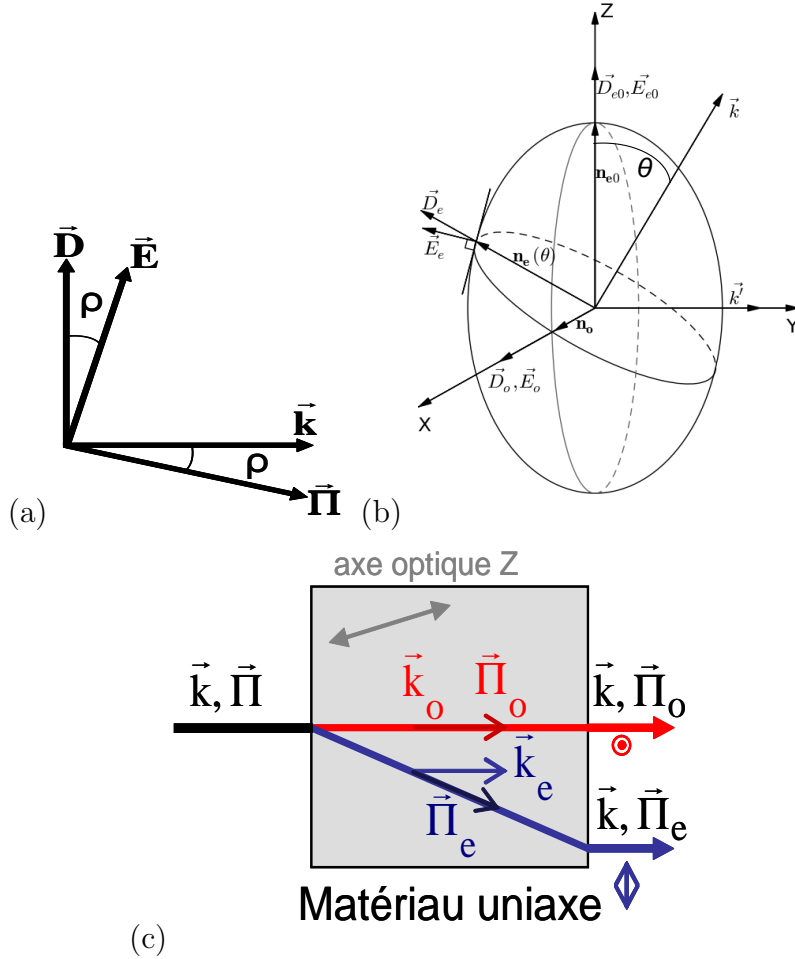


FIGURE A.2 – (a) Représentation des vecteurs \vec{E} , \vec{D} , $\vec{\Pi}$ et \vec{k} , dans le cas général d'un milieu anisotrope. (b) Ellipsoïde des indices dans le cas d'un milieu anisotrope uniaxe positif. Dans le cas général (vecteur de propagation \vec{k}), le vecteur déplacement extraordinaire \vec{D}_e n'est pas parallèle au champ électrique extraordinaire \vec{E}_e . Dans le cas particulier où le vecteur de propagation (\vec{k}') est parallèle à OY, les vecteurs déplacement électrique extraordinaire (\vec{D}_{e0}) et champ électrique (\vec{E}_{e0}) extraordinaire sont à nouveau parallèles (ellipse grise). (c) Propagation des ondes ordinaire et extraordinaire.

d'indice n_e (Eq.A.16) qui dépend de l'angle θ entre la direction de propagation et l'axe optique du matériau ([98]).

$$n_e(\lambda, \theta) = n_o(\lambda) \sqrt{\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 + \left(\frac{n_o(\lambda)}{n_{e0}(\lambda)}\right)^2 \tan^2 \theta}} \quad (\text{A.16})$$

où $n_{e0} = n_e(90^\circ)$ est l'indice extraordinaire principal.

La direction de propagation de l'onde et celle de l'énergie ne sont plus colinéaires mais séparées de l'angle de double-réfraction ρ qui s'exprime alors de la manière suivante [98] :

$$\rho(\lambda, \theta) = \pm \arctan \left[\left(\frac{n_o}{n_{e0}} \right)^2 \tan \theta \right] \mp \theta \quad (\text{A.17})$$

où les signes $+$ $-$ correspondent au cas d'un matériau uniaxe négatif ($n_o > n_e$) et ceux,

– +, à celui d'un matériau uniaxe positif ($n_e > n_o$).

Les polarisations des ondes ordinaire et extraordinaire sont orthogonales.

Remarque : Dans le cas d'une lame anisotrope uniaxe coupée parallèlement à l'axe optique (\vec{k}' suivant l'axe y , Figure A.2.b), toute onde polarisée linéairement suivant un axe non-confondu avec l'un des deux axes principaux (Ox , Oz) se propage sous la forme d'une onde polarisée ordinairement (indice n_o) et d'une onde polarisée extraordinairement (n_{e0}). La figure A.2.b montre que l'angle de double réfraction est alors nul ($\vec{D}_{e0}/\vec{E}_{e0}$).

Dans la suite, nous négligeons l'angle de double-réfraction et considérons donc la divergence du champ électrique nulle. L'équation de propagation se réécrit dans le domaine spectral :

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \left(\underline{\underline{1}} + \underline{\underline{\chi}}^{(1)}(\omega) \right) : \vec{E}(\vec{r}, \omega) = 0 \quad (\text{A.18})$$

A.2.3 Approximation en ondes planes

Nous nous plaçons dans l'approximation des ondes planes ie nous cherchons les solutions de l'équation A.18 sous la forme d'une superposition d'ondes planes progressives polarisées rectilignement suivant x et se propageant suivant z . Le milieu est supposé d'extension transverse infinie et parfaitement transparent.

Les aspects transverses étant négligés, le champ électrique peut s'écrire sous la forme $\vec{E}(\vec{r}, \omega) = E(z, \omega) \vec{u}_x$ (de la même manière dans le domaine temporel : $\vec{E}(\vec{r}, t) = E(z, t) \vec{u}_x$). La polarisation linéaire induite est alors donnée par l'équation A.19 et l'équation de propagation par l'équation A.20.

$$\vec{P}(z, \omega) = \epsilon_0 \chi_{xx}^{(1)}(\omega) E(z, \omega) \vec{u}_x \quad (\text{A.19})$$

Dans la suite, $\chi_{xx}^{(1)}(\omega)$ sera noté $\chi^{(1)}(\omega)$ et l'indice optique correspondant $n(\omega)$.

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}(z, \omega) + k(\omega)^2 E(z, \omega) = 0 \quad (\text{A.20})$$

où $k(\omega)$ est défini par :

$$k(\omega) = \frac{\sqrt{1 + \chi^{(1)}(\omega)\omega}}{c} = \frac{n(\omega)\omega}{c} \quad (\text{A.21})$$

A.3 Représentation temps-fréquence

A partir d'un champ électrique donné par exemple dans le domaine spectral, la transformée de Fourier donne accès à la dépendance temporelle de ce champ. En revanche, une telle opération ne permet pas de connaître la localisation temporelle de chaque pulsation. Pour cela, il est nécessaire d'utiliser une représentation "temps-fréquence" de l'impulsion.

Trois représentations différentes sont présentées ici : la représentation de Wigner $W(t, \omega)$, le spectrogramme $Sp(t, \omega)$ et le sonogramme $So(t, \omega)$.

La représentation de Wigner [99] est une fonction réelle définie dans les équations A.22.

$$\begin{aligned} W(t, \omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{E}^*(t - \frac{t'}{2}) \mathcal{E}(t + \frac{t'}{2}) \exp(i\omega t') dt' \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{E}^*(\omega - \frac{\omega'}{2}) \mathcal{E}(\omega + \frac{\omega'}{2}) \exp(i\omega' t) d\omega' \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

L'intensité spectrale $\mathcal{I}(\omega)$ et l'intensité temporelle $\mathcal{I}(t)$ sont respectivement reliées à la fonction de Wigner par les distributions marginales A.23 et A.24.

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(t, \omega) dt = |\mathcal{E}(\omega)|^2 \quad (\text{A.23})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(t, \omega) \frac{d\omega}{2\pi} = |\mathcal{E}(t)|^2 \quad (\text{A.24})$$

La pulsation instantanée $\omega(t)$ et le retard de groupe $\tau_g(\omega)$ introduits à la section 1.1 peuvent être définis de manière rigoureuse à partir de la transformée de Wigner [10].

$$\omega(t) = \frac{1}{|\mathcal{E}(t)|^2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega W(t, \omega) \frac{d\omega}{2\pi} dt \quad (\text{A.25})$$

$$\tau_g(\omega) = \frac{1}{|\mathcal{E}(\omega)|^2} \int_{-\infty}^{\infty} t W(t, \omega) dt \quad (\text{A.26})$$

De ces équations se déduisent les relations 1.51 et 1.56 de la section 1.1.

Le spectrogramme $Sp(t, \omega)$ correspond au spectre d'une fenêtre temporelle de l'impulsion centrée en t . Cette fenêtre temporelle est définie par la fonction $g(t)$:

$$Sp(t, \omega) = |\mathcal{E}(t') g(t - t') \exp(i\omega t') dt'|^2 \quad (\text{A.27})$$

Le sonogramme correspond au profil temporel d'une fenêtre spectrale de l'impulsion centrée en ω . Cette fenêtre spectrale est définie par la fonction $g(\omega)$:

$$So(t, \omega) = |\mathcal{E}(\omega') g(\omega' - \omega) \exp(-i\omega' t) \frac{d\omega'}{2\pi}|^2 \quad (\text{A.28})$$

Sonogramme et spectrogramme sont en fait équivalents : $So(t, \omega) = Sp(t, \omega)$ et nous parlerons par la suite uniquement de spectrogramme.

La résolution temporelle du spectrogramme est limitée par la largeur de la fenêtre $g(t)$, la résolution spectrale par la largeur de $g(\omega)$ où $g(\omega)$ est la transformée de Fourier de $g(t)$. Pour disposer de la résolution la plus grande possible dans les domaines spectral et temporel, la forme de la fenêtre g doit être choisie de façon à minimiser le produit TBP_{rms} . Il s'agit, dans ce cas, d'une fenêtre gaussienne (Eq.1.59).

L'équation A.29 montre que le spectrogramme n'est autre qu'une représentation de Wigner

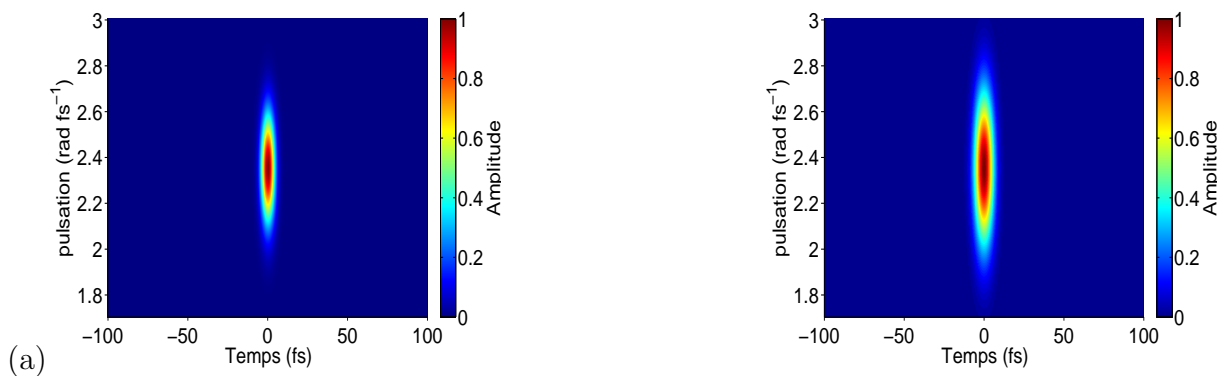
lissée [8]. Dans certains cas, ce lissage rend plus aisée l'interprétation de la "représentation temps-fréquence" (Figure A.3b).

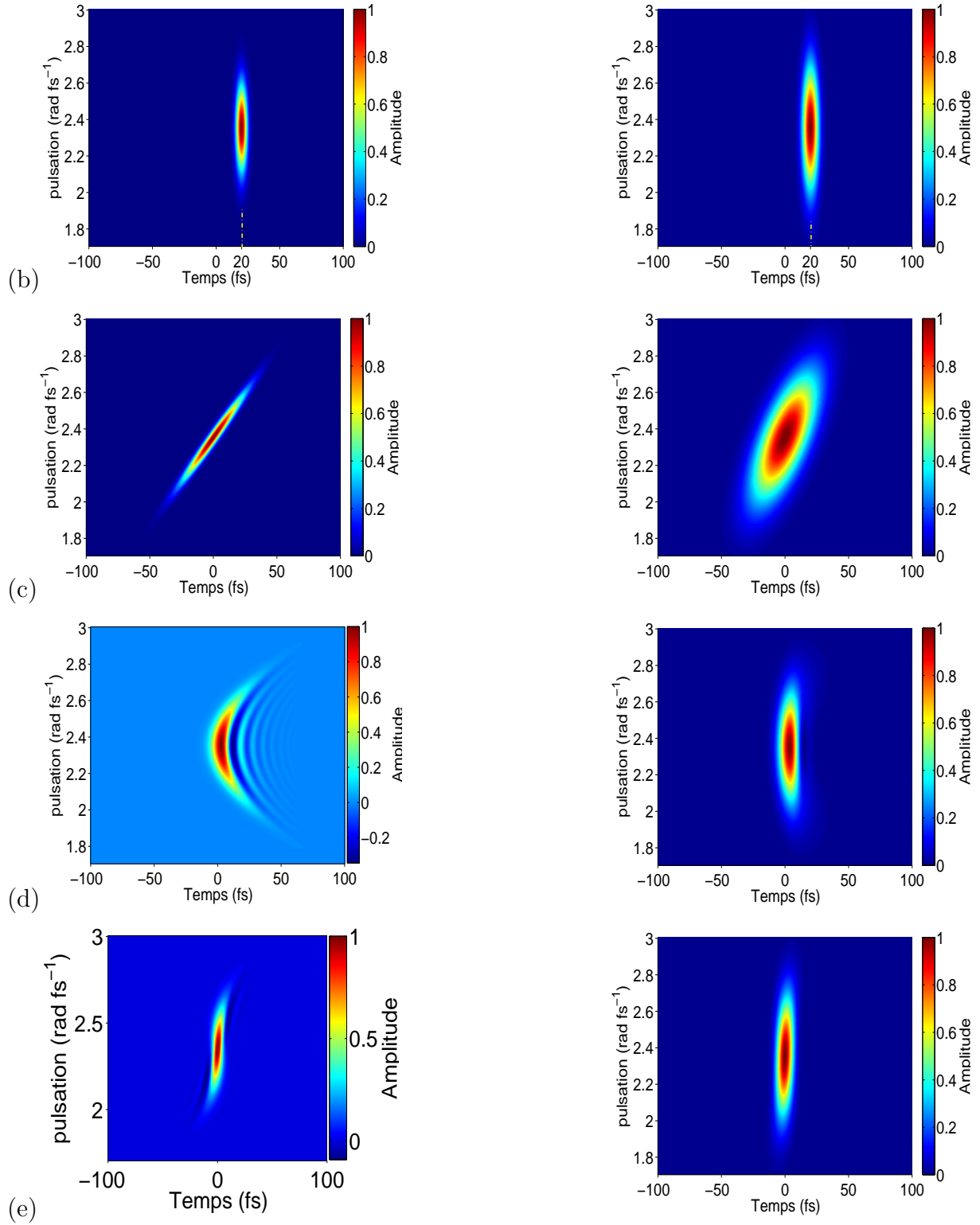
$$S(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} W_g(-t, \omega) \otimes W(t, \omega) \quad (\text{A.29})$$

La figure A.3 donne la représentation de Wigner (à gauche) et le spectrogramme (à droite) d'une impulsion gaussienne de largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda_{FWHM} \sim 132$ nm et de phase spectrale respectivement :

- nulle (Figure A.3a),
- linéaire de pente $\varphi_1 = 20$ fs (Figure A.3b),
- quadratique de coefficient $\varphi_2 = 100$ fs² (Figure A.3c),
- cubique de coefficient $\varphi_3 = 400$ fs³ (Figure A.3d),
- d'ordre 4 de coefficient $\varphi_4 = 1000$ fs⁴ (Figure A.3e),
- sinusoïdale d'amplitude $a = 1$ et de pulsation $\tau_s = 75$ fs (Figure A.3f),
- correspondant à un saut de phase d'amplitude $A = \pi$ et d'ordre $n = 150$ (Figure A.3g).

Ces valeurs de phases spectrales correspondent aux différents cas envisagés dans la section 1.3. La fenêtre utilisée pour tracer le spectrogramme correspond à l'impulsion limitée par transformée de Fourier.





Reprenons l'exemple de l'impulsion gaussienne de phase spectrale sinusoïdale d'amplitude $a = 1$ et de pulsation $\tau_s = 75$ fs traité dans la section 1.3. Le profil temporel de l'impulsion (Figure 1.12b) met en évidence cinq pics chacun espacé d'un délai $\tau_s = 75$ fs sur la plage temporelle $[-175 \text{ fs}, 175 \text{ fs}]$. Nous retrouvons bien cette structure à cinq pics (sur la même plage) sur le spectrogramme (Figure A.3f droite). En revanche la représentation de Wigner indique neuf impulsions modulées spectralement dont cinq (flèches noires, Figure A.3f gauche) au même délai (75 fs) que sur le spectrogramme. A mi-distance

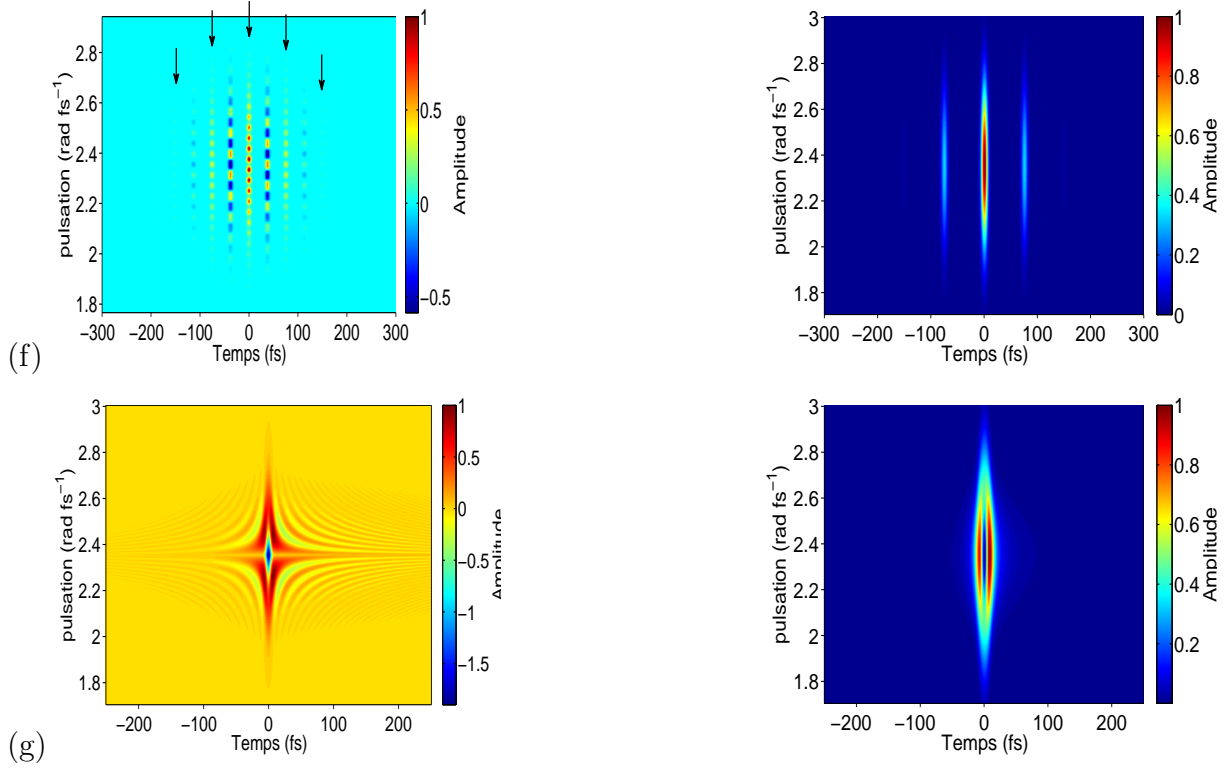


FIGURE A.3 – Représentation de Wigner (à gauche) et spectrogramme (à droite) d'une impulsion gaussienne de largeur à mi-hauteur $\Delta\lambda_{FWHM} \sim 132$ nm et de phase spectrale respectivement nulle (a), linéaire de pente $\varphi_1 = 20$ fs (b), quadratique de coefficient $\varphi_2 = 100$ fs² (c), cubique de coefficient $\varphi_3 = 400$ fs³ (d), d'ordre 4 de coefficient $\varphi_4 = 1000$ fs⁴ (e), sinusoïdale d'amplitude $a = 1$ et de pulsation $\tau_s = 75$ fs (f), correspondant à un saut de phase d'amplitude $A = \pi$ et d'ordre $n = 150$ (g).

entre ces impulsions (37.5 fs) apparaissent quatre autres impulsions. Les deux impulsions à +37.5 fs et -37.5 fs ont une période de modulation de 0.08 fs⁻¹ et l'impulsion en $t = 0$ est modulée spectralement avec une période d'environ 0.04 rad fs⁻¹.

Pour comprendre la structure de cette représentation de Wigner de façon intuitive, considérons le cas de deux impulsions identiques de même amplitude décalées temporellement d'un délai τ , la première centrée sur $t = 0$, la seconde sur $t = \tau$. Notons $W_0(t, \omega)$ la représentation de Wigner associée à une impulsion seule. La représentation de Wigner $W_1(t, \omega)$ associée aux deux impulsions devient alors :

$$W_1(t, \omega) = W_0(t, \omega) + 2 \cos(\omega\tau) W_0(t - \frac{\tau}{2}, \omega) + W_0(t - \tau, \omega) \quad (\text{A.30})$$

La représentation de Wigner $W_1(t, \omega)$ de deux impulsions décalées temporellement de τ présente donc trois pics : les deux pics attendus en $t = 0$ et $t = \tau$ et une troisième impulsion en $t = \frac{\tau}{2}$ modulée spectralement, la période de ces modulations étant égale à $\frac{2\pi}{\tau}$.

Revenons à la représentation de Wigner de l'impulsion de phase sinusoïdale (Figure A.3f). Pour plus de simplicité, nous ne conservons que les pics présents de l'intervalle $[-100$ fs, 100 fs], les suivants étant de faible amplitude (< 0.1). Considérons d'abord, dans le domaine temporel, l'impulsion en $t = 0$ et celle en $t = \tau_s = 75$ fs. La représentation de Wigner de

ces deux impulsions comportera donc trois impulsions : une première en $t = 0$, une seconde en $t = \tau_s$ et une impulsion supplémentaire en $t = \frac{\tau_s}{2} = 37.5$ fs modulée spectralement de période $\frac{2\pi}{\tau_s} = 0.08$ rad fs⁻¹. Pour la même raison entre l'impulsion à $t = -\tau_s$ et celle à $t = 0$ est observée une impulsion supplémentaire en $t = -\frac{\tau_s}{2} = -37.5$ fs. Ceci explique la présence, sur la figure A.3f gauche, des deux impulsions en $t = -37.5$ fs et $t = 37.5$ fs modulée spectralement avec une période de 0.08 rad fs⁻¹.

La représentation de Wigner associée aux impulsions en $t = -\tau_s$ et $t = \tau_s$ comportera aussi une impulsion supplémentaire en $t = 0$ modulée spectralement avec une période égale à $\frac{2\pi}{2\tau} \sim 0.04$ rad fs⁻¹. Ceci explique les modulations spectrales de période 0.04 rad fs⁻¹ observées en $t = 0$ sur la représentation de Wigner.

Dans le cas d'une impulsion de phase sinusoïdale ou de plusieurs impulsions décalées temporellement, l'apparition de pics supplémentaires sur la représentation de Wigner complique et limite son interprétation. Il est donc préférable d'utiliser le spectrogramme.

Annexe B

Couplage entre polarisation ordinaire et polarisation extraordinaire dans un AOPDF

Comme mentionné dans le chapitre 3, le principe général de l'AOPDF repose sur une interaction co-propagative entre une onde acoustique polychromatique et une onde optique polychromatique dans un cristal biréfringent possédant des propriétés acousto-optiques. Dans le cas du cristal de TeO_2 , l'impulsion optique incidente est polarisée suivant l'axe ordinaire. Les conditions d'accord de phase acousto-optique permettent à l'impulsion optique diffractée d'avoir une polarisation extraordinaire. Dans cette annexe, je détaille l'origine microscopique de ce couplage entre polarisation ordinaire et extraordinaire dans le cas du TeO_2 .

Considérons pour cela l'ellipsoïde des indices du matériau et une direction de propagation optique \vec{u} appartenant au plan de diffraction acousto-optique défini par les axes $[001]$ et $[110]$ (section 3.1.3). L'ellipsoïde des indices est représentée figure B.1a en l'absence d'onde acoustique. Le plan d'onde (Π) associé à la direction de propagation \vec{u} (surface saumon figure B.1a) est reporté figure B.1 b ainsi que les états propres de polarisation ordinaire et extraordinaire correspondants. La direction de polarisation de l'onde optique incidente (flèche rouge, figure B.1 b) est orientée suivant l'axe ordinaire dans ce plan.

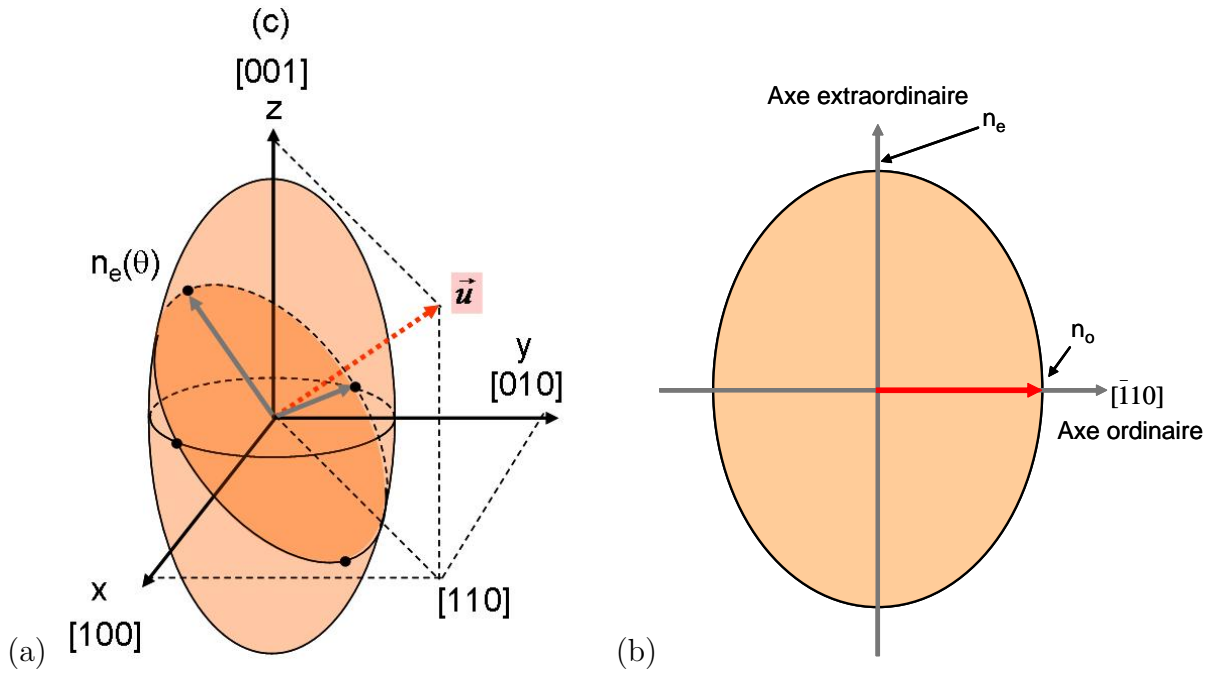


FIGURE B.1 – (a) Ellipsoïde des indices en l'absence d'onde acoustique se propageant dans le cristal de TeO_2 , \vec{u} : direction de propagation de l'onde optique incidente, (b) Plan d'onde (Π) associé à la direction de propagation \vec{u} (plan représenté en saumon figure a)

L'onde acoustique de cisaillement induit, lors de sa propagation dans le cristal, une déformation de l'ellipsoïde des indices qui se traduit, dans le plan d'onde (Π), par une rotation des axes ordinaire et extraordinaire (figure B.2 a) [41], elle-même responsable d'une rotation de la direction de polarisation de l'onde optique incidente (figure B.2b). C'est ce mécanisme qui est à l'origine du couplage entre polarisation ordinaire et polarisation extraordinaire dans un AOPDF.

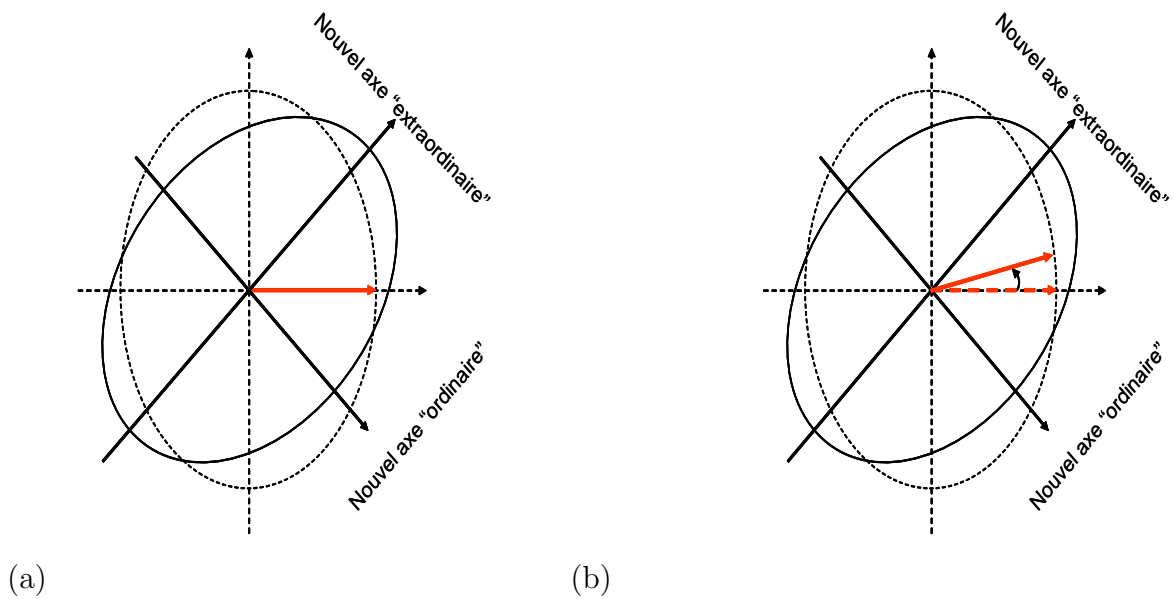


FIGURE B.2 – (a) Rotation des axes ordinaire et extraordinaire dans le plan d'onde (Π) induite par l'onde acoustique de cisaillement. (b) Rotation de la direction de polarisation de l'onde optique incidente du fait de la rotation des axes ordinaire et extraordinaire.

Annexe C

Conditions d'accord de phase dans un AOPDF

Nous présentons ici le calcul de l'angle $\theta_d - \theta_0$, de la norme du vecteur acoustique k_{ac} et du rapport α entre pulsation acoustique et pulsation optique dans les conditions d'accord de phase des AOPDFs utilisés dans cette thèse (Fig. C.1). Les résultats de ces calculs ont déjà été publiés en 2002 dans la référence [37]. Dans un second temps, nous poursuivons en géométrie non-colinéaire l'analogie entre somme de fréquence et diffraction acousto-optique proposée section 3.1.2 (chapitre 3). Cette analogie nous permet de déduire une expression de la résolution spectrale et de l'acceptance angulaire de ce dispositif. Comme déjà expliqué dans le chapitre 3, ce modèle est plus complet que le modèle simple et intuitif qui consiste à considérer l'AOPDF comme une ligne à retard programmable (section 3.1.1). Bien que les illustrations et valeurs numériques données dans cette annexe correspondent à la configuration utilisée dans cette thèse, tous les résultats présentés sont généralisables à l'ensemble des AOPDFs.

Notations :

Les notations prises dans cette annexe sont homogènes à celle de la section 3.1.3. Les angles sont pris positifs dans le sens trigonométrique.

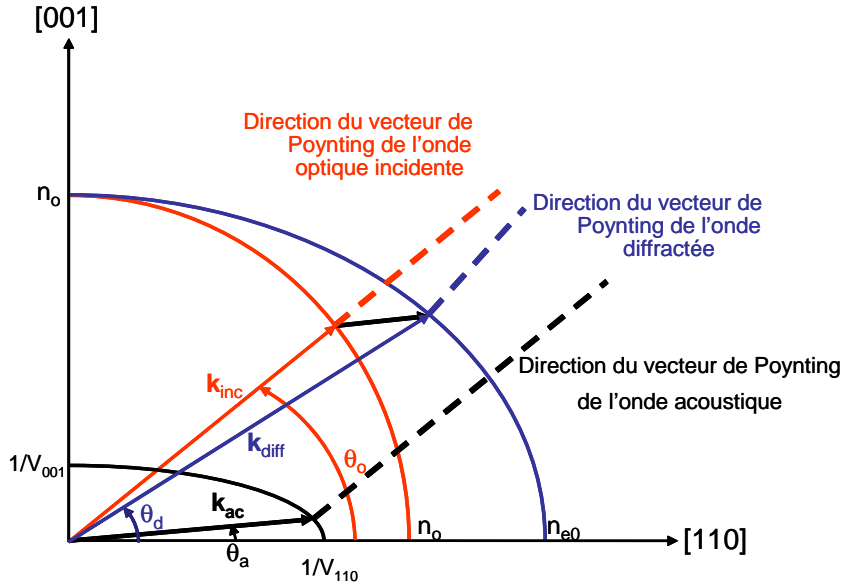


FIGURE C.1 – Représentation des surfaces des indices optiques (en rouge pour l'onde incidente, en bleu pour l'onde diffractée) et de la surface des lenteurs acoustiques (en noir)

C.1 Préliminaires

L'axe optique du TeO_2 correspond à l'axe $[001]$. L'indice optique, noté n_d , vu par l'onde diffractée polarisée suivant l'axe extraordinaire dépend de l'angle entre \vec{k}_{diff} et l'axe $[001]$, soit $-(\frac{\pi}{2} - \theta_d)$. n_d s'exprime donc de la manière suivante en fonction des indices ordinaire (n_o) et extraordinaire (n_{e0}) principaux [41] :

$$\frac{1}{n_d^2} = \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \theta_d\right)}{n_o^2} + \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \theta_d\right)}{n_{e0}^2} \quad (\text{C.1})$$

soit :

$$n_d = \frac{n_o}{\sqrt{\sin^2(\theta_d) + \left(\frac{n_o}{n_{e0}}\right)^2 \cos^2(\theta_d)}} \quad (\text{C.2})$$

Soit Δn la biréfringence du TeO_2 ,

$$\Delta n = n_{e0} - n_o \quad (\text{C.3})$$

On a alors :

$$\frac{n_{e0}}{n_o} = \frac{\Delta n + n_o}{n_o} = 1 + \frac{\Delta n}{n_o}$$

En remplaçant $\frac{n_{e0}}{n_o}$ par son expression dans l'équation C.2, on a :

$$n_d = n_o \frac{1}{\sqrt{\sin^2(\theta_d) + \frac{\cos^2(\theta_d)}{\left(1 + \frac{\Delta n}{n_o}\right)^2}}} \quad (\text{C.4})$$

Comme $\frac{\Delta n}{n_o} \sim 0.07$ les termes d'ordre supérieur à 1 en $\frac{\Delta n}{n_o}$ peuvent être négligés. n_d se réécrit alors :

$$n_d \sim n_o \left(1 + \frac{\Delta n}{n_o} \cos^2(\theta_d) \right) \quad (\text{C.5})$$

Dans ces hypothèses, la différence δn entre les indices optiques vus par l'onde optique diffractée et l'onde optique incidente est :

$$\delta n = n_d - n_o \quad (\text{C.6})$$

$$\sim \Delta n \cos^2 \theta_d \quad (\text{C.7})$$

C.2 Accord de phase

A l'accord de phase, la conservation de l'énergie et celle de la quantité de mouvement se traduisent respectivement par les relations suivantes entre les ondes optiques incidente et diffractée et l'onde acoustique.

$$\omega + \omega_{ac} = \omega_1 \quad (\text{C.8})$$

$$\vec{k}_{inc}(\omega) + \vec{k}_{ac}(\omega_{ac}) = \vec{k}_{diff}(\omega_1) \quad (\text{C.9})$$

où ω , ω_{ac} et ω_1 sont respectivement les pulsations des ondes optique incidente, acoustique et optique diffractée, et \vec{k}_{inc} , \vec{k}_{ac} et \vec{k}_{diff} sont les vecteurs d'onde associés à chacune de ces trois ondes.

Le décalage Doppler introduit sur l'onde optique incidente étant négligeable, on a : $\omega_1 \sim \omega$. Dans le processus de somme de fréquence, en géométrie non-colinéaire, la relation de conservation des vecteurs d'onde ($\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3$) se décompose en une relation de conservation longitudinale dans la direction z du vecteur d'onde de l'onde pompe (\vec{k}_2) et une relation de conservation transverse dans la direction perpendiculaire. Par analogie, nous projetons la relation C.9 dans les directions parallèle et perpendiculaire au vecteur d'onde \vec{k}_{ac} de l'onde acoustique (qui joue le rôle de l'onde pompe) (Fig. C.1). On obtient le système à deux équations suivant :

$$k_{inc} \cos(\theta_0 - \theta_a) + k_{ac} = k_{diff} \cos(\theta_d - \theta_a) \quad (\text{C.10})$$

$$k_{inc} \sin(\theta_0 - \theta_a) = k_{diff} \sin(\theta_d - \theta_a) \quad (\text{C.11})$$

C.2.1 Expression de δn

Au premier ordre en $\frac{\Delta n}{n_o}$, δn est reliée à la biréfringence Δn par l'expression C.7. Dans la configuration haute-résolution utilisée expérimentalement dans cette thèse, $\theta_d - \theta_0 \sim -1.5^\circ$ (-26.7 mrad). Les termes d'ordre supérieur à 1 en $\theta_d - \theta_0$ peuvent donc être négligés et on

a :

$$\begin{aligned}\cos(\theta_d) &= \cos(\theta_0 + (\theta_d - \theta_0)) \\ &\sim \cos(\theta_0)\end{aligned}\tag{C.12}$$

On en déduit :

$$\delta n \sim \Delta n \cos^2(\theta_0)\tag{C.13}$$

Expression de la biréfringence de groupe δn_g dans la direction de l'onde optique incidente

Soit Δn_g la biréfringence de groupe du cristal :

$$\Delta n_g = n_{ge0} - n_{go}\tag{C.14}$$

où n_{go} et n_{ge0} sont respectivement les indices de groupes principaux ordinaire et extraordinaire.

L'indice de groupe (n_g) s'exprime en fonction de l'indice de phase (n) par la relation suivante :

$$n_g(\omega) = n(\omega) + \omega \frac{dn}{d\omega}\tag{C.15}$$

La différence δn_g entre les indices de groupes n_{dg} et n_o associés respectivement aux ondes optiques incidente et diffractée s'écrit alors :

$$\delta n_g = n_{dg} - n_o = \delta n + \omega \frac{d(\delta n)}{d\omega}\tag{C.16}$$

L'onde optique incidente étant perpendiculaire à la face d'entrée du cristal, θ_0 est indépendant de la pulsation. Au premier ordre en $\frac{\Delta n}{n_o}$, δn_g se réécrit, en utilisant la relation C.13 :

$$\delta n_g \sim \Delta n_g \cos^2(\theta_0)\tag{C.17}$$

C.2.2 Expression de $\theta_d - \theta_0$

En faisant apparaître l'angle θ_0 dans l'expression $\sin(\theta_d - \theta_a)$, l'équation C.11 se réécrit :

$$\begin{aligned}k_{inc} \sin(\theta_0 - \theta_a) &= k_{diff} \sin[(\theta_d - \theta_0) + (\theta_0 - \theta_a)] \\ &= k_{diff} \sin(\theta_d - \theta_0) \cos(\theta_0 - \theta_a) + \cos(\theta_d - \theta_0) \sin(\theta_0 - \theta_a)\end{aligned}\tag{C.18}$$

soit, au premier ordre en $\theta_d - \theta_0$:

$$k_{inc} \sin(\theta_0 - \theta_a) = k_{diff} [(\theta_d - \theta_0) \cos(\theta_0 - \theta_a) + \sin(\theta_0 - \theta_a)]\tag{C.19}$$

D'où :

$$\theta_d - \theta_0 \sim \tan(\theta_0 - \theta_a) \left[\frac{k_{inc} - k_{diff}}{k_{diff}} \right] \quad (\text{C.20})$$

Au premier ordre en $\frac{\Delta n}{n_o}$, on a, en utilisant la relation C.13 :

$$\frac{k_{diff} - k_{inc}}{k_{diff}} \sim \frac{\Delta n \cos^2(\theta_0)}{n_o} \quad (\text{C.21})$$

D'où :

$$\theta_d - \theta_0 = -\frac{\Delta n}{n_o} \cos^2(\theta_0) \tan(\theta_0 - \theta_a) \quad (\text{C.22})$$

C.2.3 Expression de k_{ac}

En faisant apparaître θ_0 dans l'expression $\cos(\theta_d - \theta_a)$, l'équation C.10 se réécrit :

$$\begin{aligned} k_{ac} + k_{inc} \cos(\theta_0 - \theta_a) &= k_{diff} \cos[(\theta_d - \theta_0) + (\theta_0 - \theta_a)] \\ &= k_{diff} [\cos(\theta_d - \theta_0) \cos(\theta_0 - \theta_a) - \sin(\theta_d - \theta_0) \sin(\theta_0 - \theta_a)] \end{aligned} \quad (\text{C.23})$$

soit, au premier ordre en $\theta_d - \theta_0$:

$$k_{ac} \sim -k_{inc} \cos(\theta_0 - \theta_a) + k_{diff} \cos(\theta_0 - \theta_a) - k_{diff} (\theta_d - \theta_0) \sin(\theta_0 - \theta_a) \quad (\text{C.24})$$

D'où, en utilisant les relations C.21 et C.22 :

$$k_{ac} \sim \frac{\Delta n \cos^2(\theta_0)}{n_o} k_{diff} \left[\cos(\theta_0 - \theta_a) + \frac{\sin^2(\theta_0 - \theta_a)}{\cos(\theta_0 - \theta_a)} \right] \quad (\text{C.25})$$

Au premier ordre en $\frac{\Delta n}{n_o}$, on a :

$$\frac{k_{diff}}{n_o} \sim \left(1 + \frac{\Delta n \cos^2(\theta_0)}{n_o} \right) \frac{\omega}{c}$$

D'où, au premier ordre en $\frac{\Delta n}{n_o}$:

$$k_{ac} \sim k_{inc} \frac{\Delta n}{n_o} \frac{\cos^2(\theta_0)}{\cos(\theta_0 - \theta_a)} \quad (\text{C.26})$$

C.2.4 Relation entre ω_{ac} et ω

Vecteur d'onde acoustique et pulsation acoustique sont reliés par l'expression suivante :

$$k_{ac} = \frac{\omega_{ac}}{V(\theta_a)} \quad (\text{C.27})$$

où $V(\theta_a)$ est la vitesse de l'onde acoustique dans la direction de \vec{k}_{ac} .

De l'expression C.26, on déduit alors la relation entre pulsation acoustique et pulsation

optique à l'accord de phase :

$$\omega_{ac} \sim \frac{V(\theta_a)}{c} \Delta n(\omega) \frac{\cos^2(\theta_0)}{\cos(\theta_0 - \theta_a)} \omega \quad (\text{C.28})$$

Le facteur $\alpha(\omega)$ égal au rapport de ω_{ac} sur ω s'écrit donc :

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega_{ac}}{\omega} \sim \frac{V(\theta_a)}{c} \Delta n(\omega) \frac{\cos^2(\theta_0)}{\cos(\theta_0 - \theta_a)} \quad (\text{C.29})$$

C.3 Résolution spectrale et acceptance angulaire

Dans la section 3.1.2 du chapitre 3, nous avons mis en évidence l'analogie des équations couplées de la diffraction acousto-optique (Eq. 3.15) avec celles obtenues dans le processus de somme de fréquence (Eq. 3.20). Cette analogie nous a permis d'établir la relation suivante entre les intensités des ondes optiques incidente et diffractée dans la limite quasi-monochromatique (Eq.3.22 dans le corps du texte) :

$$I_1(L, \omega) = I_0(0, \omega) \frac{\pi^2}{4} \frac{P}{\tilde{P}_0} \text{sinc}^2 \left[\sqrt{\left(\frac{\pi^2}{4} \frac{P}{\tilde{P}_0} \right) + \left(\frac{\Delta k_1 L}{2} \right)^2} \right] \quad (\text{C.30})$$

où $\Delta k_1 = k_{inc} + k_{ac} - k_{diff}$ ¹, avec $\Delta k_1 = 0$ à l'accord de phase.

Au voisinage de l'accord de phase, un développement limité conduit à l'expression suivante :

$$\Delta k_1(\Omega, \omega_0) \simeq \left(\frac{\partial k_{ac}}{\partial \omega_{ac}} - \frac{\partial k_{diff}}{\partial \omega} \right) \Delta \omega_{ac} + \left(\frac{\partial k_{inc}}{\partial \omega} - \frac{\partial k_{diff}}{\partial \omega} \right) \Delta \omega \quad (\text{C.31})$$

Nous avons alors montré que comme l'efficacité de diffraction chute notablement pour $\Delta k_1 L \simeq 2\pi$, la tolérance spectrale de l'accord de phase, à pulsation acoustique ω_{ac} donnée, est proportionnelle à :

$$\Delta \omega_1 \propto \frac{1}{L \left| \frac{\partial k_{diff}}{\partial \omega}(\omega) - \frac{\partial k_{inc}}{\partial \omega}(\omega) \right|} = \frac{c}{\delta n_g L} \quad (\text{C.32})$$

La géométrie d'accord de phase dans un AOPDF étant non-colinéaire, nous nous proposons de généraliser les résultats précédents en géométrie non-colinéaire et ainsi de donner une expression de la résolution spectrale et de l'acceptance angulaire du dispositif.

Nous rappelons qu'en géométrie non-colinéaire, la conservation de la quantité de mouvement se traduit par la relation C.9 entre les vecteurs d'onde des ondes optiques incidente et diffractée et de l'onde acoustique. Le désaccord de phase vectoriel $\Delta \vec{k}_1$ s'écrit alors :

$$\Delta \vec{k}_1 = \vec{k}_{inc} + \vec{k}_{ac} - \vec{k}_{diff} \quad (\text{C.33})$$

1. Il s'agit de l'expression de Δk_1 avec les notations de la section 3.1.3.

Il se décompose en un désaccord de phase $\Delta k_{//}$ suivant la direction du vecteur d'onde acoustique \vec{k}_{ac} et un désaccord Δk_{\perp} dans la direction perpendiculaire :

$$\begin{cases} \Delta k_{//} = k_{inc} \cos(\theta_0 - \theta_a) + k_{ac} - k_{diff} \cos(\theta_d - \theta_a) \\ \Delta k_{\perp} = k_{inc} \sin(\theta_0 - \theta_a) - k_{diff} \sin(\theta_d - \theta_a) \end{cases} \quad (C.34)$$

Dans le processus de somme de fréquence (ou d'amplification paramétrique optique), il est bien connu, en géométrie non-colinéaire que la conservation transverse des vecteurs d'onde (ie dans la direction perpendiculaire au vecteur d'onde pompe) reste vérifiée au voisinage de l'accord de phase et que l'intensité de l'onde résultant de la somme de fréquence (ou celle des ondes signal et complémentaire) dépend du désaccord de phase longitudinal Δk (suivant la direction de l'onde pompe) [100]. L'onde acoustique joue ici le rôle de l'onde pompe. Par analogie avec les processus de somme de fréquence et d'amplification paramétrique optique, on a donc, au voisinage de l'accord de phase :

$$\Delta k_{\perp} = 0 \quad (C.35)$$

L'expression C.22 reste donc vérifiée au premier ordre. Les intensités des ondes optiques incidente et diffractée sont toujours reliées par l'équation C.30 en remplaçant Δk_1 par $\Delta k_{//}$ et la longueur du cristal L par la longueur d'interaction dans la direction de \vec{k}_{ac} ie $L \cos(\theta_0 - \theta_a)$.

$$I_1(L, \omega) = I_0(0, \omega) \frac{\pi^2}{4} \frac{P}{\tilde{P}_0} \text{sinc}^2 \left[\sqrt{\left(\frac{\pi^2}{4} \frac{P}{\tilde{P}_0} \right) + \left(\frac{\Delta k_{//} L \cos(\theta_0 - \theta_a)}{2} \right)^2} \right] \quad (C.36)$$

On en déduit l'expression de l'efficacité de diffraction $\eta(\omega, \theta_0)$:

$$\eta(\omega, \theta_0) = \frac{\pi^2}{4} \frac{P}{\tilde{P}_0} \text{sinc}^2 \left[\sqrt{\left(\frac{\pi^2}{4} \frac{P}{\tilde{P}_0} \right) + \left(\frac{\Delta k_{//} L \cos(\theta_0 - \theta_a)}{2} \right)^2} \right] \quad (C.37)$$

Pour $P = \tilde{P}_0$, la valeur de l'efficacité de diffraction diminue de moitié par rapport à son maximum pour :

$$\Delta k_{//} L \cos(\theta_0 - \theta_a) \simeq \pm 2.5 \quad (C.38)$$

La dépendance du $\Delta k_{//}$ en ω et θ_0 peut s'exprimer sous la forme d'un développement limité à l'ordre 1 au voisinage de l'accord de phase :

$$\Delta k_{//}(\omega, \theta_0) \simeq \left(\frac{\partial \Delta k}{\partial \omega} \right) \Delta \omega + \left(\frac{\partial \Delta k_{//}}{\partial \theta} \right) \Delta \theta \quad (C.39)$$

$\Delta k_{//}$ correspond à un écart à l'égalité C.26 obtenue dans les conditions d'accord de phase. Notons k_{ac}^{pm} la fonction de deux variables qui associe à ω et θ_0 l'expression de k_{ac} dans les

conditions d'accord de phase :

$$k_{ac}^{pm} : (\omega, \theta_0) \mapsto k_{inc}(\omega) \frac{\Delta n(\omega)}{n_o(\omega)} \frac{\cos^2(\theta_0)}{\cos(\theta_0 - \theta_a)} \quad (\text{C.40})$$

Le développement limité au premier ordre du $\Delta k_{//}$ (Eq. C.39) se réécrit alors :

$$\Delta k_{//}(\omega, \theta_0) \simeq \left(\frac{\partial k_{ac}^{pm}}{\partial \omega} \right) \Delta \omega + \left(\frac{\partial k_{ac}^{pm}}{\partial \theta_0} \right) \Delta \theta_0 \quad (\text{C.41})$$

C.3.1 Résolution spectrale

La résolution spectrale est définie, à θ_0 fixé, comme la largeur $\Delta \omega_{res}$ pour laquelle l'efficacité de diffraction diminue de moitié par rapport à son maximum pour une densité de puissance acoustique $P = \tilde{P}_0$ ie telle que $\Delta k_{//} L \cos(\theta_0 - \theta_a) \simeq \pm 2.5$ (Eq. C.38). D'après l'expression C.41, à θ_0 fixé, on a :

$$\Delta k_{//}(\omega, \theta_0) \simeq \left(\frac{\partial k_{ac}^{pm}}{\partial \omega} \right) \Delta \omega \quad (\text{C.42})$$

D'où, en dérivant la fonction k_{ac}^{pm} par rapport à ω :

$$\Delta k_{//} \simeq \left[\frac{\cos^2(\theta_0) \Delta n_g}{c \cos(\theta_0 - \theta_a)} \right] \Delta \omega \quad (\text{C.43})$$

donc :

$$\Delta k_{//} L \cos(\theta_0 - \theta_a) \simeq \frac{\Delta n_g \cos^2(\theta_0) L}{c} \Delta \omega \quad (\text{C.44})$$

On en déduit l'expression suivante de la résolution spectrale $\Delta \omega_{res}$:

$$\Delta \omega_{res} \simeq 2 \frac{2.5c}{\Delta n_g L \cos^2(\theta_0)} = \frac{5c}{\Delta n_g L \cos^2(\theta_0)} \quad (\text{C.45})$$

soit, en utilisant la relation C.17 entre δn_g et Δn_g :

$$\Delta \omega_{res} \simeq \frac{5c}{\delta n_g L} \quad (\text{C.46})$$

Rappelons l'expression de la résolution spectrale obtenue de manière intuitive en considérant l'AOPDF comme une ligne à retard programmable (section 3.1.1) :

$$\delta \omega = 2\pi \delta \nu \simeq \frac{5.59c}{\delta n_g L} \quad (\text{C.47})$$

L'équation C.46 montre que l'expression C.47 constitue une bonne estimation de la résolution spectrale de l'AOPDF.

En utilisant l'équation C.46, on déduit également :

$$\frac{\Delta\omega_{res}}{\omega} \simeq \frac{\Delta\lambda_{res}}{\lambda} \simeq \frac{0.8\lambda}{\Delta n_g \cos^2(\theta_0)L} = \frac{0.8\lambda}{\delta n_g L} \quad (C.48)$$

et :

$$\Delta\lambda_{res} \simeq \frac{0.8\lambda^2}{\Delta n_g \cos^2(\theta_0)L} = \frac{0.8\lambda^2}{\delta n_g L} \quad (C.49)$$

C.3.2 Acceptance angulaire

De même, l'acceptance angulaire est définie, à ω fixé, comme la largeur $\Delta\theta_{ang}$ pour laquelle l'efficacité de diffraction diminue de moitié par rapport à son maximum pour une densité de puissance acoustique $P = \tilde{P}_0$ ie telle que $\Delta k_{//} L \cos(\theta_0 - \theta_a) \simeq \pm 2.5$ (Eq. C.38). D'après l'expression C.41, à ω fixé, on a :

$$\Delta k_{//}(\omega, \theta_0) \simeq \left(\frac{\partial k_{ac}^{pm}}{\partial \theta_0} \right) \Delta\theta_0 \quad (C.50)$$

D'où, en dérivant la fonction k_{ac}^{pm} par rapport à θ_0 :

$$\Delta k_{//} \simeq \frac{\Delta n \omega \cos^2(\theta_0)}{c \cos(\theta_0 - \theta_a)} [\tan(\theta_0 - \theta_a) - 2 \tan(\theta_0)] \Delta\theta_0 \quad (C.51)$$

donc :

$$\Delta k_{//} L \cos(\theta_0 - \theta_a) \simeq \frac{\Delta n \omega \cos^2(\theta_0) L}{c} [\tan(\theta_0 - \theta_a) - 2 \tan(\theta_0)] \Delta\theta_0 \quad (C.52)$$

On en déduit l'expression de l'acceptance angulaire $\Delta\theta_{ang}$:

$$\Delta\theta_{ang} \simeq 2 \frac{2.5c}{\Delta n \omega \cos^2(\theta_0) L |\tan(\theta_0 - \theta_a) - 2 \tan(\theta_0)|} \quad (C.53)$$

En utilisant l'expression C.45, il est possible de relier l'acceptance angulaire à la résolution spectrale :

$$\Delta\theta_{ang} \simeq \left(\frac{\Delta\omega_{res}}{\omega} \right) \frac{1}{|\tan(\theta_0 - \theta_a) - 2 \tan(\theta_0)|} \frac{\Delta n_g}{\Delta n} \quad (C.54)$$

Annexe D

Caractérisation d'un spectromètre

D.1 Rappel du fonctionnement d'un spectromètre à réseau

Le principe du spectromètre repose sur la séparation spatiale des composantes spectrales de l'impulsion mesurée. La mesure de l'intensité spectrale $|\mathcal{E}(\omega)|^2$ d'une impulsion représentée dans le domaine spectral par le champ $\mathcal{E}(\omega)$ se ramène alors à une mesure d'intensité spatiale.

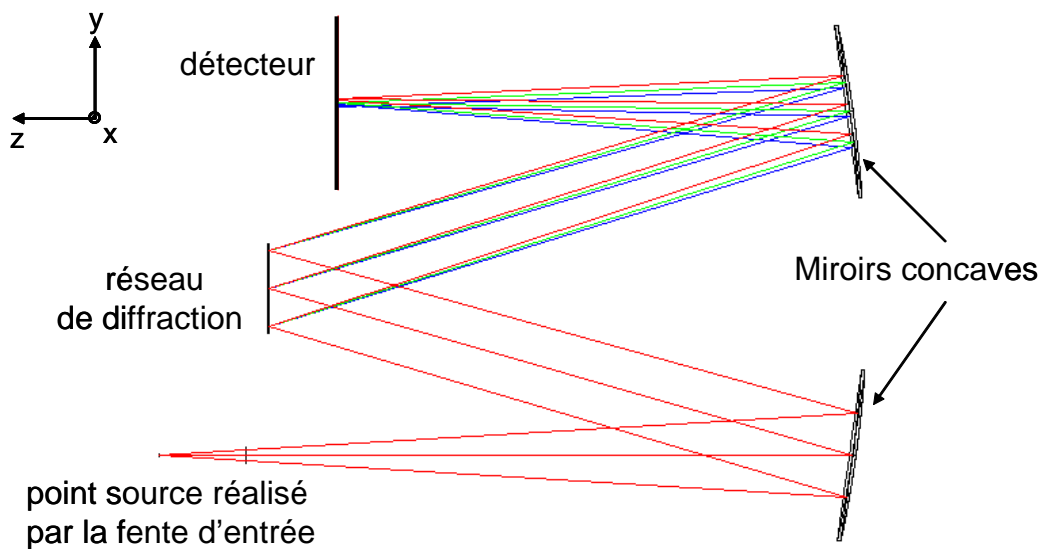


FIGURE D.1 – *Schéma d'un spectromètre en configuration Czerny-Turner*

Le schéma de principe du spectromètre à réseau est présenté figure D.1 dans une configuration très largement rencontrée : la configuration de Czerny-Turner [101].

Un tel spectromètre est constitué de cinq éléments :

- une fente d'entrée qui permet de se rapprocher du point source idéal, l'angle d'ouverture étant donné par la diffraction,

- un miroir concave qui collimate le faisceau de façon à assurer un même angle d’incidence sur le réseau indépendamment de la position spatiale,
- un réseau de diffraction qui disperse angulairement les différentes composantes spectrales selon la formule des réseaux¹,
- un second miroir concave qui focalise chaque composante spectrale en une position spatiale différente dans son plan de Fourier,
- un détecteur composé d’une caméra CCD permettant de mesurer l’intensité spatiale dans le plan de Fourier du second miroir.

En pratique, le premier miroir concave est souvent remplacé par un miroir torique pour limiter les aberrations du système. Une autre configuration courante qui découle de la configuration présentée figure D.1 consiste à remplacer le réseau de diffraction et les deux miroirs concaves par un réseau (holographique) de diffraction concave qui image directement la fente d’entrée sur le détecteur [102].

D.2 Interpolation linéaire d’un interférogramme et erreur introduite

Afin d’illustrer l’erreur introduite sur l’interférogramme par l’interpolation linéaire de ce dernier sur un peigne régulier de pulsations, prenons le cas d’un spectre cannelé obtenu par interférence entre deux impulsions identiques séparées d’un retard τ :

$$S(\omega) = 2|\mathcal{E}_0(\omega)|^2 (1 + \cos(\omega\tau)) \quad (\text{D.1})$$

L’erreur maximale $\varepsilon_{eq_{max}}(\omega)$ introduite sur $S(\omega)$ correspond à la situation de la figure D.2. Deux pulsations du peigne initial ω_i et ω_{i+1} se trouvent de part et d’autre d’un maximum du spectre cannelé et la pulsation du peigne équi-échantillonné se situe au niveau de ce maximum. En supposant que l’intensité spectrale $|\mathcal{E}_0(\omega)|^2$ de l’impulsion de départ varie peu autour de la pulsation considérée, l’erreur $\varepsilon_{eq_{max}}(\omega)$ sur $S(\omega)$ s’écrit sous la forme :

$$\varepsilon_{eq_{max}}(\omega) = |S(\omega) - S_{interp}(\omega)| = |\mathcal{E}_0(\omega)|^2 \left(1 - \cos\left(\frac{d\omega_i\tau}{2}\right) \right) \sim |\mathcal{E}_0(\omega)|^2 \frac{d\omega_i^2\tau^2}{8} \quad (\text{D.2})$$

où $S_{interp}(\omega)$ est le signal d’interférométrie spectrale interpolé sur le peigne régulier de pulsations et $d\omega_i$ correspond à la différence entre deux pulsations du peigne initial.

Pour une résolution spectrale du spectromètre $d\omega' = d\omega_i = 0.15 \text{ ps}^{-1}$ (soit 0.05 nm à 800 nm) et un retard $\tau = 2 \text{ ps}$, l’erreur sur le signal d’interférométrie spectrale est bornée supérieurement par $0.09|\mathcal{E}(\omega)|$ soit une erreur sur la phase spectrale inférieure à 0.09 rad.

1. La formule des réseaux montre que pour un angle d’incidence θ_i donné l’angle de diffraction θ_d dépend de la longueur d’onde [56] :

$$\sin(\theta_i) + \sin(\theta_d(\lambda)) = nd_t\lambda$$

où n est l’ordre de diffraction, d_t la densité de traits, λ la longueur d’onde considérée dans le vide.

La dépendance quadratique de l'erreur avec le retard limite la plage de retards utilisables pour une mesure précise.

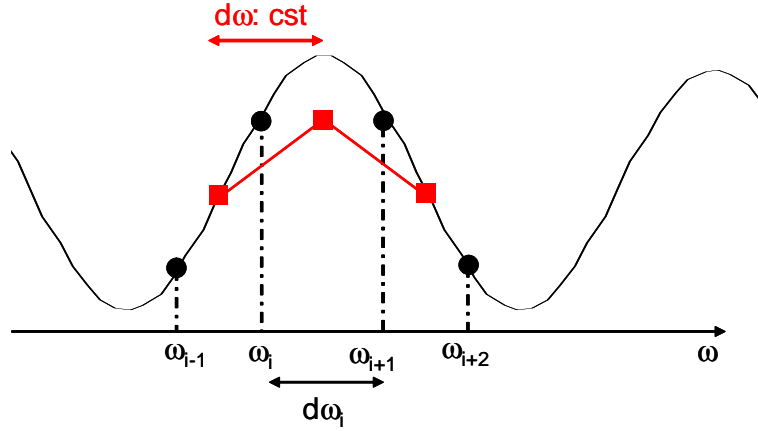


FIGURE D.2 – Représentation de l'erreur maximale introduite sur l'interférogramme mesuré (en noir) lors de l'interpolation sur un peigne régulier de pulsation de pas $d\omega$ (en rouge). Les pulsations ω_i correspondent à l'échantillonnage initial du spectromètre de pas non-constant $d\omega_i$

Remarque : L'erreur $\varepsilon_{eq_{max}}$ diminue avec le pas d'échantillonnage. Il n'est pas possible de réduire le pas d'échantillonnage du spectromètre mais il est en revanche possible de le faire artificiellement en rajoutant des zéros dans le domaine de Fourier associé (domaine temporel). Ainsi en rajoutant $N(2^p - 1)$ zéros dans le domaine temporel, le pas d'échantillonnage après transformée de Fourier inverse est divisé par 2^p , ce qui permet de diviser l'erreur maximale par 2^{p+1} .

D.3 Illustration de l'effet d'une erreur de calibration sur la phase spectrale reconstruite

D.3.1 Rappel de l'erreur introduite sur la phase reconstruite

On suppose qu'une erreur ε_c est introduite lors de la calibration en pulsation du spectromètre. Les pulsations ainsi calibrées, notées ω_c , sont alors reliées aux pulsations réelles ω par :

$$\omega = \omega_c + \varepsilon_c \quad (\text{D.3})$$

L'erreur de calibration ε_c est décrite sous la forme d'un développement polynômial à l'ordre n autour de la pulsation centrale des impulsions mesurées ω_0 :

$$\varepsilon_c(\omega_c) = a_0 + a_1(\omega_c - \omega_0) + a_2(\omega_c - \omega_0)^2 + a_3(\omega_c - \omega_0)^3 + \dots = a_0 + a_1(\omega_c - \omega_0) + n(\omega_c) \quad (\text{D.4})$$

La différence de phase reconstruite par FTSI à partir du signal d'interférométrie spectrale $S(\omega) = S(\omega_c + \varepsilon_c)$ est :

$$\Phi_c(\omega_c) = \Delta\varphi(\omega_c + \varepsilon_c(\omega_c)) + (\omega_c + \varepsilon_c(\omega_c))\tau \quad (\text{D.5})$$

où $\Delta\varphi(\omega_c + \varepsilon_c(\omega_c)) = \varphi_0(\omega_c + \varepsilon_c(\omega_c)) - \varphi_0(\omega_c)$.

La phase ϵ_{ϕ_c} introduite par l'erreur de calibration est donc :

$$\epsilon_{\phi_c} = [\Delta\varphi(\omega_c + \varepsilon_c(\omega_c)) - \Delta\varphi(\omega_c)] + \varepsilon_c(\omega_c)\tau \quad (\text{D.6})$$

D.3.2 Illustration pour une phase polynomiale quadratique

On considère deux impulsions décalées temporellement d'un retard τ , dont la différence de phase spectrale $\Delta\varphi(\omega)$ est purement quadratique :

$$\Delta\varphi(\omega) = \frac{\varphi_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 \quad (\text{D.7})$$

et une erreur de calibration ε_c de la forme :

$$\varepsilon_c(\omega_c) = a_0 + a_1(\omega_c - \omega_0) + a_2(\omega_c - \omega_0)^2 + a_3(\omega_c - \omega_0)^3 \quad (\text{D.8})$$

Soit φ_{c_i} le coefficient de Taylor d'ordre i de la phase reconstruite en présence de l'erreur de calibration (Eq. D.8), l'écart entre les coefficients d'ordre 0 à 2 initiaux et reconstruits est (en utilisant D.6) :

$$\epsilon_{c_0} = \varphi_{c_0} - \varphi_0 = \frac{a_0^2\varphi_2}{2} + a_0\tau \quad (\text{D.9})$$

$$\epsilon_{c_1} = \varphi_{c_1} - \varphi_1 = \varphi_2 a_0(a_1 + 1) + a_1\tau \quad (\text{D.10})$$

$$\epsilon_{c_2} = \varphi_{c_2} - \varphi_2 = \varphi_2(a_1^2 + 2a_0a_2 + 2a_1) + 2a_2\tau \quad (\text{D.11})$$

où ϵ_{c_i} est l'écart obtenu sur le coefficient d'ordre i .

L'erreur relative sur le coefficient d'ordre 2 s'écrit donc :

$$\varepsilon(\varphi_2) = \frac{\varphi_{c_2} - \varphi_2}{\varphi_2} = (a_1^2 + 2a_0a_2 + 2a_1) + \frac{2a_2\tau}{\varphi_2} \quad (\text{D.12})$$

Considérons l'exemple d'une erreur de calibration quadratique ε_c de coefficient $a_2 = 0.01 \text{ rad}^{-1}\text{fs}$ développée autour de $\omega_0 \sim 2.35 \text{ rad fs}^{-1}$ ($\lambda_0 = 800 \text{ nm}$). Le rapport de cette erreur sur les pulsations calibrées $\frac{\varepsilon_c}{\omega_c}$ est représenté en fonction de ω_c figure D.3. La plage de pulsations utilisées correspond à celles enregistrées expérimentalement avec le spectromètre (section 4.4.2). En terme de longueurs d'onde, cette plage s'étend d'environ 747 nm à 833 nm. Pour ces longueurs d'onde, l'erreur rapportée à ω_c est respectivement d'environ 1.1E-4 et 3.7E-5. Pour une phase initiale de 1000 fs² et un retard de 2 ps, l'erreur relative sur le coefficient d'ordre 2 est de 4%. Un retard résiduel de 2 fs est également obtenu.

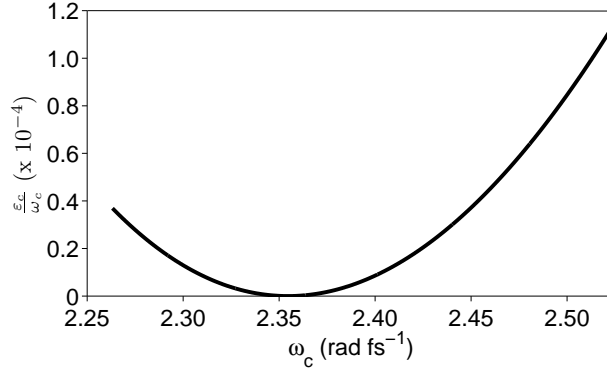


FIGURE D.3 – Variation du rapport $\frac{\varepsilon_c(\omega_c)}{\omega_c}$ avec les pulsations calibrées ω_c pour une erreur de calibration quadratique de coefficient $a_2 = 0.01 \text{ rad}^{-1}\text{fs}$ développée autour de $\omega_0 \sim 2.35 \text{ rad fs}^{-1}$ ($\lambda_0 = 800 \text{ nm}$)

Le montage d'interférométrie spectrale présenté dans le chapitre 4 (Fig. 4.11) est utilisé pour la détermination expérimentale de la précision de génération de phases polynomiales avec un AOPDF. Dans le cas de phases quadratiques, la précision attendue sur le coefficient d'ordre 2 est de l'ordre de 1%. Or, si une erreur de calibration quadratique de coefficient $a_2 = 0.01 \text{ rad}^{-1}\text{fs}$ est introduite, la précision de mesure d'un coefficient d'ordre 2 de 1000 fs^2 est de 4%. Il n'est alors pas possible de déterminer la précision expérimentale avec laquelle l'AOPDF génère une phase quadratique de 1000 fs^2 .

D.4 Calibration préliminaire du spectromètre avec une lampe Krypton

Nous rappelons que la précision de la calibration du spectromètre en longueur d'onde est caractérisée :

- sur une ligne du détecteur par les déviations absolue Δ_{cal} et relative $\Delta_{r_{cal}}$ sur les longueurs d'onde centrales des raies mesurées :

$$\Delta_{cal} = |\lambda_m - \lambda_{Kr}| \text{ et } \Delta_{r_{cal}} = \frac{|\lambda_m - \lambda_{Kr}|}{\lambda_{Kr}}$$

où λ_{Kr} correspond aux longueurs d'onde connues du Krypton et λ_m aux longueurs d'onde correspondant au maximum des raies mesurées après calibration,

- sur l'ensemble des lignes du détecteur par, d'une part les écarts absolu $\Delta_{cal_{2D}}$ et relatif $\Delta_{r_{cal_{2D}}}$ entre λ_{Kr} et la moyenne sur l'ensemble des lignes des longueurs d'onde mesurées λ_{m_i} (i indice de la ligne) :

$$\Delta_{cal_{2D}} = \left| \frac{\sum_{i=0}^{N_x-1} \lambda_{m_i}}{N_x} - \lambda_{Kr} \right| \text{ et } \Delta_{r_{cal_{2D}}} = \frac{\left| \frac{\sum_{i=0}^{N_x-1} \lambda_{m_i}}{N_x} - \lambda_{Kr} \right|}{\lambda_{Kr}}$$

où N_x est le nombre de pixels suivant x ,
d'autre part la déviation suivant x en terme d'écart rms $\sigma_{cal_{2D}}$ à la moyenne des longueurs d'onde λ_{m_i} :

$$\sigma_{cal_{2D}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N_x-1} (\lambda_{m_i} - \lambda_{m_{moy}})^2}{N_x}}$$

où $\lambda_{m_{moy}} = \frac{\sum_{i=0}^{N_x-1} \lambda_{m_i}}{N_x}$.

Le tableau D.1 regroupe les valeurs de Δ_{cal} et $\Delta_{r_{cal}}$ obtenues, sur la ligne $x = x_0 \sim 3.9$ mm pour chacune des 12 raies.

n° raie	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Δ_{cal} (nm)	5.5E-3	4.0E-3	2.2E-3	2.2E-3	4.5E-3	1.9E-3	1.7E-3	3.8E-3	4.2E-3
$\Delta_{r_{cal}}$	7.3E-6	5.3E-6	2.9E-6	2.8E-6	5.8E-6	2.4E-6	2.1E-6	4.7E-6	5.1E-6
n° pic	10	11	12						
Δ_{cal} (nm)	1.0E-3	3.6E-3	2.2E-3						
$\Delta_{r_{cal}}$	1.2E-6	4.3E-6	2.7E-6						

TABLE D.1 – Déviations absolue Δ_{cal} et relative $\Delta_{r_{cal}}$ sur les 12 raies utilisées pour la calibration.

Les valeurs de $\Delta_{cal_{2D}}$, $\Delta_{r_{cal_{2D}}}$, $\sigma_{cal_{2D}}$ et $\sigma_{cal_{2D}}/\lambda_{Kr}$ obtenues sur l'ensemble du détecteur sont données dans le tableau D.2.

n° raie	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\Delta_{cal_{2D}}$ (nm)	4.5E-4	9.7E-4	9.0E-4	1.7E-3	1.2E-3	2.4E-3	3.4E-4	1.3E-3	6.7E-4
$\Delta_{r_{cal_{2D}}}$	6.0E-7	1.3E-6	1.2E-6	2.2E-6	1.5E-6	2.9E-6	4.1E-7	1.6E-6	8.1E-7
$\sigma_{cal_{2D}}$ (nm)	2.8E-3	3.0E-3	2.7E-3	2.6E-3	3.6E-3	2.7E-3	2.7E-3	3.1E-3	2.9E-3
$\sigma_{cal_{2D}}/\lambda_{Kr}$	3.7E-6	3.9E-6	3.5E-6	3.4E-6	4.6E-6	3.3E-6	3.3E-6	3.8E-6	3.5E-6
n° pic	10	11	12						
$\Delta_{cal_{2D}}$ (nm)	7.8E-4	3.0E-3	1.8E-3						
$\Delta_{r_{cal_{2D}}}$	9.4E-7	3.7E-6	2.1E-6						
$\sigma_{cal_{2D}}$ (nm)	1.7E-3	1.7E-3	1.7E-3						
$\sigma_{cal_{2D}}/\lambda_{Kr}$	2.1E-6	2.1E-6	2.0E-6						

TABLE D.2 – Précision et déviation suivant x de la calibration sur chacune des 12 raies du Krypton utilisées.

D.5 Vérification de la calibration du spectromètre par interférométrie spectrale

La différence de phase spectrale en sortie d'interféromètre a été mesurée pour sept retards différents entre les deux voies : 1039 fs, 1648 fs, 2188 fs, 2724 fs, 3294 fs, 3820 fs

et 4391 fs. Pour limiter les effets des fluctuations tir à tir, 21 mesures ont été effectuées pour chaque valeur du retard. Seuls les interférogrammes enregistrés sur la ligne $x = x_0$ du détecteur sont traités. La phase moyenne est extraite en utilisant la même procédure que celle exposée section 4.5.1. La largeur du filtre temporel utilisé dans le traitement par FTSI est la même quel que soit le retard.

Les phases spectrales moyennes obtenues après retrait du retard sont données figure D.4.

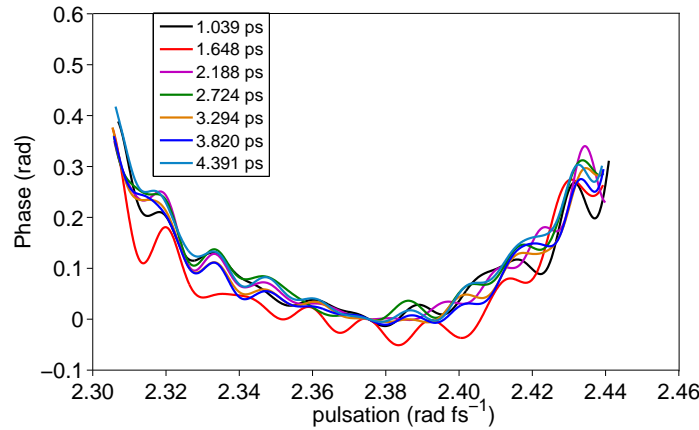


FIGURE D.4 – *Phase spectrale moyenne (21 tirs) reconstruite (après soustraction du retard) pour différents retards entre les deux voies de l'interféromètre*

La figure D.5 présente ces mêmes phases après retrait du coefficient d'ordre 2 moyen de 129 fs^2 (moyenne sur ces sept phases).

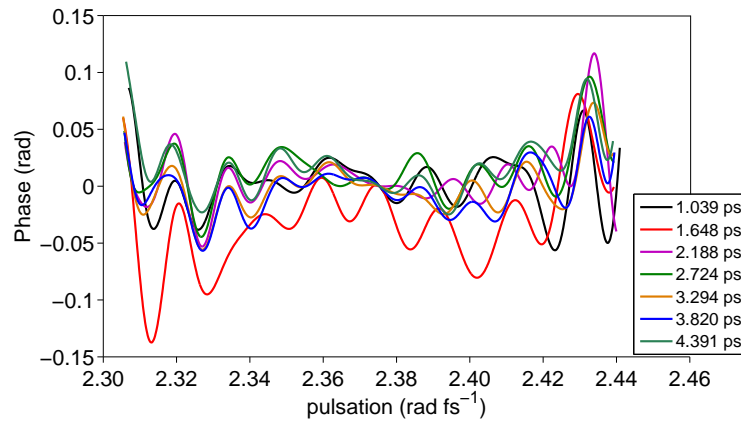


FIGURE D.5 – *Phase spectrale moyenne (21 tirs) reconstruite après soustraction du retard et du terme de phase quadratique moyen pour différents retards entre les deux voies de l'interféromètre*

D.6 Détermination de la réponse du spectromètre

D.6.1 Préliminaires

Pour éviter tout problème lié à l'échantillonnage non-constant en pulsation du signal d'interférométrie spectrale (section 4.2.6), nous raisonnerons par rapport à la variable spatiale y . Nous transposons ici l'expression de la dépendance spectrale du signal mesuré S_m à la fonction de transfert du spectromètre $H_{spectro}$ (Eq.4.51) en fonction de y :

$$S_m(y) = \mathfrak{W}_{dy} \times (H_{spectro}(y) \otimes S_r(y)) \quad (\text{D.13})$$

où \mathfrak{W}_{dy} est un peigne régulier en y de pas dy correspondant à la taille d'un pixel ($dy = 13.5 \mu\text{m}$). Dans l'espace de Fourier associé, le signal d'interférométrie mesuré s'écrit comme le produit de convolution d'un peigne régulier par le produit de la transformée de Fourier de la réponse du spectromètre avec celle du signal d'interférométrie réel :

$$\tilde{S}_m(k_y) = \mathcal{TF}(\mathfrak{W}_{dy}) \otimes (\tilde{H}_{spectro}(k_y) \tilde{S}_r(k_y)) \quad (\text{D.14})$$

La réponse du spectromètre est donc facile à prendre en compte dans le domaine de Fourier par une simple division (par $\tilde{H}_{spectro}(k_y)$) en chaque point d'échantillonnage.

Puisque $H_{spectro}$ prend des valeurs non-nulles en dehors de la fenêtre de Nyquist (Fig.4.19), le choix du signal S_r utilisé pour la déterminer est de première importance. Une solution proposée dans la littérature [55][58] et référencée sous le terme de "méthode interférométrique" consiste à utiliser une sinusoïde parfaite pour S_r .

$$S_r(y) = \cos(k_{y_0} y) \quad (\text{D.15})$$

En effet, la transformée de Fourier d'une fonction sinusoïdale est alors une somme de deux Diracs positionnés en $k_y = k_{y_0}$ et $k_y = -k_{y_0}$, ce qui permet de déterminer la réponse du spectromètre en ces points.

$$S_m(k_y) = \delta(k_y - k_{y_0}) H_{spectro}(k_{y_0}) + \delta(k_y + k_{y_0}) H_{spectro}(-k_{y_0}) \quad (\text{D.16})$$

En balayant la valeur de k_{y_0} sur l'intervalle borné par la fenêtre de Nyquist, on reconstruit la réponse sur toute cette fenêtre.

Remarques : Il est alors possible de mesurer la réponse du spectromètre en dehors de la fenêtre de Nyquist en introduisant volontairement des valeurs de k_{y_0} supérieures à la limite de Nyquist.

D.6.2 Implémentation expérimentale

Le point difficile de l'implémentation expérimentale de cette méthode est la réalisation d'une sinusoïde parfaite en fonction de y . En effet, il est plus aisé de générer une sinusoïde suivant ω en utilisant le signal d'interférence obtenu entre les deux voies d'un interféromètre équilibré. Le signal $S_r(\omega)$ correspondant s'écrit alors :

$$S_r(\omega) = 2|\mathcal{E}_0(\omega)|^2(1 + \cos(\omega\tau)) \quad (\text{D.17})$$

Le spectre $|\mathcal{E}_0(\omega)|^2$ peut être déterminé par une mesure indépendante sur le même spectromètre. Comme l'influence de la fonction de transfert sur ce signal est négligeable, on peut considérer que le spectre mesuré est identique au spectre réel. Il est alors possible de calculer le signal $S_r(\omega)$ à partir de ce spectre et de la valeur de τ . Ainsi en comparant, dans le domaine temporel, le signal $\tilde{S}_r(t)$ calculé ($\tilde{S}_r(t) = \mathcal{TF}[S_r(\omega)](t)$) à celui $\tilde{S}_m(t)$ mesuré et en supposant la réponse du spectromètre constante sur le support de la composante AC, on détermine la valeur de cette réponse en $t = \tau$:

$$\tilde{H}_{spectro}(\tau) = \frac{\tilde{S}_m(\tau)}{\tilde{S}_r(\tau)} \quad (\text{D.18})$$

En balayant le retard τ entre les deux voies de l'interféromètre sur un intervalle $[0, T]$, on reconstruit la réponse du spectromètre sur cette intervalle par interpolation entre les valeurs $\tilde{H}_{spectro}(\tau)$ déterminées expérimentalement.

La relation entre pulsation et position spatiale y n'étant pas linéaire (Eq. 4.22 reportée ci-dessous), le signal $S_r(\omega)$ (Eq. D.17) exprimé en fonction de y n'est plus une sinusoïde parfaite :

$$\omega = \alpha + \beta y + \gamma(y) \quad (\text{D.19})$$

où γ est une fonction non-linéaire de y .

$$S_r(y) = 2|\mathcal{E}_0(y)|^2(1 + \cos(\alpha\tau + \beta\tau y + \gamma(y)\tau)) \quad (\text{D.20})$$

A cet écart, se rajoute celui introduit par la différence de phase résiduelle mesurée en sortie d'interféromètre (Fig. 4.14). Ces deux sources d'écart introduisent une dérive de fréquence qui se traduit, dans le domaine de Fourier, par un élargissement du support de la composante AC ainsi qu'une diminution de son maximum. Il est cependant possible de prendre en compte ces termes dans le calcul du signal S_r [51]. En supposant la réponse du spectromètre constante sur le support temporel de la composante AC, on déduit la valeur de cette réponse en $k_{y0} = \beta\tau_0$:

$$\tilde{H}_{spectro}(k_{y0}) = \frac{\tilde{S}_m(k_{y0})}{\tilde{S}_r(k_{y0})} \quad (\text{D.21})$$

En balayant le retard τ_0 entre les deux voies de l'interféromètre, on fait varier la valeur de k_{y_0} , ce qui permet de reconstruire la réponse du spectromètre sur l'intervalle souhaité.

D.6.3 Résultats expérimentaux

Pour plus de simplicité, on exprime y en numéro de pixel. Les différentes valeurs de k_{y_0} introduites expérimentalement sont données en rad pixel⁻¹ dans le tableau D.3. Le retard temporel associé y est également reporté. La plage de mesure de la réponse du spectromètre est limitée à l'intervalle $[0, 4400 \text{ fs}]$. Les modules des transformées de Fourier

k_{y_0} (rad pixel ⁻¹)	retard (fs)
0	0
0.065	519.4
0.130	1039.0
0.205	1648.2
0.273	2187.5
0.340	2723.7
0.411	3293.9
0.477	3820.1
0.548	4391.0

TABLE D.3 – Valeurs de k_{y_0} (en rad pixel⁻¹) introduites expérimentalement pour la mesure de la réponse du spectromètre. Retard temporel correspondant.

des signaux d'interférométrie spectrale mesurés pour chaque valeur de k_{y_0} donnée dans le tableau D.3 ($\tilde{S}_m(k_y)$) sont présentées figure D.6 a. Ceux des signaux calculés ($\tilde{S}_r(k_y)$) sont présentés figure D.6b.

La réponse du spectromètre $\tilde{H}_{spectro}$ est alors déduite à partir de la comparaison de ces transformées de Fourier en utilisant l'expression D.21 (Fig.D.7).

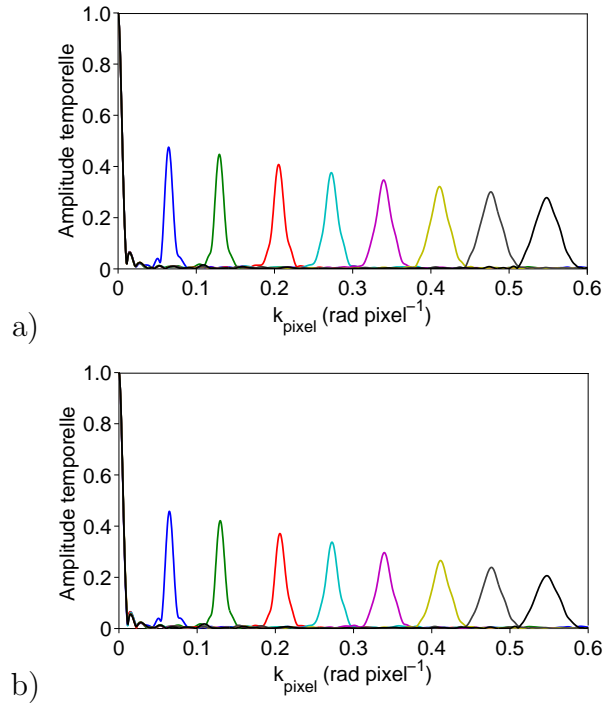


FIGURE D.6 – Module de la transformée de Fourier du signal d’interférométrie spectrale mesuré (a) et simulé (b) pour les différentes valeurs de délais données dans le tableau D.3

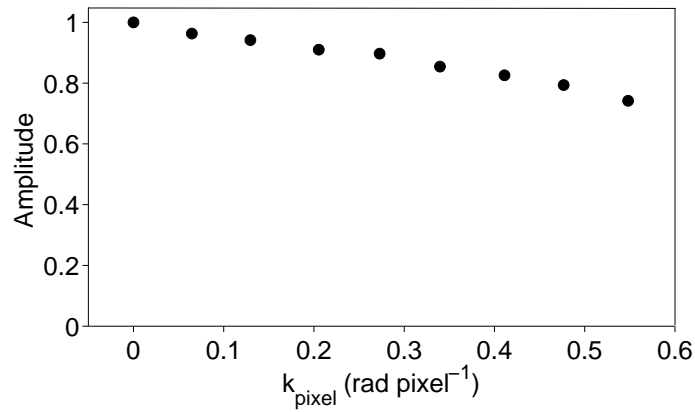


FIGURE D.7 – Reconstruction de la réponse du spectromètre sur l’intervalle $[0 \text{ } 0.548 \text{ rad pixel}^{-1}]$ correspondant à $[0 \text{ } 4400 \text{ fs}]$ en terme de retard temporel

Annexe E

Détail de la caractérisation expérimentale de l'AOPDF

E.1 Origine des répliques présentes sur le profil temporel des impulsions initiales

Nous avons vérifié expérimentalement que les répliques observées sur le profil temporel des impulsions (Fig. 4.13) ne proviennent pas du montage expérimental mais sont générées en amont dans la chaîne laser LUCA.

La présence de répliques à 5 et 10 ps a pu être expliquée par une mesure d'autocorrélation en sortie d'amplificateur régénératif (Fig. E.1). L'origine de celles-ci peut être attribuée à la configuration de la cellule de Pockels dans la cavité de l'amplificateur régénératif.

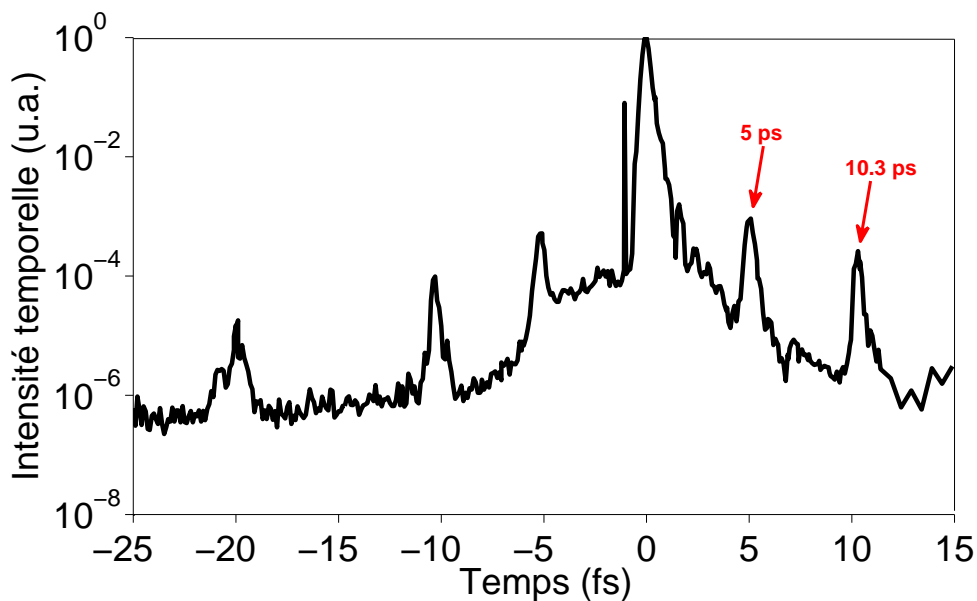


FIGURE E.1 – *Mesure d'autocorrélation en sortie d'amplificateur régénératif.*

E.2 Procédure de calcul de l'intensité temporelle à partir de la phase reconstruite par interférométrie spectrale

Dans les expériences d'interférométrie spectrale, différents écarts ont été calculées en terme de phase spectrale (écart à la phase programmée avec l'AOPDF, précision de mesure, fluctuations). Il est intéressant de déterminer l'influence de tels écarts sur l'intensité temporelle d'une impulsion de même spectre que celles utilisées dans ces expériences (Fig. E.2).

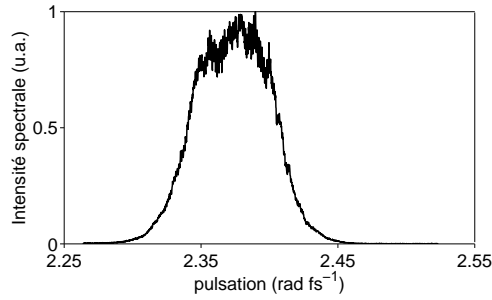


FIGURE E.2 – *Spectre typique des impulsions mesuré en sortie de la voie de référence du montage d'interférométrie spectrale*

La procédure de calcul de l'intensité temporelle est ici illustrée dans le cas de la différence de phase spectrale reconstruite présentée figure 4.25b dans le chapitre 4 et rappelée ci-dessous :

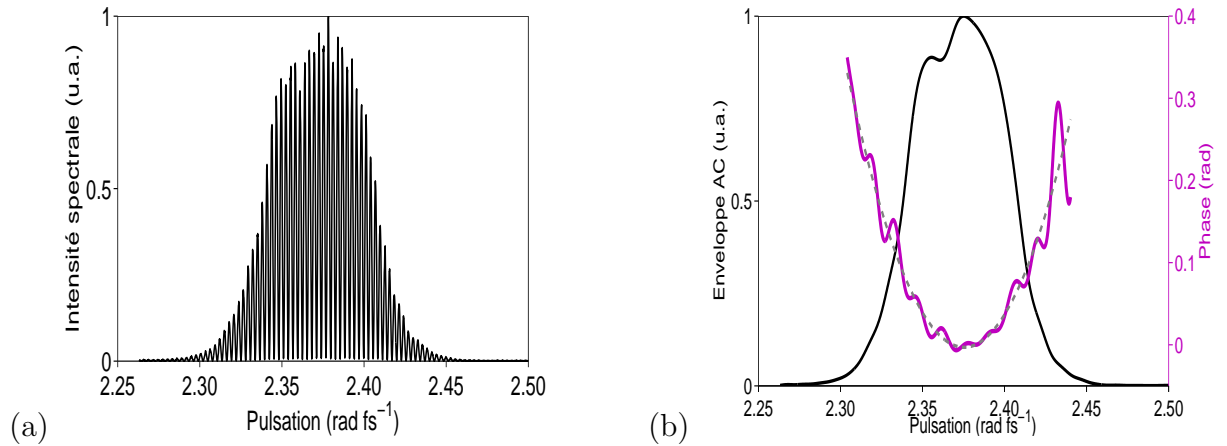


FIGURE E.3 – (a) *Signal d'interférométrie spectrale recalculé à partir des spectres mesurés sur chacune des voies de l'interféromètre et une différence de phase spectrale égale à celle de la figure 4.24.* (b) *Reconstruction de la phase spectrale à partir du signal de la figure a. En gris, ajustement polynomial à l'ordre 2 pondérée par l'enveloppe AC*

L'intensité temporelle calculée à partir du spectre de la figure E.2 et de cette phase (Fig. E.3b et E.4 a) sans traitement préalable est présentée en noir figure E.4 b. On observe des oscillations rapides dues aux valeurs prises par la phase spectrale dans le bruit du spectre. En effet, pour certaines pulsations ($\omega < 2.28 \text{ rad fs}^{-1}$ et $\omega > 2.46 \text{ rad fs}^{-1}$), le spectre mesurée est dans le bruit du détecteur et la phase spectrale n'est pas correctement reconstruite. Comme le spectre n'est pas nul ($\sim 10^{-3}$), ces valeurs de phase sont prises en compte dans le calcul de l'intensité temporelle, ce qui est à l'origine de l'apparition de modulation rapide. Pour s'affranchir de ce problème, il est toutefois possible de filtrer au préalable le champ dans le domaine spectral. Ainsi, en appliquant une super-gaussienne d'ordre 10, de largeur 0.18 rad fs^{-1} centrée sur le barycentre du spectre (Fig.E.4a), les oscillations rapides observées précédemment disparaissent du profil temporel de l'impulsion (Fig. E.4b, courbe bleue).

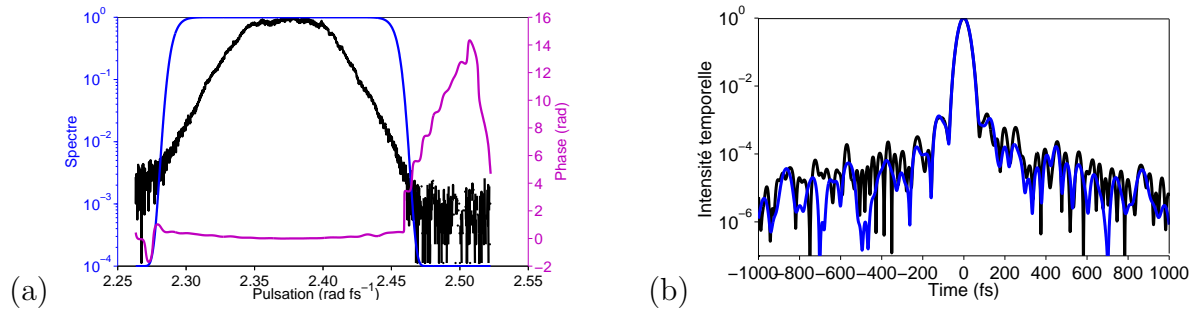


FIGURE E.4 – (a) Spectre de la voie de référence en noir, filtre super-gaussien utilisé pour le calcul de l'intensité temporelle en bleu, phase spectrale reconstruite par interférométrie spectrale (Fig.E.3b) en violet. (b) Intensité temporelle associée calculée avec (bleu) et sans (noir) filtrage par une super-gaussienne.

Pour montrer l'importance de l'utilisation de ce filtre spectral pour nos expériences, j'ai calculé les largeurs à mi-hauteur et rms de l'intensité temporelle avec et sans filtrage (tableau E.1). L'écart de 1.5 fs sur la largeur à mi-hauteur et de -1.3 fs sur la largeur rms

	avec filtrage	sans filtrage
Δ_t (fs)	48.4	46.9
σ_t (fs)	22.1	23.4

TABLE E.1 – Largeur à mi-hauteur et largeur rms de l'intensité temporelle calculée avec et sans filtrage dans le domaine spectral.

est du même ordre de grandeur que l'écart associé à la précision avec laquelle une partie des phases étudiées dans ce manuscrit sont générées avec un AOPDF. C'est pourquoi j'ai choisi d'appliquer systématiquement un filtrage spectral pour le calcul des intensités temporelles des chapitres 4 et 5.

E.3 Dimensionnement du filtre spatial

Je présente ici le dimensionnement du filtre spatial installé en amont de l'interféromètre dans le cadre des expériences présentées dans les chapitres 4 et 5. Le schéma de ce filtre est donnée figure E.5.

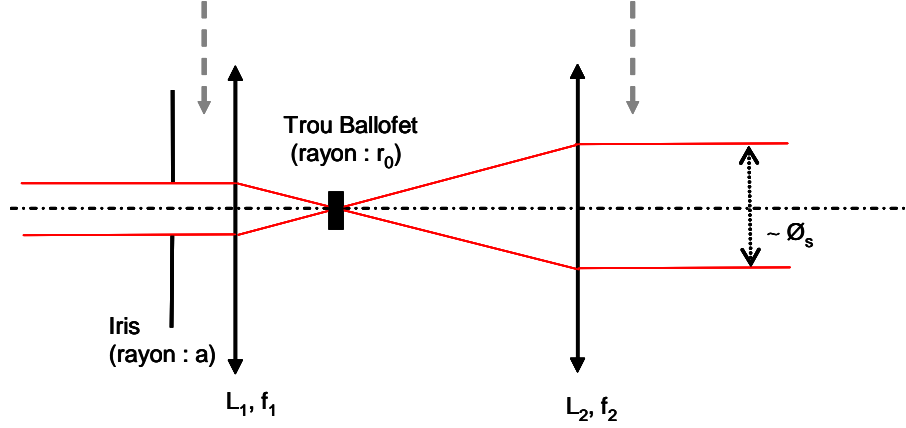


FIGURE E.5 – Schéma du montage de filtrage spatial

Pour un faisceau gaussien ou supergaussien collimaté fortement diaphragmé de sorte qu'en sortie de diaphragme l'éclairement soit homogène sur un disque de rayon a , l'éclairement I dans le plan focal image de la lentille L_1 s'écrit :

$$I(r, \lambda) = \left(\frac{\pi a^2}{\lambda f_1} \right)^2 \left[\frac{2J_1 \left(\frac{2\pi r a}{\lambda f_1} \right)}{\frac{2\pi r a}{\lambda f_1}} \right]^2 \quad (\text{E.1})$$

où J_1 est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 1. Le rayon r_0 du trou de filtrage doit être choisi égal au rayon du premier zéro de la tache d'Airy soit :

$$r_0 \sim 1.22 \frac{\lambda f_1}{2a} \quad (\text{E.2})$$

Pour le dimensionnement, la longueur d'onde choisie est $\lambda = \lambda_0 = 800$ nm. La partie de la fonction de Bessel conservée à travers le trou de filtrage peut être approximée par une gaussienne de waist w_0 . A une distance $z = f_2$ de la lentille L_2 , le waist w'_0 du faisceau est donné par la relation suivante :

$$w'_0 = \frac{\lambda}{\pi w_0} f_2 \quad (\text{E.3})$$

Les caractéristiques du filtre spatial dimensionné pour les expériences des chapitres 4 et 5 sont résumées dans le tableau E.2.

Les lentilles L_1 et L_2 sont des lentilles de silice traitées anti-reflet à 800 nm. Le trou de filtrage utilisé est constitué d'une filière en diamant naturel ou synthétique¹.

1. [http ://www.ballofetdie.com](http://www.ballofetdie.com)

a (mm)	2.1
f_1 (mm)	500
r_0 (mm)	0.1
f_2 (mm)	400

TABLE E.2 – Caractéristiques du filtre spatial utilisé

Remarque : La puissance critique associée au phénomène d’auto-focalisation dans l’air à pression atmosphérique est d’environ 3.2 GW pour une longueur d’onde centrale de 800 nm. L’énergie du faisceau en sortie de diaphragme est de 5.2 μ J pour des impulsions de durée 60 fs, soit une puissance instantanée d’environ 1.7 GW. Nous sommes donc en dessous de la puissance critique dans l’air.

E.4 Analyse 2D du faisceau sur chaque voie

Les spectres des impulsions de la voie de référence et de celle de mesure en présence d’AOPDF sont respectivement donnés figure E.6 a et b. Pour cet enregistrement, une phase ϕ_{comp} a été programmée sur l’AOPDF (section 5.2, chapitre 5). Ces deux spectres

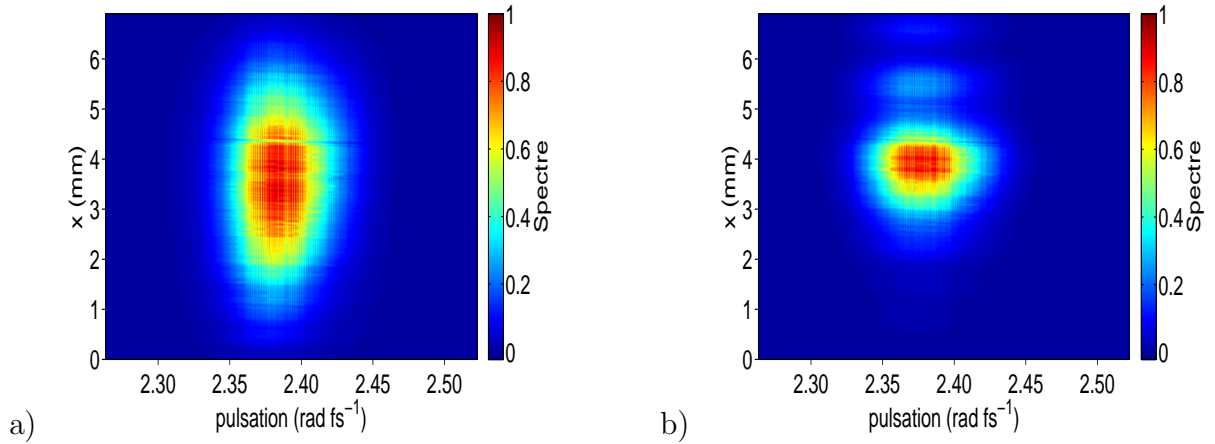


FIGURE E.6 – Spectres des impulsions de la voie de référence (a) et de la voie de mesure en présence de l’AOPDF (b)

présentent des modulations identiques à celles obtenues en $x = x_0 \sim 3.9$ mm sur les voies de référence et de mesure en absence d’AOPDF (Fig. 4.12 a et b). Ces modulations sont mises en évidence sur la transformée de Fourier 2D (Fig.E.7) du spectre de la voie de référence. Les répliques responsables de ces modulations sont annotées en jaune sur la figure (retard).

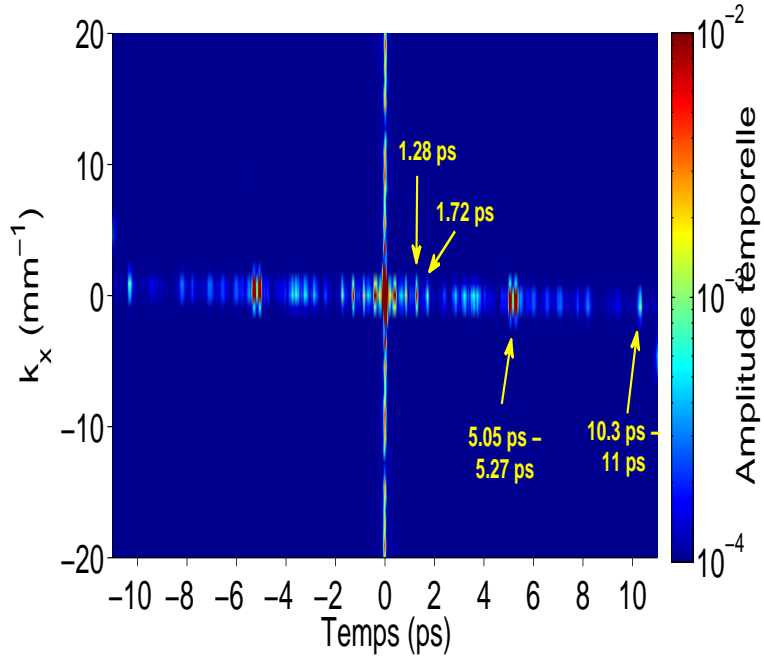


FIGURE E.7 – Transformée de Fourier 2D du spectre de la voie de référence (Fig. E.6 a)

E.5 Caractérisation 1D de l'AOPDF ($x = x_0 \sim 3.9$ mm)

E.5.1 Etude détaillée de la génération de phases quadratiques

Six valeurs de phases quadratiques différentes sont étudiées par pas de 1000 fs^2 entre -3000 fs^2 et 3000 fs^2 .

La moyenne des coefficients d'ordre 2 des ajustements polynomiaux réalisés sur les 21 mesures monocoup de chaque valeur de phase programmée est présentée figure E.8 en fonction de la valeur du coefficient d'ordre 2 programmé.

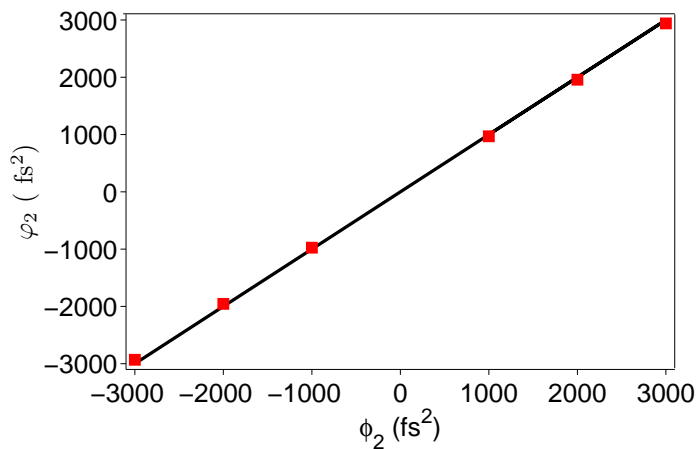


FIGURE E.8 – Moyenne sur 21 tirs des coefficients de Taylor d'ordre 2 de la phase spectrale mesurée en fonction des coefficients programmés (rectangle). Droite des coefficients programmés en noir

Le tableau E.3 présente l'écart ϵ_{φ_2} à la valeur du coefficient programmé, la précision de mesure accessible ($\epsilon_{\varphi_2}^{interfero}$) et les fluctuations rms σ_{φ_2} sur chaque coefficient.

Pour chaque phase quadratique étudiée, un écart à la phase programmée, supérieur à la

ϕ_2 (fs ²)	-3000	-2000	-1000	1000	2000	3000
φ_2 (fs ²)	-2933	-1956	-975	969	1956	2938
σ_{φ_2} (fs ²)	23.5	25.3	26.9	23.8	19.5	22.0
ϵ_{φ_2} (%)	2.22	2.20	2.51	3.09	2.21	2.05
$\epsilon_{\varphi_2}^{interfero}$ (%)	0.15	0.27	0.27	0.10	0.14	0.19

TABLE E.3 – Analyse des coefficients d'ordre 2 mesurés

limite imposée par la précision de mesure, est mis en évidence. La précision de la génération de phases d'ordre 2 avec l'AOPDF est d'environ 2.4% en $x = x_0$.

Le tableau E.4 donne les écarts rms σ_{φ} mesurés pour chaque phase appliquée ainsi que la précision $\sigma_{interfero}$ de la mesure. Nous retrouvons bien une petite erreur sur la génération de phases quadratiques dont l'origine est expliquée dans la section 5.6.

ϕ_2 (fs ²)	-3000	-2000	-1000	1000	2000	3000
σ_{φ} (mrad)	71.2	47.6	27.6	30.8	46.6	71.1
$\sigma_{interfero}$ (mrad)	18.0	23.2	20.2	19.8	19.7	18.9
σ_{fluct} (mrad)	44.7	42.0	44.0	40.6	32.0	33.2

TABLE E.4 – Analyse des différents écarts rms obtenus pour chaque phase programmée

Remarque : Dans le cas d'une mesure monocoup, l'écart observé pour les phases +1000 et -1000 fs² est inférieur aux fluctuations rms tir à tir sur la phase et n'est donc pas décelable. Nous voyons ici la nécessité de travailler sur la moyenne de la phase sur plusieurs tirs.

Dans le domaine temporel, les variations sur la largeur rms de l'intensité introduites par l'écart à la phase programmée sont inférieures à 2 fs (tableau E.5). L'erreur sur la largeur à mi-hauteur est en revanche plus importante. Pour une phase programmée de 3000 fs², elle atteint 5.1 fs.

ϕ_2 (fs ²)	-3000	-2000	-1000	1000	2000	3000
$\Delta_{t_{prog}}$ (fs)	184.4	130.4	73.0	73.0	130.4	184.4
$\Delta_{t_\varphi} - \Delta_{t_{prog}}$ (fs)	-4.3	-0.7	-1.6	-3.2	-4.0	-5.1
$\Delta_{t_{interfero}} - \Delta_{t_{prog}}$ (fs)	0.6	-0.6	-0.2	-0.4	0.5	0.1
$\Delta_{t_{+fluct}} - \Delta_{t_\varphi}$ (fs)	-2.2	-0.4	-1.5	1.7	1.7	2.9
$\Delta_{t_{-fluct}} - \Delta_{t_\varphi}$ (fs)	6.6	1.2	0.6	-4.1	-0.3	-5.7
$\sigma_{t_{prog}}$ (fs)	78.5	54.5	32.5	32.5	54.5	78.5
$\sigma_{t_\varphi} - \sigma_{t_{prog}}$ (fs)	-1.4	-1.0	-0.1	-0.5	-1.0	-1.9
$\sigma_{t_{interfero}} - \sigma_{t_{prog}}$ (fs)	0.04	0.1	0.06	0.2	0.2	0.1
$\sigma_{t_{+fluct}} - \sigma_{t_{varphi}}$ (fs)	-1.0	-0.8	-0.8	1.4	0.7	1.2
$\sigma_{t_{-fluct}} - \sigma_{t_{varphi}}$ (fs)	0.7	0.9	1.0	0.7	-0.6	-0.7

TABLE E.5 – Analyse des écarts sur les largeurs à mi-hauteur et rms de l’intensité temporelle. $\Delta_{t_{prog}}$, $\sigma_{t_{prog}}$: Largeurs à mi-hauteur et rms de l’intensité temporelle associée à la phase programmée. Δ_{t_φ} , σ_{t_φ} : Largeurs à mi-hauteur et rms de l’intensité temporelle associée à la phase moyenne mesurée $\Delta\varphi_f$. $\Delta_{t_{interfero}}$, $\sigma_{t_{interfero}}$: Largeurs à mi-hauteur et rms de l’intensité temporelle associée à la phase $\Delta\varphi_f^{simu}$. $\Delta_{t_{+fluct}}$, $\sigma_{t_{+fluct}}$, $\Delta_{t_{-fluct}}$, $\sigma_{t_{-fluct}}$: Largeurs à mi-hauteur et rms de l’intensité temporelle associée respectivement aux phases $\Delta\varphi_f + \epsilon_{fluct}$ et $\Delta\varphi_f - \epsilon_{fluct}$. L’amplitude spectrale utilisée, dans chaque cas, pour le calcul de l’intensité temporelle correspond à la racine carrée du spectre de la figure E.2. Les notations $\Delta\varphi_f$, $\Delta\varphi_f^{simu}$ et ϵ_{fluct} sont définies dans la section 5.1.4 et dans le glossaire

E.5.2 Etude détaillée de la génération de phases cubiques

Six valeurs de phases cubiques différentes ont été testées par pas de 66700 fs³ entre -200100 fs³ et +200100 fs³.

Analyse d’une phase cubique de -66700 fs³

Le coefficient d’ordre 3 moyen des ajustements polynomiaux ($\sigma_{poly}^m \sim 22.6$ mrad) effectués sur chacune des 21 phases mesurées est -65158 fs³, soit un écart de 2.31 % par rapport au coefficient programmé (tableau E.6).

Pour estimer la précision $\epsilon_{-66700fs^3}^{interfero}$, la phase de référence ϕ_{ref}^{simu} utilisée est l’ajustement polynomial à l’ordre 3 de la phase φ_{SC} représentée figure 5.6. La précision obtenue est de 1.7% (tableau E.6). Un écart de 2.31% (+1.7%) est donc observé expérimentalement sur le coefficient d’ordre 3 de -66700 fs³.

Une phase quadratique résiduelle apparaît sur chacune des 21 mesures dont le coefficient d’ordre 2 varie entre -57 et 58 fs².

La figure E.9 montre la phase spectrale moyenne reconstruite sur 21 tirs (après soustraction de la phase de référence). La forme de l’enveloppe AC diffère de celle reconstruite lors des mesures précédentes par la présence de modulations supplémentaires qui s’expliquent par la largeur plus grande du filtre temporel utilisé ici.

L’écart $\Delta\varphi_f - \phi_{sh}$ à la phase cubique programmée de -66700 fs³ est tracé en violet figure E.10. La précision $\Delta\varphi_f^{simu} - \Delta\phi_f^{simu}$ accessible pour cette mesure est représen-

ϕ_3 (fs ³)	-66700
φ_3 (fs ³)	-65158
σ_{φ_3} (fs ³)	1491
ϵ_{φ_3} (%)	2.31
$\epsilon_{\varphi_3}^{interfero}$ (%)	1.7

TABLE E.6 – Analyse sur les coefficients d'ordre 3 mesurés pour une valeur programmée de -66700 fs³

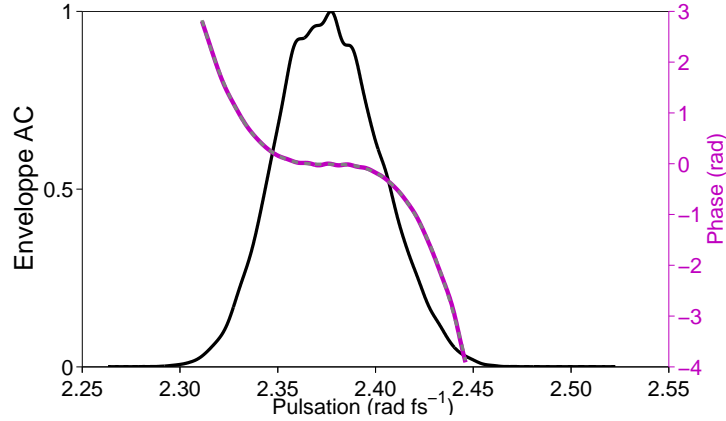


FIGURE E.9 – Phase spectrale moyenne reconstruite pour une phase programmée avec l'AOPDF de -66700 fs³ après soustraction de la phase spectrale de référence (Fig.5.6) (courbe violette). En pointillés gris, ajustement polynomial à l'ordre 3. En noir, enveloppe AC reconstruite.

tée en rouge sur cette même figure. Ces deux courbes montrent l'existence d'une er-

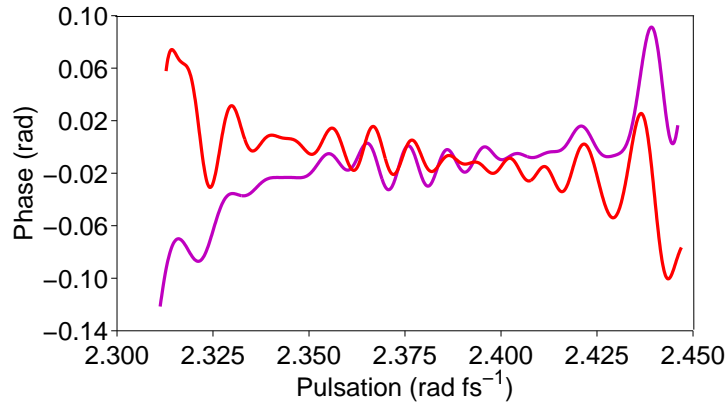


FIGURE E.10 – En violet, écart à la phase programmée de -66700 fs³. En rouge précision de la mesure d'une telle phase dans les conditions expérimentales

reur sur la phase mesurée d'amplitude maximale 0.24 rad qui peut être caractérisée par l'écart rms $\sigma_{\varphi} = 36.2$ mrad, légèrement supérieur à la limite de précision de la mesure : $\sigma_{interfero} \sim 30.5$ mrad.

L'intensité temporelle calculée en utilisant le spectre de la voie de référence et une phase cubique de -66700 fs³ (en noir Fig. E.11) a pour largeur à mi-hauteur $\Delta_{t_{prog}} = 62.8$ fs et

une largeur rms $\sigma_{t_{prog}} = 37.5 fs$. L'intensité temporelle recalculée à partir de la phase spectrale mesurée (Fig. E.9) est représentée en violet figure E.11. L'écart entre phase programmée et phase mesurée se traduit par une variation de la largeur temporelle à mi-hauteur de -0.5 fs et une variation de la largeur rms de -0.2 fs, ce qui est négligeable.

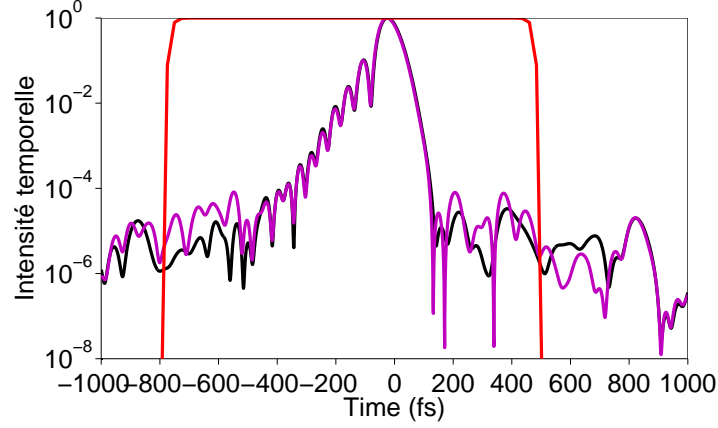


FIGURE E.11 – Intensité temporelle calculée à partir du spectre mesuré sur la voie de référence (Fig.4.12a) en noir pour une phase cubique de $-66700 fs^3$, en violet pour la phase mesurée par interférométrie spectrale (Fig.E.9). En rouge, filtre temporel définissant la plage de détermination physique de l'intensité temporelle

Analyse sur l'ensemble des phases cubiques programmées

La moyenne des coefficients d'ordre 3 des ajustements polynomiaux réalisés sur les 21 mesures monocoup de chaque valeur de phase programmée est présentée figure E.12 en fonction de la valeur du coefficient d'ordre 3 programmé.

Le tableau E.7 présente l'écart ϵ_{φ_3} à la valeur du coefficient programmé, la précision de

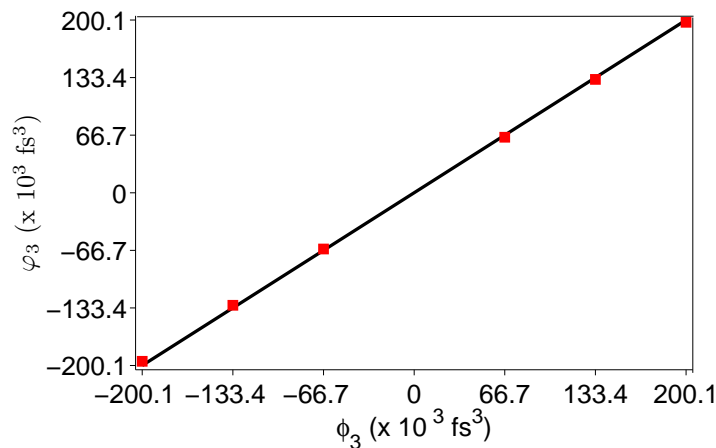


FIGURE E.12 – Moyenne sur 21 tirs des coefficients de Taylor d'ordre 3 de la phase spectrale mesurée en fonction des coefficients programmés (rectangle). Droite des coefficients programmés en noir

mesure accessible ($\epsilon_{\varphi_3}^{interfero}$) et les fluctuations rms σ_{φ_3} sur chaque coefficient.

ϕ_3 (fs ³)	-200100	-133400	-66700	66700	133400	200100
φ_3 (fs ³)	-195218	-130412	-65157.7	64337	131280	197470
σ_{φ_3} (fs ³)	1207	1344	1491	1725	1351	1093
ϵ_{φ_3} (%)	2.44	2.24	2.31	3.54	1.59	1.31
$\epsilon_{\varphi_3}^{interfero}$ (%)	0.3	0.5	1.7	1.5	0.3	0.4

TABLE E.7 – Analyse des coefficients d'ordre 3 mesurés

La diminution de la précision de la mesure peut s'expliquer par la largeur spectrale à mi-hauteur de l'impulsion de référence qui n'est que de 20 nm. Une impulsion plus large spectralement permettrait d'obtenir une meilleure précision.

Pour chaque phase cubique étudiée, un écart à la phase programmée, supérieur à la limite imposée par la précision de mesure, est mis en évidence. La précision de la génération de phases d'ordre 3 avec l'AOPDF est d'environ 2.2 % en $x = x_0$ (à la précision près de la mesure d'interférométrie).

Pour chaque phase cubique programmée, une phase quadratique résiduelle est observée. Le tableau E.8 donne les écarts rms σ_φ mesurés pour chaque phase programmée ainsi que la précision $\sigma_{interfero}$ de la mesure. Nous retrouvons bien une erreur sur la génération de phases cubiques dont l'origine est expliquée dans la section 5.6.

ϕ_3 (fs ³)	-200100	-133400	-66700	66700	133400	200100
σ_φ (mrad)	125.7	92.5	36.2	52.5	90.1	158.8
$\sigma_{interfero}$ (mrad)	37.7	36.1	30.5	25.7	32.1	35.1
σ_{fluct} (mrad)	58.3	51.5	47.6	50.2	55.2	57.9

TABLE E.8 – Analyse des différents écarts rms obtenus pour chaque phase programmée

Dans le domaine temporel, les variations sur la largeur à mi-hauteur de l'intensité introduites par l'écart à la phase programmée sont inférieurs à 0.8 fs (tableau E.9). L'erreur sur la largeur rms est en revanche plus importante (jusqu'à 1.9 fs).

ϕ_3 (fs ³)	-200100	-133400	-66700	66700	133400	200100
$\Delta_{t_{prog}}$ (fs)	83.3	74.6	62.8	62.8	74.6	83.3
$\Delta_{t_\varphi} - \Delta_{t_{prog}}$ (fs)	0.2	0.2	-0.5	0.8	-0.7	0.4
$\Delta_{t_{interfero}} - \Delta_{t_{prog}}$ (fs)	-0.1	-0.6	-0.08	0.06	0.8	0.7
$\Delta_{t_{+fluct}} - \Delta_{t_\varphi}$ (fs)	-1.2	-0.2	0.3	-1.6	-0.05	-0.08
$\Delta_{t_{-fluct}} - \Delta_{t_\varphi}$ (fs)	-0.4	-0.1	0.06	0.4	0.1	-0.6
$\sigma_{t_{prog}}$ (fs)	96.4	66.1	37.5	37.4	66.9	96.8
$\sigma_{t_\varphi} - \sigma_{t_{prog}}$ (fs)	-1.7	-0.4	-0.2	-1.0	2.6	1.9
$\sigma_{t_{interfero}} - \sigma_{t_{prog}}$ (fs)	0.9	0.9	0.6	0.2	6.5	4.8
$\sigma_{t_{+fluct}} - \sigma_{t_{varphi}}$ (fs)	-0.8	0.3	-0.4	1.2	1.7	1.3
$\sigma_{t_{-fluct}} - \sigma_{t_{varphi}}$ (fs)	1.3	1.8	0.6	0.06	-0.5	0.09

TABLE E.9 – Analyse des écarts sur les largeurs à mi-hauteur et rms de l'intensité temporelle (notations définies dans le tableau E.5)

E.5.3 Etude détaillée de la génération de phases polynomiales d'ordre 4

Six valeurs de phases polynomiales d'ordre 4 différentes ont été étudiées par pas de 3.6E6 fs⁴ entre -10.8E6 et +10.8E6 fs⁴.

Analyse d'une phase polynomiale d'ordre 4 : +10.8E6 fs⁴

Le coefficient d'ordre 4 moyen des ajustements polynomiaux ($\sigma_{poly}^m \sim 48.5$ mrad) effectués sur chacune des 21 phases mesurées est de 10.386E6 fs⁴, soit un écart de 3.84% par rapport au coefficient programmé (tableau E.10).

Pour estimer la précision $\epsilon_{10.8E6fs^4}^{interfero}$, la phase de référence ϕ_{ref}^{simu} utilisée est l'ajustement polynomial à l'ordre 4 de la phase φ_{SC} (Fig. 5.6). Cette précision est de 0.8% (tableau E.10). Un écart de 3.84% (+0.8%) est donc mis en évidence expérimentalement sur le coefficient d'ordre 4 de +10.8E6 fs⁴.

Des termes de phase quadratique et cubique résiduels sont observés sur chacune des 21

ϕ_4 (fs ⁴)	10.8E6
φ_4 (fs ⁴)	10.386E6
σ_{φ_4} (fs ⁴)	9.608E4
ϵ_{φ_4} (%)	3.84
$\epsilon_{\varphi_4}^{interfero}$ (%)	0.8

TABLE E.10 – Analyse sur les coefficients d'ordre 4 mesurés pour une valeur programmée de 10.8E6 fs⁴.

mesures dont les coefficients d'ordre 2 et 3 varient respectivement entre -61 et 90 fs² et entre 4066 et 9828 fs³.

La figure E.13 présente la moyenne sur 21 tirs de la phase spectrale reconstruite (après

soustraction de la phase de référence). La forme de l'enveloppe AC diffère de celle recons-

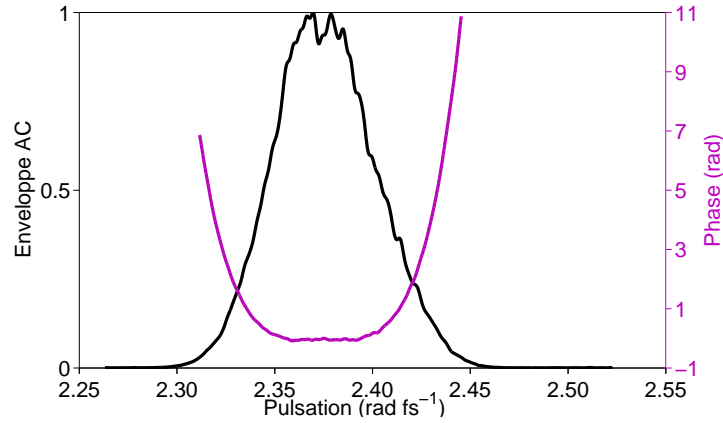


FIGURE E.13 – *Phase spectrale moyenne reconstruite pour une phase programmée avec l'AOPDF de $10.8E6 \text{ fs}^4$ après soustraction de la phase spectrale de référence (Fig.5.6) (courbe violette). En pointillés gris, ajustement polynomial à l'ordre 4. En noir enveloppe AC reconstruite*

truite dans les sections 5.2 (phase ϕ_{comp} programmée), 5.3 et E.5.1 (phase ϕ_2 programmée) du fait de la largeur du filtre temporel utilisé ici.

L'écart $\Delta\varphi_f - \phi_{sh}$ à la phase d'ordre 4 programmée de $+10.8E6 \text{ fs}^4$ est tracé en violet figure E.14. La précision $\Delta\varphi_f^{simu} - \Delta\phi_f^{simu}$ accessible pour cette mesure correspond à la courbe rouge sur cette même figure. Il existe donc une erreur sur la phase mesurée pour les pulsations les plus basses d'amplitude maximale 0.6 rad. Elle peut être caractérisée par l'écart rms σ_φ qui vaut ici 154.1 mrad, supérieur à la limite de précision de la mesure : $\sigma_{interfero} \sim 47.7 \text{ mrad}$.

L'intensité temporelle calculée en utilisant le spectre de la voie de référence et une phase

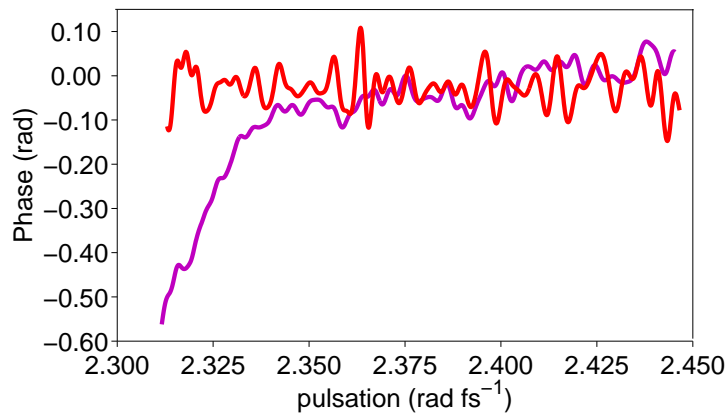


FIGURE E.14 – *En violet, écart à la phase programmée de $+10.8E6 \text{ fs}^4$. En rouge précision de la mesure d'une telle phase dans les conditions expérimentales*

polynomiale d'ordre 4 de $10.8E6 \text{ fs}^4$ (en noir Fig. E.15) a pour largeur à mi-hauteur $\Delta t_{prog} = 88.9 \text{ fs}$ et une largeur rms $\sigma_{tprog} = 116.9 \text{ fs}$. L'intensité temporelle recalculée à partir de la phase spectrale mesurée (Fig. E.13) est représentée en violet figure E.15.

L'écart entre phase programmée et phase mesurée induit une variation de 0.9 fs sur la largeur temporelle à mi-hauteur et de -0.3 fs sur la largeur rms.

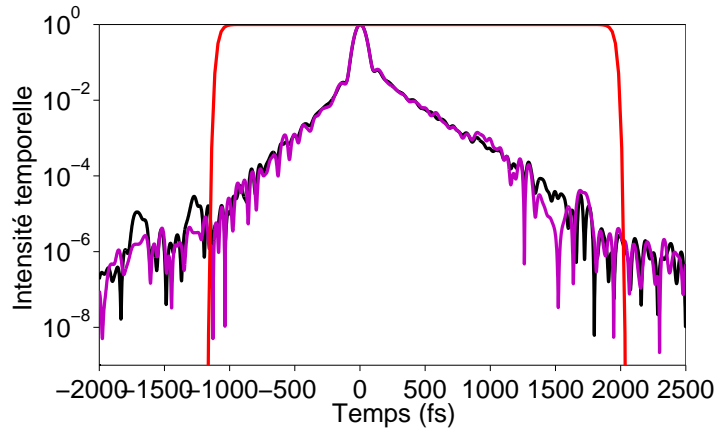


FIGURE E.15 – Intensité temporelle calculée à partir du spectre mesuré sur la voie de référence (Fig.4.12a) en noir pour une phase polynomiale d'ordre 4 de $10.8E6 \text{ fs}^4$, en violet pour la phase mesurée par interférométrie spectrale (Fig.E.13). En rouge, filtre temporel définissant la plage de détermination physique de l'intensité temporelle

Analyse sur l'ensemble des phases polynomiales d'ordre 4 programmées

La moyenne des coefficients d'ordre 4 des ajustements polynomiaux réalisés sur les 21 mesures monocoup de chaque valeur de phase programmée est présentée figure E.16 en fonction de la valeur du coefficient d'ordre 4 programmé.

Le tableau E.11 présente l'écart ϵ_{φ_4} à la valeur du coefficient programmée, la précision

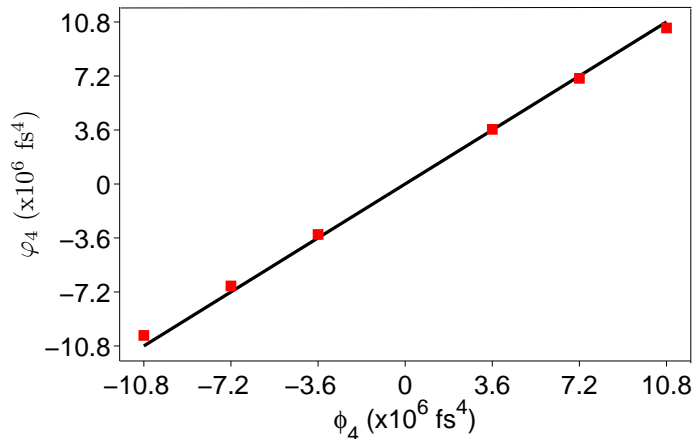


FIGURE E.16 – Moyenne sur 21 tirs des coefficients de Taylor d'ordre 4 de la phase spectrale mesurée en fonction des coefficients programmés (rectangle). Droite des coefficients programmés en noir.

de mesure accessible ($\epsilon_{\varphi_4}^{interfero}$) et les fluctuations rms σ_{φ_4} sur chaque coefficient.

La diminution de la précision de la mesure peut s'expliquer par la largeur spectrale à mi-hauteur de l'impulsion de référence de 20 nm. Une impulsion plus large spectralement

ϕ_4 (fs ⁴)	-10.8E6	-7.2E6	-3.6E6	3.6E6	7.2E6	10.8E6
φ_4 (fs ⁴)	-10.103E6	-6.804E6	-3.370E6	3.642E6	7.040E6	10.386E6
σ_{φ_4} (fs ⁴)	1.412E5	1.527E5	1.570E5	1.130E5	1.040E5	9.608E4
ϵ_{φ_4} (%)	6.45	5.51	6.39	1.18	2.23	3.84
$\epsilon_{\varphi_4}^{interfero}$ (%)	1.1	0.5	1.2	1.6	0.04	0.8

TABLE E.11 – Analyse des coefficients d'ordre 4 mesurés.

permettrait d'obtenir une meilleure précision.

La précision de génération de la phase de +3.6E6 fs⁴ ne peut être déduite de ces mesures puisque l'écart mesuré expérimentalement est inférieur à la limite imposée par la précision de la mesure. En revanche, pour les autres valeurs de phases étudiées, un écart à la phase programmée est observé. La précision de la génération de phases d'ordre 4 avec l'AOPDF est d'environ 4.3% en $x = x_0$ (à la précision près de la mesure d'interférométrie).

Pour chaque phase d'ordre 4 programmée, des termes de phase quadratique et cubique sont obtenus.

Le tableau E.12 donne les écarts rms σ_φ mesurés pour chaque phase programmée ainsi que la précision $\sigma_{interfero}$ de la mesure. Nous retrouvons ici une erreur pour toutes les phases d'ordre 4 générées.

ϕ_4 (fs ⁴)	-10.8E6	-7.2E6	-3.6E6	3.6E6	7.2E6	10.8E6
σ_φ (mrad)	149.7	94.0	46.4	65.7	127.6	154.1
$\sigma_{interfero}$ (mrad)	43.4	42.5	46.7	17.1	47.1	47.7
σ_{fluct} (mrad)	63.3	71.9	69.8	43.1	56.8	59.1

TABLE E.12 – Analyse des différents écarts rms obtenus pour chaque phase programmée

Dans le domaine temporel, les variations sur la largeur à mi-hauteur de l'intensité introduites par l'écart à la phase programmée sont inférieures à 1 fs, celles sur la largeur rms inférieures à 1.5 fs (tableau E.13).

ϕ_4 (fs ⁴)	-10.8E6	-7.2E6	-3.6E6	3.6E6	7.2E6	10.8E6
$\Delta_{t_{prog}}$ (fs)	88.9	81.3	69.7	69.7	81.3	88.9
$\Delta_{t_\varphi} - \Delta_{t_{prog}}$ (fs)	-0.7	0.1	-0.1	-1.0	-0.4	0.9
$\Delta_{t_{interfero}} - \Delta_{t_{prog}}$ (fs)	-0.7	0.3	0.1	-0.7	-0.5	-0.1
$\Delta_{t_{+fluct}} - \Delta_{t_\varphi}$ (fs)	0.2	-0.3	-0.2	0.6	0.1	-0.02
$\Delta_{t_{-fluct}} - \Delta_{t_\varphi}$ (fs)	-0.01	0.4	0.1	-0.7	-0.2	0.4
$\sigma_{t_{prog}}$ (fs)	114.7	79.9	44.8	43.3	79.6	116.9
$\sigma_{t_\varphi} - \sigma_{t_{prog}}$ (fs)	-1.5	-0.4	2.2	-1.3	1.2	-0.3
$\sigma_{t_{interfero}} - \sigma_{t_{prog}}$ (fs)	5.5	6.8	10.8	-0.5	5.5	5.5
$\sigma_{t_{+fluct}} - \sigma_{t_{varphi}}$ (fs)	-0.4	0.1	-0.2	1.1	1.4	1.39
$\sigma_{t_{-fluct}} - \sigma_{t_{varphi}}$ (fs)	1.6	1.6	2.8	-0.8	-0.6	-0.3

TABLE E.13 – Analyse des écarts sur les largeurs à mi-hauteur et rms de l'intensité temporelle (notations définies dans le tableau E.5)

E.5.4 Etude détaillée de la génération de doubles impulsions

La moyenne des retards mesurés par ajustement polynomial à l'ordre 2 de chacune des 21 phases mesurées est présentée figure E.17 en fonction de la valeur de retard programmé.

Le tableau E.14 rassemble l'écart ϵ_τ à la valeur du coefficient programmé τ_{prog} , la pré-

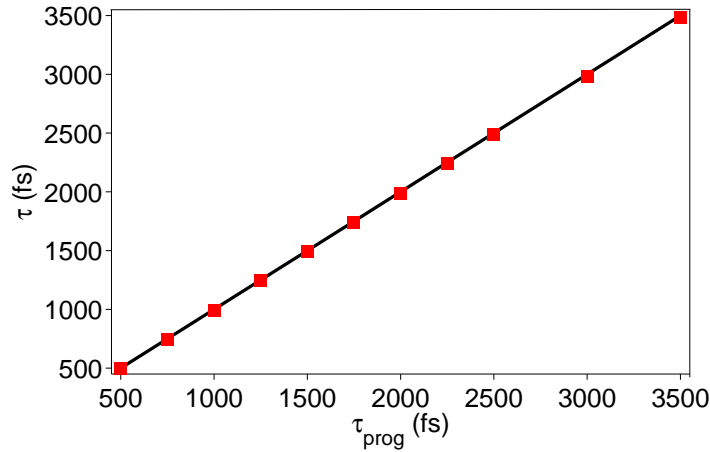


FIGURE E.17 – Moyenne sur 21 tirs des retards mesurés entre deux répliques générées par l'AOPDF en fonction de ceux programmés (rectangles rouges). Droite des retards programmés en noir

cision de mesure accessible ($\epsilon_\tau^{interfero}$) et les fluctuations rms σ_τ . L'écart rms σ_φ de la phase résiduelle après soustraction du retard est également donné avec l'écart rms minimal $\sigma_{interfero}$ lié à la précision de la mesure.

Les résultats expérimentaux ne sont pas limités par la précision de mesure et mettent en évidence un écart moyen de l'ordre de 0.57% sur la génération de retard par AOPDF.

Les fluctuations sur le retard mesuré montrent que la génération de deux répliques sans recombinaison avec la voie de référence permet de diminuer ces fluctuations d'un facteur au moins 5 (à comparer avec les 7.6 fs de fluctuations rms figure 5.7).

Pour chaque valeur de retard étudié, une phase résiduelle principalement quadratique est

τ_{prog} (fs)	τ (fs)	ϵ_τ (%)	$\epsilon_\tau^{interfero}$ (%)	σ_τ (fs)	σ_φ (mrad)	$\sigma_{interfero}$ (mrad)
500	496.7	0.65	0.05	0.7	80.8	41.6
750	745.2	0.63	0.03	1.0	72.4	22.4
1000	994.3	0.57	0.001	0.9	88.1	33.8
1250	1242.5	0.60	0.02	1.0	85.8	31.6
1500	1491.4	0.57	0.001	1.2	78.5	34.5
1750	1741.3	0.50	0.004	1.5	83.5	16.2
2000	1989.7	0.52	0.005	1.5	98.4	19.8
2250	2237.8	0.54	0.001	1.3	90.6	13.3
2500	2485.7	0.57	0	0.8	119.1	29.3
3000	2983.0	0.57	0.004	1.2	47.4	19.5
3500	3480.4	0.56	0	1.5	101.7	31.3

TABLE E.14 – Analyse de l'ensemble des retards mesurés

observée dont le coefficient d'ordre 2 associé ne dépasse pas la centaine de fs².

L'intensité temporelle de la réplique n°1 est calculée à partir du spectre de l'impulsion de référence et d'une phase plate, celle de la réplique n°2 à partir de la mesure indépendante de son spectre et de la phase résiduelle reconstruite expérimentalement.

Deux aspects sont alors intéressants à étudier. Le premier concerne la variation des largeurs à mi-hauteur (Δt_1 , Δt_2 TL) et rms (σ_{t_1} , σ_{t_2} TL) induite par la différence entre les spectres des deux répliques. Le second aspect porte sur la déviation sur les largeurs à mi-hauteur (Δt_2) et rms (σ_{t_2}) introduite par la phase résiduelle par rapport à l'impulsion limitée par transformée de Fourier (Δt_2 TL, σ_{t_2} TL). Les valeurs obtenues pour ces grandeurs sont regroupées dans le tableau E.15. La largeur T de la fenêtre temporelle utilisée pour le calcul de la largeur rms y est indiquée pour chaque retard. La largeur à mi-hauteur de l'intensité temporelle de la réplique 1, prise comme impulsion de référence, est $\Delta t_1 \sim 49.2$ fs. La déviation introduite par la différence des spectres est au maximum

τ_{prog} (fs)	Δt_2 TL (fs)	Δt_2 (fs)	σ_{t_1} (fs)	σ_{t_2} TL (fs)	σ_{t_2} (fs)	T (fs)
500	48.9	49.9	20.1	20.0	21.2	557
750	49.4	49.8	20.2	20.4	21.2	654
1000	49.5	49.7	20.5	20.6	21.9	847
1250	49.3	50.1	20.4	20.7	21.5	799
1500	49.6	50.0	20.7	20.9	22.3	1039
1750	49.4	49.6	21.0	21.0	22.8	1359
2000	49.8	50.0	20.7	20.8	21.6	1018
2250	49.7	50.0	20.7	21.2	21.7	1064
2500	49.7	50.1	20.6	20.8	21.8	920
3000	49.7	49.8	20.5	20.5	21.3	870
3500	49.6	49.9	20.7	20.6	21.5	1014

TABLE E.15 – Analyse des écarts sur les largeurs à mi-hauteur et rms de l'intensité temporelle des deux répliques

de 0.6 fs sur la largeur à mi-hauteur et de 0.4 fs sur la largeur rms. Ces déviations s'ex-

pliquent par les fluctuations tir à tir du spectre. En effet, elles induisent une fluctuation maximale sur 21 tirs de 0.5 fs sur la largeur à mi-hauteur et 0.5 fs sur la largeur rms ($T = 1018$ fs). La déviation introduite par la phase résiduelle est de 1.0 fs sur la largeur à mi-hauteur et de 1.4 fs sur la largeur rms. L'écart engendré par cette phase sur la largeur rms est systématiquement plus important que celui dû aux fluctuations du spectre.

E.6 Caractérisation 2D de l'AOPDF (support spatial Δx)

E.6.1 Etude détaillée de la génération de phases quadratiques

Six valeurs de phases quadratiques différentes sont étudiées par pas de 1000 fs² entre -3000 fs² et 3000 fs².

La moyenne des coefficients d'ordre 2 φ_2^{2D} des ajustements polynomiaux réalisés sur un support spatial Δx sur les 21 mesures monocoup de chaque valeur de phase programmée est donnée figure E.18 (ronds rouges) en fonction de la valeur du coefficient d'ordre 2 programmé. Cette figure montre une bonne corrélation avec les résultats obtenus en $x = x_0$, déterminés en annexe E.5.1 (Fig. E.8) et reportés ici sous la forme de croix bleues.

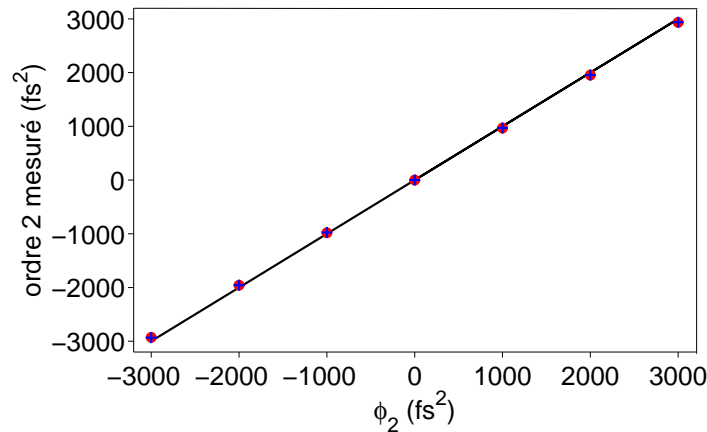


FIGURE E.18 – Moyenne sur 21 tirs des coefficients de Taylor d'ordre 2 (φ_2^{2D}) de la phase spectrale mesurée sur le support Δx (ronds rouges) et en $x = x_0$ (croix bleues) en fonction des coefficients programmés. Droite des coefficients programmés en noir

Le tableau E.16 présente l'écart $\epsilon_{\varphi_2}^{2D}$ à la valeur du coefficient programmé, la précision de mesure accessible ($\epsilon_{\varphi_2^{2D}}^{interfero}$) et les fluctuations rms $\sigma_{\varphi_2}^{2D}$ sur chaque coefficient ainsi que les données correspondantes déterminées en $x = x_0$ (annexe E.5.1, tableau E.3). La moyenne du coefficient de couplage $\varphi_{\omega x}$ est indiquée pour chaque valeur de phase programmée ainsi que sa précision $\epsilon_{\varphi_{\omega x}}^{2D}$ et ses fluctuations $\sigma_{\varphi_{\omega x}}^{2D}$.

Un écart au coefficient d'ordre 2 programmé est mis en évidence dans chaque cas. Cet écart est similaire à celui obtenu en $x = x_0$. Le coefficient de couplage prend des valeurs faibles. Sa dépendance avec le coefficient d'ordre 2 ϕ_2 programmé est globalement linéaire.

ϕ_2 (fs ²)	-3000	-2000	-1000	1000	2000	3000
φ_2^{2D} (fs ²)	-2929	-1957	-981	969	1953	2934
$\sigma_{\varphi_2}^{2D}$ (fs ²)	28.2	26.3	32.0	26.1	22.1	21.8
$\epsilon_{\varphi_2}^{2D}$ (%)	2.4	2.1	1.9	3.1	2.4	2.2
$\epsilon_{\varphi_2^{2D}}^{interfero}$ (%)	1.2E-3	0.16	0.40	0.16	0.05	0.24
$\varphi_{\omega x}$ (fs mm ⁻¹)	0.56	0.38	0.19	-0.19	-0.42	-0.64
$\sigma_{\varphi_{\omega x}}^{2D}$ (fs mm ⁻¹)	0.05	0.04	0.05	0.05	0.03	0.08
$\epsilon_{\varphi_{\omega x}^{2D}}^{interfero}$ (%)	2.6	2.7	7.6	4.3	3.4	2.6
φ_2 (fs ²)	-2933	-1956	-975	969	1956	2938
σ_{φ_2} (fs ²)	23.5	25.3	26.9	23.8	19.5	22.0
ϵ_{φ_2} (%)	2.22	2.20	2.51	3.09	2.21	2.05
$\epsilon_{\varphi_2}^{interfero}$ (%)	0.15	0.27	0.27	0.10	0.14	0.19

TABLE E.16 – Analyse des coefficients du développement de Taylor à l'ordre 2 mesurés

Le tableau E.17 donne les écarts rms σ_{φ}^{2D} et σ_{φ} mesurés pour chaque phase programmée ainsi que les précisions respectives associées $\sigma_{interfero}^{2D}$ et $\sigma_{interfero}$. L'erreur obtenue sur le support Δx est comparable à celle obtenue en $x = x_0$, ce qui montre l'homogénéité de la phase appliquée sur une grande partie de la colonne acoustique.

ϕ_2 (fs ²)	-3000	-2000	-1000	1000	2000	3000
σ_{φ}^{2D} (mrad)	80.2	44.8	32.0	33.1	57.5	66.1
$\sigma_{interfero}^{2D}$ (mrad)	23.9	16.4	17.9	15.0	18.8	20.1
σ_{φ} (mrad)	71.2	47.6	27.6	30.8	46.6	71.1
$\sigma_{interfero}$ (mrad)	18.0	23.2	20.2	19.8	19.7	18.9

TABLE E.17 – Analyse des différents écarts rms obtenus pour chaque phase programmée

E.6.2 Etude détaillée de la génération de phases cubiques

Analyse d'une phase cubique de -66700 fs³

Le coefficient d'ordre 3 moyen, φ_3^{2D} , des ajustements polynomiaux ($\sigma_{poly2D}^m \sim 38.6$ mrad) effectués sur chacune des 21 phases mesurées est -65034 fs³, soit un écart de 2.50% par rapport au coefficient programmé et de l'ordre de 124 fs³ par rapport à celui mesuré en $x = x_0$ (tableau E.6, section E.5.2, et tableau E.18). La mesure de ce coefficient est plus précise sur le support Δx (0.21 % comparé à 1.7% en une dimension).

Une valeur non-nulle du coefficient de couplage $\varphi_{2\omega x}$ moyen (sur 21 tirs) est déterminée : $\varphi_{2\omega x} \sim 22.8$ fs² mm⁻¹ (à 3.9% près), ce qui montre la dépendance de ce coefficient avec

la phase programmée.

La figure E.19 a) présente la moyenne sur 21 tirs de la phase reconstruite (après sous-

ϕ_3 (fs ³)	-66700
φ_3^{2D} (fs ³)	-65034
$\sigma_{\varphi_3}^{2D}$ (fs ³)	1707
$\epsilon_{\varphi_3}^{2D}$ (%)	2.50
$\epsilon_{\varphi_3^{2D}}^{interfero}$ (%)	0.21
$\varphi_{2\omega x}$ (fs ² mm ⁻¹)	22.8
$\sigma_{\varphi_{2\omega x}}^{2D}$ (fs ² mm ⁻¹)	4.6
$\epsilon_{\varphi_{2\omega x}^{2D}}^{interfero}$ (%)	3.9
φ_3 (fs ³)	-65158
σ_{φ_3} (fs ³)	1491
ϵ_{φ_3} (%)	2.31
$\epsilon_{\varphi_3}^{interfero}$ (%)	1.7

TABLE E.18 – Analyse sur les coefficients moyens du développement de Taylor à l'ordre 3 de chaque phase mesurée pour une phase programmée de -66700 fs³.

traction de la phase de référence). L'écart $\Delta\varphi_f - \phi_{sh}$ à la phase cubique de -66700 fs³ est tracé figure E.19 b). Sur une grande partie du support spatial représentée, l'amplitude maximale de cet écart est inférieure à 0.2 rad, similaire à l'écart de 0.24 rad obtenu en $x = x_0$ (Fig. E.10). En prenant en compte les bords de la colonne acoustique cette amplitude atteint 0.4 rad. L'écart rms correspondant est : $\sigma_{\varphi}^{2D} \sim 59.2$ mrad supérieur à la limite de précision de la mesure : $\sigma_{interfero}^{2D} \sim 15.0$ mrad. La différence avec l'écart rms $\sigma_{\varphi} \sim 36.2$ mrad (en $x = x_0$) s'explique par la présence d'une déviation plus importante sur les bords de la colonne acoustique.

La précision de génération de la phase de -66700 fs³ est donc très bonne sur une grande

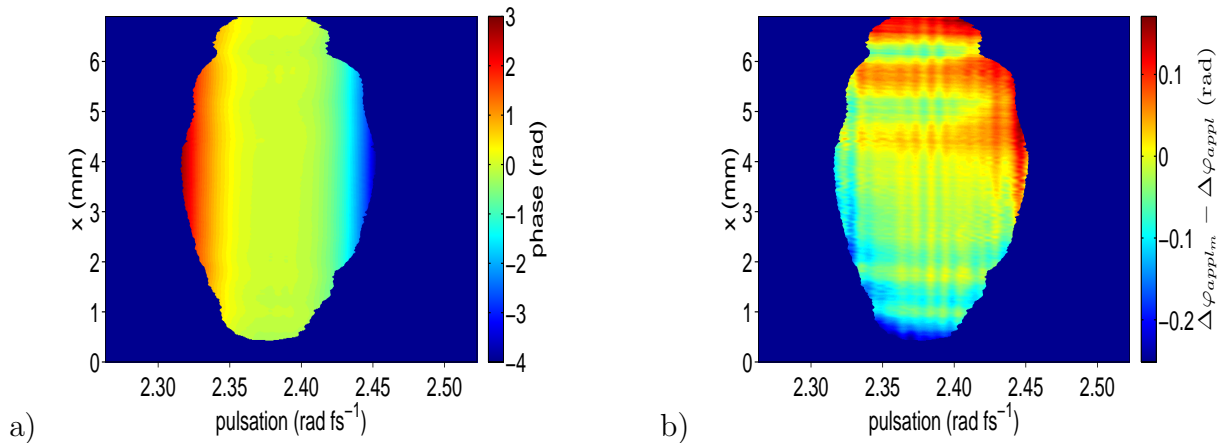


FIGURE E.19 – a) Phase spectrale moyenne (sur 21 tirs) reconstruite pour une phase programmée avec l'AOPDF de -66700 fs³ après soustraction de la phase de référence (Fig.5.6 b). Ecart à la phase programmée. Le masque sur la phase correspond à 3% du maximum de l'enveloppe AC reconstruite

partie de la colonne acoustique. Il est intéressant de noter que la déviation obtenue est

principalement observée sur les bords de la colonne acoustique.

Analyse sur l'ensemble des phases cubiques programmées

La moyenne des coefficients d'ordre 3 φ_3^{2D} des ajustements polynomiaux réalisés sur les 21 mesures monocoup de chaque valeur de phase programmée est donnée figure E.20 (ronds rouges) en fonction de la valeur du coefficient d'ordre 3 programmé. Cette figure montre une bonne corrélation avec les résultats obtenus en $x = x_0$, déterminés dans la section E.5.2 (Fig. E.12) et reportés ici sous la forme de croix bleues.

Le tableau E.19 présente l'écart $\epsilon_{\varphi_3}^{2D}$ à la valeur du coefficient programmé, la précision de

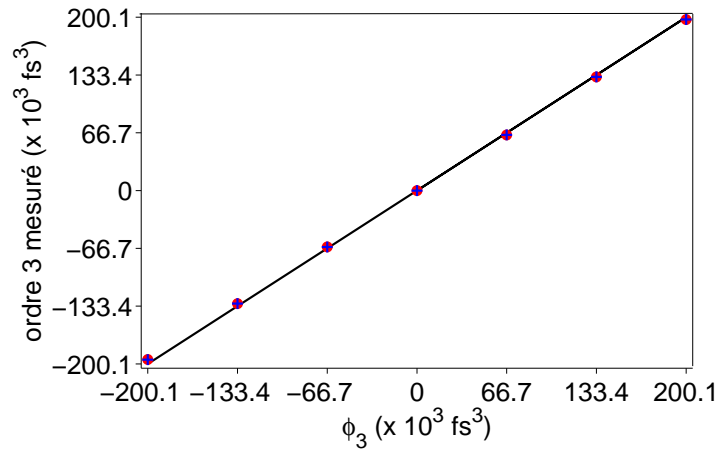


FIGURE E.20 – Moyenne sur 21 tirs des coefficients de Taylor d'ordre 3 (φ_3) de la phase spectrale mesurée sur le support Δx (ronds rouges) et en $x = x_0$ (croix bleues) en fonction des coefficients programmés. Droite des coefficients programmés en noir

mesure accessible ($\epsilon_{\varphi_3^{2D}}^{interfero}$) et les fluctuations rms $\sigma_{\varphi_3}^{2D}$ sur chaque coefficient ainsi que les données correspondantes déterminées en $x = x_0$ (section E.5.2, tableau E.7). La moyenne du coefficient de couplage $\varphi_{2\omega x}$ est indiquée pour chaque valeur de phase programmée ainsi que sa précision $\epsilon_{\varphi_{2\omega x}^{2D}}^{interfero}$ et ses fluctuations $\sigma_{\varphi_{2\omega x}}^{2D}$.

Un écart au coefficient d'ordre 3 programmé est mis en évidence dans chaque cas. Cet écart est similaire à celui obtenu en $x = x_0$. Le coefficient de couplage déterminé pour une phase de $+66700 \text{ fs}^3$ n'a pas de sens et ne doit donc pas être pris en compte dans l'analyse. Pour les autres valeurs de phases programmées, ce coefficient prend des valeurs faibles dont la variation avec la valeur du coefficient d'ordre 3 programmé est globalement linéaire.

Le tableau E.20 donne les écarts rms σ_{φ}^{2D} et σ_{φ}^{1D} mesurés ainsi que les précisions respectives associées $\sigma_{interfero}^{2D}$ et $\sigma_{interfero}$. Les valeurs obtenues en $x = x_0$ et sur le support spatial Δx sont comparables. Pour chaque phase programmée, une déviation plus importante est observée sur les bords de la colonne acoustique.

ϕ_3 (fs ³)	-200100	-133400	-66700	66700	133400	200100
φ_3^{2D} (fs ³)	-194981	-130570	-65034	64181	131163	197390
$\sigma_{\varphi_3}^{2D}$ (fs ³)	1450	1634	1707	1902	1517	1273
$\epsilon_{\varphi_3}^{2D}$ (%)	2.56	2.96	2.50	3.78	1.68	1.35
$\epsilon_{\varphi_3^{2D}}^{interfero}$ (%)	0.25	0.13	0.21	0.62	0.31	0.08
$\varphi_{2\omega x}$ (fs ² mm ⁻¹)	46.3	33.9	22.8	1.3	16.5	31.7
$\sigma_{\varphi_{2\omega x}}^{2D}$ (fs ² mm ⁻¹)	4.7	2.2	4.6	4.0	2.9	4.1
$\epsilon_{\varphi_{2\omega x}^{2D}}^{interfero}$ (%)	1.7	1.7	4.0	20.0	5.2	0.8
φ_3 (fs ³)	-195218	-130412	-65157.7	64337	131280	197470
σ_{φ_3} (fs ³)	1207	1344	1491	1725	1351	1093
ϵ_{φ_3} (%)	2.44	2.24	2.31	3.54	1.59	1.31
$\epsilon_{\varphi_3}^{interfero}$ (%)	0.3	0.5	1.7	1.5	0.3	0.4

TABLE E.19 – Analyse des coefficients du développement de Taylor à l'ordre 3 mesurés

ϕ_3 (fs ³)	-200100	-133400	-66700	66700	133400	200100
σ_{φ}^{2D} (mrad)	99.2	87.7	59.2	50.1	72.6	124.7
$\sigma_{interfero}^{2D}$ (mrad)	38.0	30.7	18.8	17.8	37.3	42.6
σ_{φ} (mrad)	125.7	92.5	36.2	52.5	90.1	158.8
$\sigma_{interfero}$ (mrad)	37.7	36.1	30.5	25.7	32.1	35.1

TABLE E.20 – Analyse des différents écarts rms obtenus pour chaque phase programmée

E.6.3 Etude détaillée de la générations de doubles impulsions

La moyenne des retards déterminés par ajustement polynomial à l'ordre 4 de $\Delta\varphi_j(x, \omega)$ (section 5.5) est présentée figure E.21 en fonction de la valeur du retard programmé τ_{prog} . Cette figure montre une bonne corrélation avec les résultats obtenus en $x = x_0$ (résultats présentés dans la section E.5.4, figure E.17 et reportés en croix bleues figure E.21).

Le tableau E.21 rassemble l'écart ϵ_{τ}^{2D} à la valeur du retard programmé, la précision de

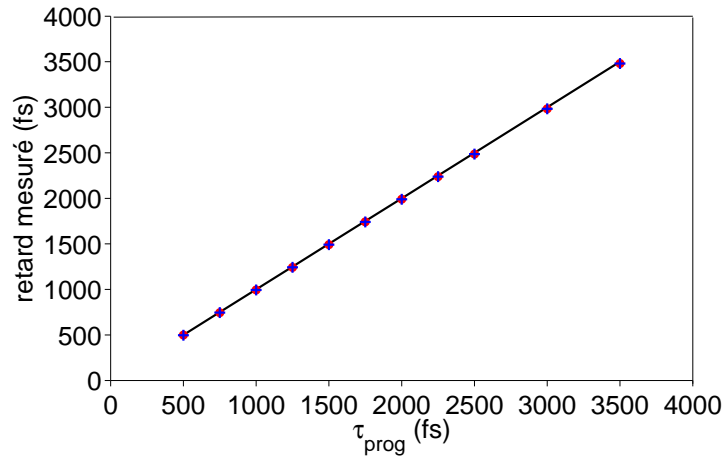


FIGURE E.21 – Moyenne sur 21 tirs des retards mesurés sur le support spatial Δx (ronds rouges), et en $x = x_0$ (croix bleues) en fonction des retards programmés entre les deux répliques. Droite des retards programmés en noir

mesure accessible ($\epsilon_{\tau 2D}^{interfero}$) et les fluctuations rms σ_{τ}^{2D} ainsi que l'écart ϵ_{τ} mesuré en $x = x_0$ (section E.5.4, tableau E.14). Un écart au retard programmé est mis en évidence. La similitude avec l'écart déterminé en $x = x_0$ montre l'homogénéité de la génération sur une grande partie de la colonne acoustique.

La moyenne du coefficient φ_x , la précision $\epsilon_{\varphi_x 2D}^{interfero}$ et les fluctuations $\sigma_{\varphi_x}^{2D}$ sont indiquées

τ_{prog} (fs)	τ^{2D} (fs)	ϵ_{τ}^{2D} (%)	$\epsilon_{\tau 2D}^{interfero}$ (%)	σ_{τ}^{2D} (fs)	ϵ_{τ} (%)
500	498.9	0.23	0.16	1.5	0.65
750	744.8	0.69	0.02	1.7	0.63
1000	994.0	0.60	0.02	1.4	0.57
1250	1242.0	0.64	0.05	1.3	0.60
1500	1491.7	0.56	9E-4	1.7	0.57
1750	1741.8	0.47	0.01	2.0	0.50
2000	1990.3	0.49	2E-3	2.2	0.52
2250	2237.8	0.54	4E-3	2.1	0.54
2500	2485.7	0.57	0.01	1.3	0.57
3000	2983.3	0.56	4E-4	1.6	0.57
3500	3480	0.56	0.7	2.1	0.56

TABLE E.21 – Analyse des retards moyens mesurés

dans le tableau E.22. Ce coefficient décroît avec la valeur du retard programmé, ce qui signifie que l'angle d'inclinaison entre les fronts d'ondes des deux répliques décroît lui-aussi comme le montre la figure E.22.

τ_{prog} (fs)	φ_x (mm ⁻¹)	$\epsilon_{\varphi_x 2D}^{interfero}$ (%)	$\sigma_{\varphi_x}^{2D}$
500	-0.090	1.2	0.001
750	-0.121	1.0	0.001
1000	-0.153	0.5	0.004
1250	-0.178	0.5	0.001
1500	-0.206	0.4	0.001
1750	-0.239	0.2	0.003
2000	-0.266	0.2	0.003
2250	-0.300	0.1	0.002
2500	-0.352	0.01	0.003
3000	-0.441	0.03	0.004
3500	-0.523	0.7	0.003

TABLE E.22 – Analyse du coefficient φ_x mesuré pour chaque retard programmé

Le tableau E.23 donne les écarts rms σ_{φ}^{2D} et σ_{φ} mesurés ainsi que la précision de mesure $\sigma_{interfero}^{2D}$. Les valeurs obtenues sur le support spatial Δx sont plus importantes que celles obtenues en $x = x_0$, ce qui s'explique par la déviation plus importante observée sur les bords de la colonne acoustique.

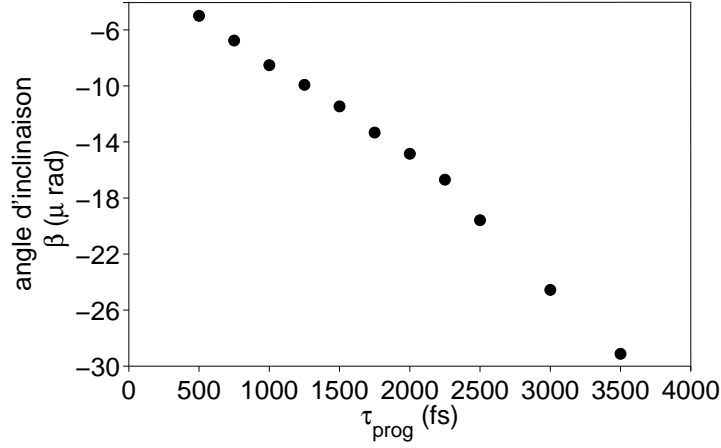


FIGURE E.22 – Variation de l'angle d'inclinaison entre les fronts d'onde des deux répliques en fonction du retard

τ_{prog} (fs)	σ_{φ}^{2D} (mrad)	$\sigma_{interfero}^{2D}$ (mrad)	σ_{φ} (mrad)
500	101.8	56.0	80.8
750	90.7	34.4	72.4
1000	108.8	28.9	88.1
1250	105.4	24.7	85.8
1500	109.9	24.3	78.5
1750	119.8	15.9	83.5
2000	147.8	13.4	98.4
2250	158.7	14.0	90.6
2500	174.1	27.1	119.1
3000	155.8	16.8	47.4
3500	214.1	17.0	101.7

TABLE E.23 – Analyse des écarts rms caractérisant la phase résiduelle mesurée après retrait du retard

E.7 Problèmes de gigue temporelle des signaux de synchronisation sur la chaîne LUCA

La fréquence de répétition des impulsions en sortie d'oscillateur est de 76 MHz, celle de la chaîne laser LUCA est de 20Hz. Le système de synchronisation comprend une horloge à 20 Hz (DG 535 SRS) et un système de "resynchronisation" entre le train d'impulsions issu de l'oscillateur et le signal à 20 Hz. Les deux "horloges" étant indépendantes, il y a glissement d'un train d'impulsions par rapport à l'autre. La gigue temporelle entre le laser et le signal de synchronisation correspond alors à une période du train d'impulsions de l'oscillateur soit 13.2 ns. Cette valeur a été vérifiée expérimentalement (annexe E.9.2).

E.8 Fluctuations tir à tir de la différence de phase spectrale en l'absence d'AOPDF

La précision de mesure monocoup de la différence de phase spectrale en sortie d'interféromètre dépend de ses fluctuations tir à tir. Nous nous proposons ici de les caractériser en l'absence d'AOPDF sur le montage d'interférométrie spectrale (Fig. 4.11). Pour cela, la variation rms ϵ_{fluct} de la différence de phase reconstruite $\varphi_{interfero}^j$ pour chacune des 21 mesures est calculée en chaque pulsation :

$$\epsilon_{fluct}(\omega) = \sqrt{\frac{\sum_{j=0}^{20} (\varphi_{interfero}^j(\omega) - \varphi_{interfero})^2}{21}} \quad (E.4)$$

où $\varphi_{interfero} = \frac{1}{21} \sum_{j=0}^{20} \varphi_{interfero}^j$. Cette moyenne est représentée figure 4.14 dans le chapitre 4.

Comme nous ne nous intéressons pas au terme de phase constant dans ces expériences, chaque phase $\varphi_{interfero}^j$ est remise à zéro en $\omega_0 \sim 2.37 \text{ rad fs}^{-1}$ ($\lambda_0 = 793 \text{ nm}$) pour s'affranchir des fluctuations de ce terme.

La figure E.23 présente les variations rms mesurées en conservant les fluctuations sur le terme de retard (courbe rouge) et en les retirant (courbe noire). Les fluctuations rms sur le retard entre les deux voies de l'interféromètre peuvent être directement estimées en calculant la variation rms $\sigma_{\tau_{interfero}}$ des coefficients d'ordre 1, $\tau_{interfero}^j$, de l'ajustement polynomial de chaque $\varphi_{interfero}^j$:

$$\sigma_{\tau_{interfero}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=0}^{20} (\tau_{interfero}^j - \tau_{interfero})^2}{21}} \quad (E.5)$$

où $\tau_{interfero}$ est la moyenne des retards mesurés sur 21 tirs ($\tau_{interfero} \sim 2187.5 \text{ fs}$).

Soit : $\sigma_{\tau_{interfero}} \sim 0.17 \text{ fs}$.

Pour comparer l'ordre de grandeur des fluctuations à la précision de mesure $\epsilon_{interfero}$, on calcule l'écart rms σ_{fluct} défini par :

$$\sigma_{fluct} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N'-1} (\epsilon_{fluct}(\omega_i))^2}{N'}} \quad (E.6)$$

où N' est le nombre de points sur lequel la phase spectrale est reconstruite.

On a : $\sigma_{fluct} = 11.3 \text{ mrad}$.

Les écarts associés sur les largeurs à mi-hauteur et rms de l'intensité temporelle calculée à partir des spectres mesurés sur chaque voie sont respectivement de 0.3 et 0.1 fs pour $+\sigma_{fluct}$ et <0.1 et 0.1 fs pour $-\sigma_{fluct}$.

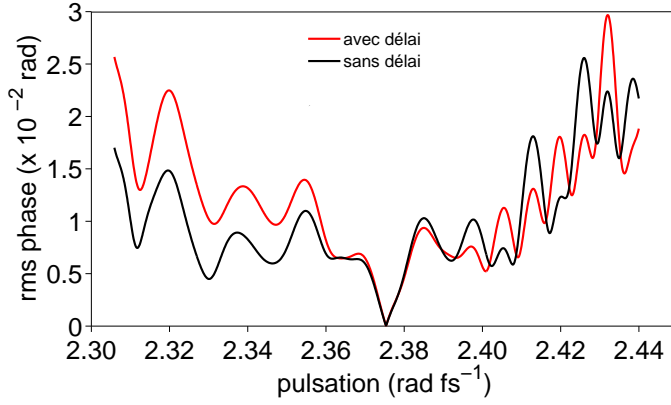


FIGURE E.23 – *Fluctuations rms de la différence de phase spectrale mesurée en sortie d’interféromètre sur 21 tirs, en rouge en prenant en compte les fluctuations du retard entre les deux voies, en noir sans les prendre en compte*

E.9 Etude des fluctuations tir à tir sur la différence de phase spectrale

Les fluctuations tir à tir de la différence de phase spectrale en sortie d’interféromètre limite la précision de mesure monocoup par interférométrie spectrale. La variation rms de ces fluctuations en fonction de la pulsation a été mesurée expérimentalement en absence (courbes noire et rouge) et en présence (courbes bleue et violette) de l’AOPDF (Fig. E.24).

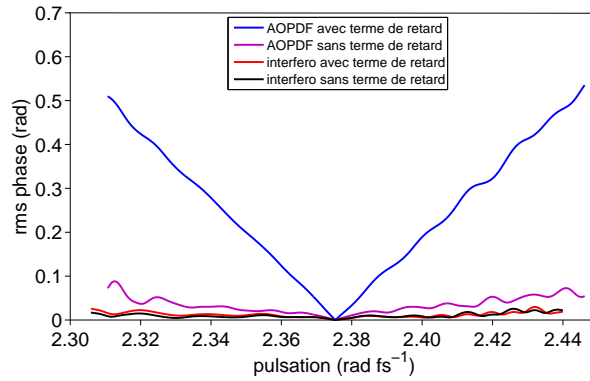


FIGURE E.24 – *Fluctuations rms sur la différence de phase spectrale reconstruite en présence et en absence d’AOPDF. Dans chaque cas, ces fluctuations sont données avec et sans le terme de retard.*

Dans cette annexe, je présente dans un premier temps l’analyse d’une source de fluctuations particulière : le dépointé du faisceau (section E.9.1). Cette étude a été faite en l’absence d’AOPDF. En présence de ce dernier, une augmentation significative des fluctuations est observée, correspondant majoritairement à une augmentation des fluctuations du retard entre les deux voies de l’interféromètre. En effet, les variations rms sur le terme de retard sont d’environ 0.17 fs en l’absence d’AOPDF (section E.8) alors qu’elles atteignent 7.6 fs en présence de ce dispositif. Une explication de ce phénomène est présentée section

E.9.1 Effet du dépointé du faisceau sur la différence de phase en sortie d'interféromètre

Le dépointé du faisceau sur chaque voie de l'interféromètre provient, soit d'un dépointé déjà présent en entrée de montage soit de vibrations mécaniques des différents éléments de ce montage.

L'effet du dépointé sur la différence de phase en sortie d'interféromètre se manifeste sous deux formes :

- la différence de trajets optiques dans l'air entre les deux voies de l'interféromètre,
- la différence de trajets optiques dans les matériaux du montage (séparatrices S_1 et S_3 , lame demi-onde)(Fig. 4.11)

Effet du dépointé sur la différence de phase en sortie d'interféromètre pour un trajet dans l'air

Nous considérons ici que l'interféromètre est dépourvu de tout élément dispersif. Le faisceau réalise alors un trajet optique de longueur L_r sur la voie de référence et L_m sur la voie de mesure. En l'absence de dépointé et en approximant l'indice de l'air à 1 pour toutes les pulsations, la différence de phase spectrale en sortie d'interféromètre $\Delta\varphi_{nodpt}$ s'écrit :

$$\Delta\varphi_{nodpt}(\omega) = \frac{\omega(L_r - L_m)}{c} \quad (\text{E.7})$$

En présence d'un dépointé d'angle $\delta\theta_{ini}$ en entrée d'interféromètre, cette différence de phase se réécrit :

$$\Delta\varphi_{withdpt}(\omega) = \frac{\omega(L_r - L_m)}{c \cos \delta\theta_{ini}} \quad (\text{E.8})$$

soit une variation de la différence de phase $\delta(\Delta\varphi_1)$ de :

$$\delta(\Delta\varphi_1)(\omega) = \Delta\varphi_{withdpt}(\omega) - \Delta\varphi_{nodpt}(\omega) = \frac{\omega(L_r - L_m)}{c} \left(\frac{1}{\cos(\delta\theta_{ini})} - 1 \right) \quad (\text{E.9})$$

Effet du dépointé sur la phase accumulée lors de la traversée d'un matériau

Nous considérons ici la traversée d'une lame à faces parallèles d'indice n , d'épaisseur e dont la normale \vec{N} fait un angle θ avec la direction principale du faisceau (Fig. E.25). La phase spectrale accumulée lors de la traversée d'une telle lame est donnée par l'équation E.10 en l'absence de dépointé et par l'équation E.11 en présence d'un dépointé $\delta\theta$:

$$\varphi_{nodpt}(\omega) = \frac{n(\omega)\omega e}{\cos \left(\arcsin \left(\frac{\sin(\theta)}{n(\omega)} \right) \right)} \quad (\text{E.10})$$

$$\varphi_{dpt}(\omega) = \frac{n(\omega)\omega e}{\cos \left(\arcsin \left(\frac{\sin(\theta + \delta\theta)}{n(\omega)} \right) \right)} \quad (\text{E.11})$$

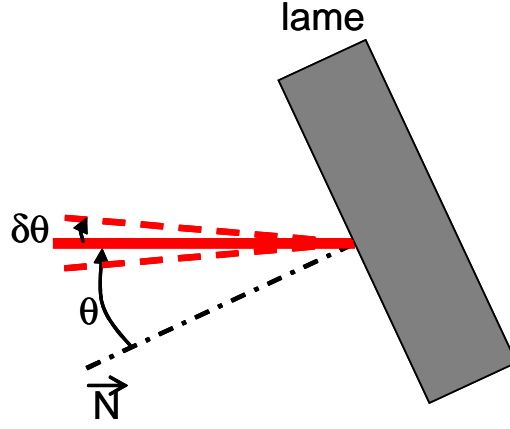


FIGURE E.25 – *Lame à faces parallèles inclinées d'un angle θ par rapport à la direction principale du faisceau optique incident. $\delta\theta$: dépointé du faisceau incident*

Ce dépointé est alors responsable de l'apparition d'une variation de la différence de phase spectrale $\Delta\varphi_2$ en sortie d'interféromètre :

$$\delta(\Delta\varphi_2)(\omega) = \varphi_{dpt}(\omega) - \varphi_{nodpt}(\omega) = n(\omega)\omega e \left[\frac{1}{\cos\left(\arcsin\left(\frac{\sin(\theta+\delta\theta)}{n(\omega)}\right)\right)} - \frac{1}{\cos\left(\arcsin\left(\frac{\sin(\theta)}{n(\omega)}\right)\right)} \right] \quad (\text{E.12})$$

Distribution des fluctuations de dépointé

Pour pouvoir déterminer les variations rms sur la phase induites par les fluctuations du dépointé du faisceau, il est nécessaire de connaître le type de distribution associé à ces fluctuations.

Pour cela, une mesure de dépointé a été effectuée sur la chaîne LUCA en enregistrant tir à tir le centroïde du faisceau au foyer d'une lentille de 700 mm de focale pendant 15 minutes. La position des centroïdes en fonction des axes X et Y de la caméra est présentée figure E.26. Les histogrammes suivant X (Fig.E.27a) et Y (Fig.E.27b) montrent chacun une distribution gaussienne d'écart type respectivement $\sigma_X \sim 6.7 \mu m$ et $\sigma_Y \sim 4.1 \mu m$ soit en terme d'angle : $\sigma_{\delta\theta_X} \sim 9.6 \mu rad$ et $\sigma_{\delta\theta_Y} \sim 5.8 \mu rad$.

Ordre de grandeur de l'écart type des fluctuations sur la phase

Le dépointé est donc à l'origine de fluctuations gaussiennes sur la phase spectrale. Cependant la valeur des fluctuations rms induites sur la phase pour un dépointé de l'ordre de quelques micro-radians est négligeable. En effet, la variation rms sur le retard liée au trajet dans l'air est alors $< 10^{-7}$ fs pour $L_r - L_m = 656 \mu m$ ($\tau = 2187.5$ fs). Celle introduite par la traversée de 5 mm d'une lame de BK7 inclinée à 45° est de l'ordre de 0.01 fs, soit un ordre de grandeur en dessous de la valeur de 0.17 fs obtenue expérimentalement.

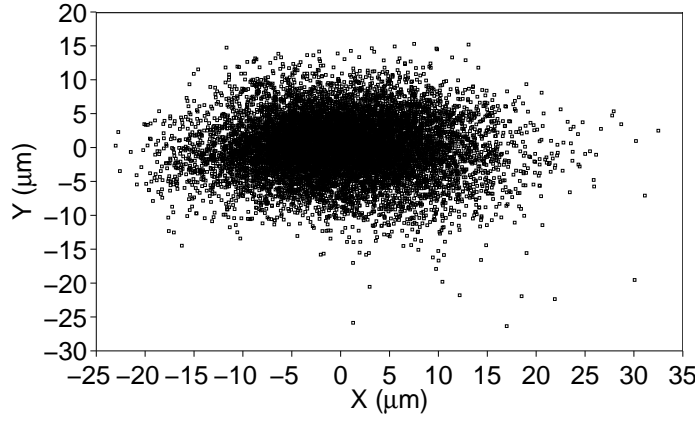


FIGURE E.26 – Variation du centroïde du faisceau au foyer d’une lentille de focale $f=700$ mm

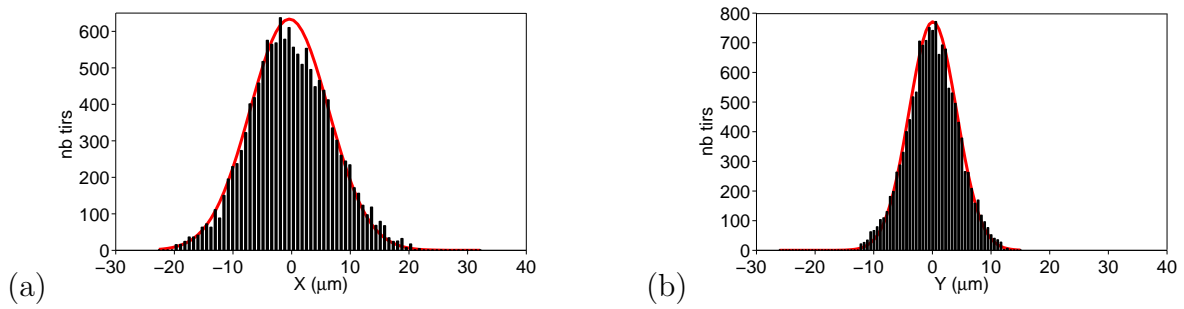


FIGURE E.27 – (a) Statistique suivant X du centroïde du faisceau au foyer d’une lentille de focale $f = 700$ mm. (b) Statistique suivant Y du centroïde du faisceau au foyer d’une lentille de focale $f = 700$ mm

Cette étude montre que le dépointé du faisceau n’est pas à l’origine des fluctuations observées sur la différence de phase en sortie d’interféromètre.

E.9.2 Fluctuations de la différence de phase en sortie d’interféromètre en présence de l’AOPDF

En présence de l’AOPDF, les fluctuations rms sur le retard entre les deux voies de l’interféromètre sont 45 fois plus importantes (7.6 fs à comparer avec 0.17 fs). Dans cette section, nous étudions une origine possible de ce phénomène : la gigue temporelle des signaux de synchronisation externe et interne de l’AOPDF.

Dans ce type de dispositif, la génération des N points du signal électrique se fait à partir d’une horloge interne de fréquence F_S . Comme le signal de synchronisation externe (provenant de la chaîne laser) peut arriver avant ou après une période de cette horloge, l’instant de génération du signal électrique et donc de l’onde acoustique fluctue de $\tau_{ac} = \frac{1}{F_S}$. La distribution associée est uniforme de largeur τ_{ac} . Si, de plus, le signal de synchronisation externe présente une gigue temporelle dont la distribution associée est uniforme de largeur τ_{ext} , alors ces deux phénomènes s’ajoutent en terme de variance et le décalage temporel

T_{ij} de l'instant de génération de l'onde acoustique devient, en utilisant la relation entre la variance v et la largeur maximale l d'une distribution uniforme ($v = l^2/12$) :

$$T_{ij} = \sqrt{\tau_{ac}^2 + \tau_{ext}^2} \quad (\text{E.13})$$

La distribution associée est également uniforme de largeur maximale T_{ij} .

Il est alors possible d'exprimer simplement l'effet de ce décalage temporel sur le temps de groupe introduit sur l'impulsion optique incidente en considérant une onde acoustique à dérive de fréquence. Ce décalage se traduit alors par un déplacement de la position spatiale autour de laquelle la pulsation optique ω est diffractée, et ce pour toute composante spectrale de l'impulsion optique incidente (section 3.1.1). Soient $z(\omega)$ et $z_{jit}(\omega)$ cette position respectivement en absence et en présence du décalage T_{ij} , on a :

$$z_{jit}(\omega) - z(\omega) = \frac{LT_{jit}}{T_{\text{cristal}}} \quad (\text{E.14})$$

où L est la longueur du cristal et T_{cristal} le temps de propagation de l'onde acoustique sur celle-ci.

On peut alors déduire de l'équation 3.6 la variation du temps de groupe $\Delta\tau_{jit}$ en sortie de cristal liée à ce décalage spatial :

$$\Delta\tau_{jit}(\omega) = \frac{\delta n_g(\omega)}{c} [z_{jit}(\omega) - z(\omega)] \quad (\text{E.15})$$

D'où, en utilisant l'équation E.14 :

$$\Delta\tau_{jit}(\omega) = \frac{\delta n_g(\omega)}{c} \frac{LT_{jit}}{T_{\text{cristal}}} \quad (\text{E.16})$$

Dans les AOPDFs utilisés dans cette thèse, $L \sim 25$ mm et $T_{\text{cristal}} \sim 32.7 \mu\text{s}$. Pour² $T_{ij} < 50$ ns, la dépendance de δn_g avec la pulsation peut être négligée et le décalage temporel entre les impulsions optique et acoustique se traduit par l'introduction d'un retard supplémentaire $\Delta\tau_{jit}$ sur l'impulsion optique incidente.

Afin de vérifier si ce retard supplémentaire est du même ordre de grandeur que celui de 7.44 fs (7.6 fs - 0.16 fs) obtenu par interférométrie spectrale lors de l'introduction de l'AOPDF sur la voie de mesure, j'ai mesuré la valeur de T_{ij} dans les mêmes conditions expérimentales.

Effet de la gigue temporelle du signal de synchronisation externe

Les signaux de synchronisation disponibles sur la chaîne laser LUCA présente une gigue temporelle correspondant à une période du train d'impulsions en sortie d'oscillateur soit

2. En pratique, cette relation est généralement vérifiée.

$\tau_{ext} = 13.2$ ns (section E.7). Cette valeur a été vérifiée expérimentalement en mesurant, sur une période de 50 s, la variation du décalage temporel entre le maximum du signal d'une photodiode positionnée sur le trajet du laser et le front de montée du signal de synchronisation externe de l'AOPDF. Le résultat de cette mesure est présentée figure E.28.

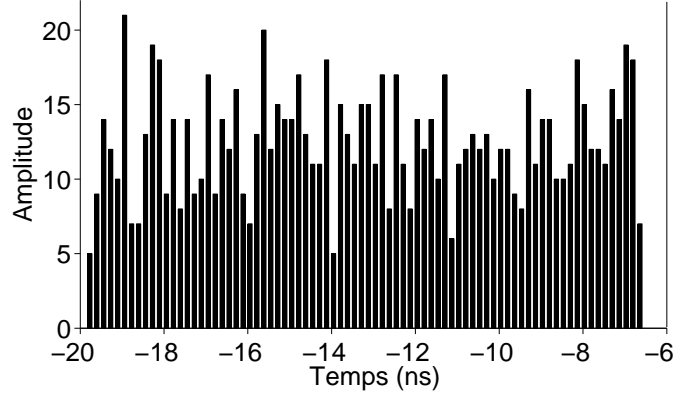


FIGURE E.28 – *Gigue temporelle du signal de synchronisation de la chaîne LUCA envoyé à l'AOPDF*

La distribution de ces variations est bien uniforme de largeur ~ 13.6 ns. L'écart de 2.8% avec la valeur de la période de l'oscillateur s'explique par la précision de la mesure. On retrouve donc bien le résultat attendu.

Effet de la gigue temporelle du signal de synchronisation interne de l'AOPDF

Pour les AOPDFs utilisés dans cette thèse, la fréquence de l'horloge interne est : $F_S = 115$ MHz. La gigue temporelle sur le signal de synchronisation interne est donc $\tau_{ac} = \frac{1}{F_S} \sim 8.7$ ns. En prenant en compte celle du signal de synchronisation externe ($\tau_{ext} = 13.2$ ns), la gigue temporelle totale est, d'après l'expression E.13 :

$$T_{jit} \sim 15.8 \text{ ns}$$

Ce résultat a été vérifié expérimentalement en mesurant, sur 50 tirs laser (2.5 s), le décalage temporel entre le maximum du signal de la photodiode (précédemment utilisée) et l'onde RF en sortie d'AOPDF. La distribution obtenue est bien uniforme de largeur 15 ns. L'écart de 5% par rapport à la largeur attendue s'explique par le faible nombre d'échantillons (50) utilisés pour la mesure.

Cette gigue temporelle introduit un retard variable $\Delta\tau_{jit}$ sur l'impulsion optique incidente (Eq. E.16). La distribution de ces variations du retard est alors elle-même uniforme de largeur 3.9 fs et d'écart type (rms) 1.1 fs.

En l'absence d'AOPDF, les variations rms du retard entre les deux voies de l'interféromètre est d'environ 0.17 fs. Nous avons démontré dans cette section que la variation rms introduite sur le terme de retard de la phase spectrale en sortie d'AOPDF du fait de la gigue temporelle du signal de synchronisation externe et de celle de l'horloge interne est de 1.1 fs. En sortie d'interféromètre, les variations rms du retard entre les deux voies atteignent donc 1.1 fs en présence de l'AOPDF. La gigue temporelle explique donc en partie l'augmentation des fluctuations du retard lors de l'ajout de l'AOPDF. Il reste cependant un écart entre cette valeur (1.1 fs) et la valeur de 7.6 fs mesurée par interférométrie spectrale.

Bien que la détermination de la valeur rms des variations du retard en sortie d'interféromètre ne soit pas très précise du fait du petit nombre d'échantillons utilisée (21 mesures), il est peu vraisemblable que l'erreur sur cette détermination corresponde à un facteur 5 sur la valeur mesurée. On peut donc conclure qu'une autre source de perturbation contribue à augmenter les fluctuations sur le retard. Cette autre source pourrait être une variation tir à tir du décalage spatial du centre du faisceau optique en entrée de l'AOPDF dans le plan de diffraction. Le trajet optique n'est alors pas le même tir à tir du fait de la face prismatique de sortie du dispositif. Ainsi une variation rms du décalage latéral de $36 \mu m$ suffirait à introduire une variation rms sur le retard de 7.5 fs. En prenant en compte l'effet de la gigue temporelle des signaux de synchronisation, on retrouve alors la variation rms de 7.6 fs mesurée expérimentalement.

E.10 Phase résiduelle intrinsèque dans le mode de compensation automatique de la dispersion optique de l'AOPDF

Ce mode ne corrige, en effet, que les ordres 2, 3 et 4 de la phase spectrale introduite par propagation dans 25 mm de TeO_2 . Il reste donc une phase résiduelle d'ordre élevé (>4) en sortie d'AOPDF (Fig.E.29). La plage de pulsations représentée sur cette figure correspond à la plage de pulsations enregistrée par le spectromètre. On voit apparaître le résiduel d'ordre supérieur de la phase sur les bords de l'intervalle. La phase spectrale mesurée n'est reconstruite que sur un intervalle réduit. A 3% du maximum de l'enveloppe AC, cet intervalle s'étend de 2.31 rad fs^{-1} à 2.45 rad fs^{-1} . Sur cette plage de pulsations, les valeurs extrêmes de la phase spectrale sont : $-2.6E-5 \text{ rad}$ et $4.1 E-5 \text{ rad}$, ce qui est plusieurs ordres de grandeur en dessous de la précision de mesure de l'interféromètre.

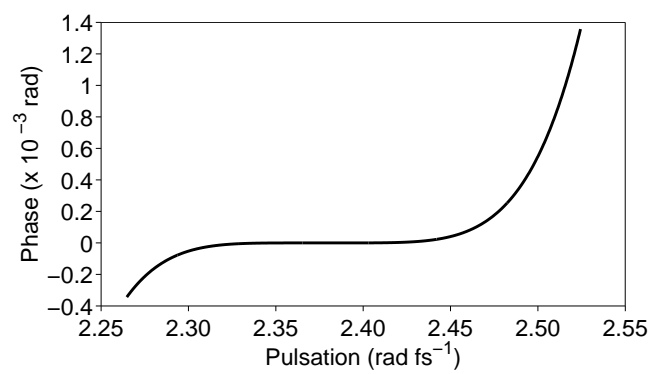


FIGURE E.29 – *Phase spectrale résiduelle attendue en sortie d'AOPDF pour une phase ϕ_{comp} programmée*

Annexe F

Interférométrie spectrale autoréférencée

Single-shot, high-dynamic-range measurement of sub-15 fs pulses by self-referenced spectral interferometry

A. Moulet,^{1,*} S. Grabielle,^{1,2} C. Cornaggia,² N. Forget,¹ and T. Oksenhendler¹

¹FASTLITE, Centre Scientifique d'Orsay, Plateau du Moulon, 91401 Orsay, France

²Commissariat à l'Énergie Atomique - Institut Rayonnement Matière de Saclay, Service Photons Atomes & Molécules, Saclay, F-91191 Gif-sur-Yvette, France

*Corresponding author: antoine.moulet@fastlite.com

Received September 15, 2010; revised October 18, 2010; accepted October 21, 2010;

posted October 26, 2010 (Doc. ID 135197); published November 12, 2010

We explore theoretically and numerically the temporal contrast limitation of a self-referenced spectral interferometry measurement. An experimental confirmation is given by characterization and fine compression of hollow-core fiber generated sub-15 fs pulses, yielding an accurately measured coherent contrast of 50 dB on a ± 400 fs time range. © 2010 Optical Society of America

OCIS codes: 320.7100, 320.7120, 120.5050, 120.3180.

Self-referenced spectral interferometry (SRSI) is a recently demonstrated ultrashort pulse measurement technique [1], enabling direct and single-shot retrieval of spectral phase and amplitude, i.e., full temporal characterization. This study explores limitations related to the photodetector noise, regarding particular spectral and temporal dynamics. A numerical and theoretical model demonstrates that the temporal dynamics of SRSI measurement reaches 50 dB, using a detector achieving a 25 dB spectral signal-to-noise ratio (SNR). Experimental results are then presented, showing hollow-core fiber generated sub-15 fs pulse temporal intensity measurements, valid over ± 400 fs, with a measured coherent contrast of 50 dB.

In SRSI, a small fraction of the input pulse $E_I(t)$ (electric field temporal amplitude) is delayed, and the remaining pulse is used to generate a reference pulse $E_X(t)$ via cross-polarized wave generation (XPW, [2]). Under the usual slowly varying envelope, undepleted pump and thin crystal approximations, $E_X(t) \propto |E_I(t)|^2 E_I(t)$, the input pulse is time filtered by its own temporal intensity. In the low second-order spectral phase approximation, the XPW pulse is shorter than the input pulse and the XPW spectrum is larger than the input spectrum with almost flat spectral phase [3]. The corresponding interferogram writes

$$S(\nu) = |\tilde{E}_I(\nu)|^2 + |\tilde{E}_X(\nu)|^2 + 2|\tilde{E}_I(\nu)||\tilde{E}_X(\nu)| \cos(\varphi_I(\nu) - \varphi_X(\nu) - 2\pi\nu\tau) + \mathcal{N}(\nu),$$

where φ_I and φ_X stand, respectively, for the spectral phases of the input and XPW pulses, τ for the group delay between the input and XPW pulses, and \mathcal{N} for the detector noise. Following the standard spectral interferometry notations, we set $S_0 = |\tilde{E}_I|^2 + |\tilde{E}_X|^2$ and $f = |\tilde{E}_I||\tilde{E}_X| \exp i(\varphi_I - \varphi_X)$. For a noiseless detector, S_0 and f can be isolated by Fourier filtering [4] by applying a super-Gaussian temporal gate $G(t)$ of width $T < \tau$. This operation, however, limits the temporal range of validity of the measurement to $\pm\tau/2$ and, correlatively, the spectral resolution of

the measurement to $1/\tau$. With noise, the quantities extracted by this procedure are

$$S_0^m = S_0 \otimes \tilde{G} + \mathcal{N} \otimes \tilde{G}, \quad (1)$$

$$f^m = f \otimes \tilde{G} + (\mathcal{N} e^{-2i\pi\nu\tau}) \otimes \tilde{G}. \quad (2)$$

If the XPW and input signals are unbalanced so that $|\tilde{E}_X(\nu)| > |\tilde{E}_I(\nu)|$ on the entire measurement range, the retrieval of input and XPW spectral amplitudes is unambiguous and analytical:

$$|\tilde{E}_I^m| = \frac{\sqrt{S_0^m + 2|f^m|}}{2} - \frac{\sqrt{S_0^m - 2|f^m|}}{2}, \quad (3)$$

$$|\tilde{E}_X^m| = \frac{\sqrt{S_0^m + 2|f^m|}}{2} + \frac{\sqrt{S_0^m - 2|f^m|}}{2}. \quad (4)$$

Comparing the spectral width of the input and XPW spectra, the validity of the low second-order spectral phase approximation can be assessed. The relative spectral phase $\Delta\varphi^m(\nu) = \varphi_I^m(\nu) - \varphi_X^m(\nu)$ is analytically retrieved by computing the complex argument of $f(\nu)$ and removing its linear part by a polynomial fit. Unlike SPIDER techniques [5], a residual group-delay contribution is not deleterious to the measurement, since no integration step is required in SRSI. To the first order, $\varphi_X \simeq 0$, and $\Delta\varphi^m \simeq \varphi_I^m$ are good approximations. Furthermore, in the SRSI protocol, the remaining XPW spectral phase can be accounted for by using an iterative algorithm that relies on successively refined approximations of φ_I^m to calculate φ_X^m [1].

The noise on the effectively measured complex spectral amplitude can be derived from Eq. (3) and the previous discussion on spectral phase. For the pixels for which $|\tilde{E}_X(\nu)|^2 > |\tilde{E}_X(\nu)||\tilde{E}_I(\nu)| \gg \mathcal{N}(\nu)$, i.e., where S_0 and f are not dominated by the shot noise, a first-order development in $|\tilde{E}_I|/|\tilde{E}_X|$ and $\mathcal{N}/|\tilde{E}_X||\tilde{E}_I|$ leads to

$$\tilde{E}_I^m \simeq \tilde{E}_I \otimes \tilde{G} \left(1 + \frac{(\mathcal{N} e^{-2i\pi\nu\tau}) \otimes \tilde{G}}{2\tilde{E}_I \otimes \tilde{G} \times |\tilde{E}_X| \otimes \tilde{G}} \right). \quad (5)$$

Simulations have been performed to investigate Eq. (5) (see Fig. 1). A model detector is considered that fits the characteristics of the grating-based spectrometer used in our experiments: a $N = 2048$ points CCD matrix. The noise is a Poissonian noise \mathcal{N} with an rms level corresponding to an SNR of 25 dB. The simulated pulse is super-Gaussian of order six with an FWHM bandwidth $\Delta\nu$ of 70 THz centered at 800 nm and a flat spectral phase, corresponding to an FWHM duration of ~ 20 fs.

Over the spectral range of validity of Eq. (5), the SNR varies like $|\tilde{E}_I||\tilde{E}_X|/\mathcal{N}$ for the amplitude and the phase, which significantly differs from a direct spectral measurement, for which the SNR depends on $|\tilde{E}_I|^2/\mathcal{N}$. Since the XPW spectrum is broader than the input spectrum, the spectral intensity of the input pulses can be accurately reconstructed, even where the input spectral signal would have been lower than the spectrometer noise level (see Fig. 1). This detectivity enhancement is due to the heterodyne nature of the measurement.

A signature of the $1/|E_X|$ dependence of the noise is the fake rebound in $|\tilde{E}_I^m|$, where the XPW and input spectral amplitudes drop while maintaining the validity of Eq. (5). Beyond this rebound, the measured amplitude and phase are dominated by noise. To avoid temporal deformations and/or spurious features on the reconstructed time intensity, this noise contribution must be canceled out by applying an apodization window, tailored to filter the rebounds out (at a spectrum level of 35 dB). Outside of this window, the phase information is not relevant either, and a polynomial extrapolation is used.

From Eq. (5) it may seem favorable to increase $|\tilde{E}_X|$ to enhance the measurement SNR. However, the dynamic range of the detector is finite, so $|\tilde{E}_I| + |\tilde{E}_X|$ is bounded. Under this constraint, $|\tilde{E}_I||\tilde{E}_X|$ reaches its maximum for $|\tilde{E}_I| = |\tilde{E}_X|$, which conflicts with the requirement

$|\tilde{E}_I| < |\tilde{E}_X|$ needed to avoid ambiguities on the extractions of spectral amplitudes. Therefore, the optimal working point corresponds to an XPW amplitude maximum level slightly above the input amplitude maximum level (Fig. 1). Under such working conditions, the spectral SNR of the measurement is of the order of magnitude of the detector SNR.

This spectral noise can be related to the temporal measurement contrast limitation C_t through Fourier analysis (with the Parseval–Plancherel equation):

$$C_t \simeq F \times N \times \text{SNR}, \quad (6)$$

where $F = \sum |\tilde{E}_I|/N$ is the amplitude filling factor on the detector array, SNR is the measurement signal-to-noise ratio, and N is the number of pixels. An intuitive insight of this formula is the following: the spectral signal, of magnitude F , is concentrated in the time domain on the central pixel, whereas the spectral noise is spread over the entire temporal range. For an SNR of 25 dB, $N = 2048$ and a signal occupying 25% of the spectral window, $C_t \simeq 50$ dB, which is in good agreement with the simulated SRSI temporal reconstructions (Fig. 1, inset).

Experimental demonstration of the SRSI dynamics has been performed on a 1 kHz, 600 μJ , 40 fs, 800 nm Ti:S laser system. Around 300 μJ were coupled into a hollow-core fiber filled with Ar at 1.5 bars. Using a pulse shaper (acousto-optic dispersive programmable filter, AODPF [6]; high-resolution-cut, 25 mm), the pulse was roughly precompressed after the fiber. At the output, pulses of 6 μJ at 800 nm with an FWHM bandwidth of 150 nm were directed to an SRSI device, sketched in Fig. 2.

An on-axis, orthogonally polarized, time-delayed and low-intensity replica is created from the input pulse with a 1.6 mm uniaxial birefringent calcite plate (CaCO_3 , $\tau = 940$ fs at 800 nm), cut orthogonally to the optical axis and slightly rotated with respect to the input polarization direction. The beam is then focused in a thin BaF_2 plate (1 mm, [100] cut). The main pulse generates an XPW pulse, and the less intense replica is linearly transmitted. The beam is then recollimated, and a thin film polarizer (contrast > 50 dB) filters out the residual main pulse.

The $|\tilde{E}_I|/|\tilde{E}_X|$ ratio was 1/3 in the center of the spectral range and the gate function $G(t)$ was set to cover the ± 400 fs interval imposed by the calcite delay τ . A typical experimental SRSI measurement is displayed in Fig. 3. The measured spectral phase showed fast-varying oscillations (top figure, dashed curve).

The computed time-dependent intensity is displayed in Fig. 4 (dashed curve). The corresponding FWHM pulse duration (around 14.5 fs, see Fig. 4) is equal to that of the Fourier-transform limit (FTL), within 0.1 fs. However, the pedestal of the measured time intensity profile

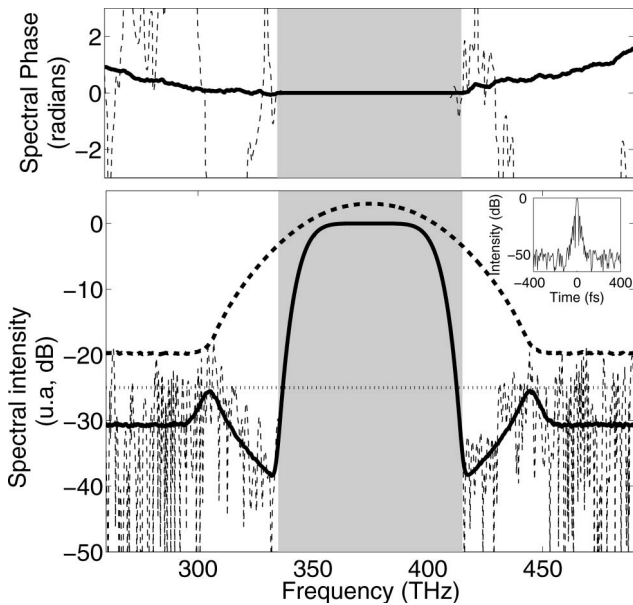


Fig. 1. Thin dashed curves, one-shot SRSI extracted pulse spectral phase (top) and intensity (bottom). Thick solid curves, same quantities averaged over 1000 single-shot measurements. Thick dashed curve, XPW extracted spectral intensity. Thick dotted curve, spectrometer noise level. Gray area, apodizing window. Inset, temporal reconstruction (dynamics ~ 50 dB).

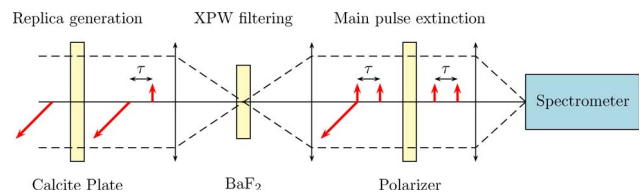


Fig. 2. (Color online) SRSI device setup—arrows represent polarization directions.

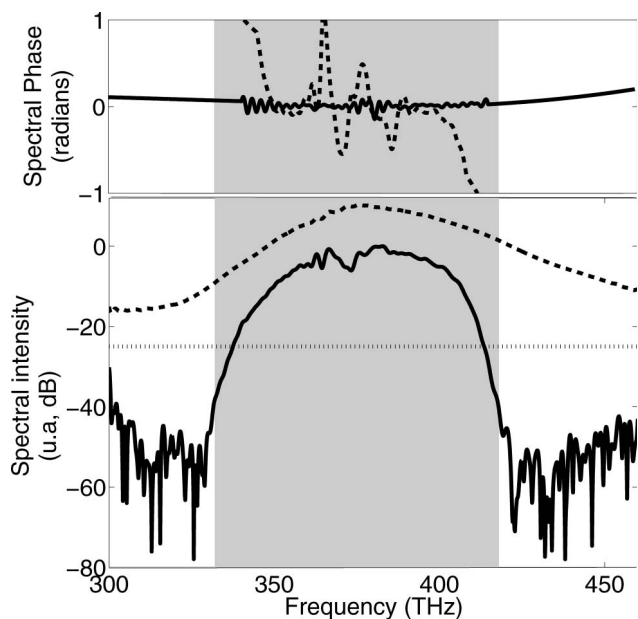


Fig. 3. Spectral SRSI measurement averaged over 30 single-shot measurements. Top, spectral phase before (dashed curve) and after (solid curve) optimization. Bottom, input (solid curve) and XPW (dashed curve) spectra; spectrometer noise level (dotted curve). Gray area, apodizing window.

(dashed curve) is about 10 dB higher than the Fourier-transform limited pulse (plain gray area): a nonnegligible part of the energy is spread away from the main pulse by the fast-varying spectral phase. To quantify this loss of coherent contrast, we used standard deviation over the measured temporal range:

$$\sigma_T = \left[\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} t^2 |E(t)|^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (7)$$

With this definition, the measured pulse spread was $\sigma_{800 \text{ fs}} = 34.6 \text{ fs}$, a value much larger than the FTL spread ($\sigma_{800 \text{ fs}} = 18.6 \text{ fs}$). To check the measurement validity, the spectral phase was fed back to the AOPDF [6]. After a single iteration, the temporal standard deviation of the pulse was lowered to $\sigma_{800 \text{ fs}} = 19.3 \text{ fs}$ (Fig. 4, solid curve), showing that the spectral phase was accurately measured. The remaining energy spread is due to fast amplitude modulations, which directly limit the FTL contrast (Fig. 4).

We have shown that, even with commercial spectrometers of modest SNR (25 dB), the dynamic range of the SRSI time-dependent intensity retrieval reaches 50 dB over $\pm 400 \text{ fs}$. Experiments were performed with sub-15 fs pulses. The phase-induced loss of contrast

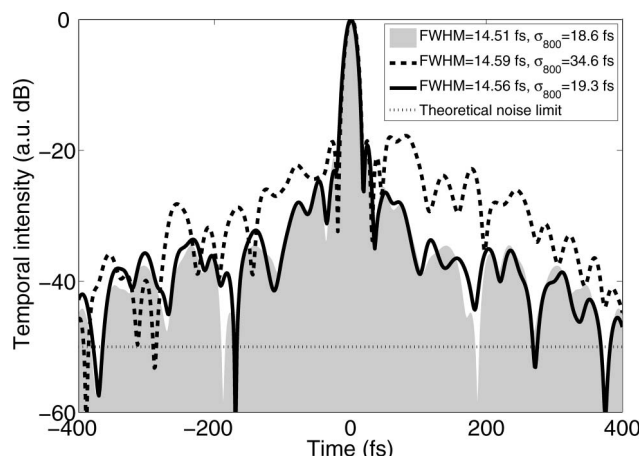


Fig. 4. SRSI temporal measurement before (dashed black curve) and after (solid black curve) fine optimization, compared with the FTL (plain gray area) and the simulated level of noise, 50 dB (dotted black curve).

was corrected, down to $\sim 50 \text{ dB}$ on the borders of the measurement range. Using spectrometers with cooled multi-line CCD detectors (SNR $\sim 55 \text{ dB}$), and filling the detector up to 50%, single-shot characterization with dynamic ranges as large as 85 dB on a picosecond scale could be reached. This would enable the accurate measurement of contrast enhanced multiterawatt light pulses, which are promising for high-energy density physics [7].

The laser system is supported by Agence Nationale de la Recherche (ANR, Projet Image Femto, décision d'aide No. ANR-07-BLAN-0162-01). Fastlite acknowledges support from the Région Ile-de-France.

References

1. T. Oksenhendler, S. Coudreau, N. Forget, V. Crozatier, S. Grabielle, R. Herzog, O. Gobert, and D. Kaplan, *Appl. Phys. B* **99**, 7 (2010).
2. N. Minkovski, G. I. Petrov, S. M. Saltiel, O. Albert, and J. Etchepare, *J. Opt. Soc. Am. B* **21**, 1659 (2004).
3. A. Jullien, L. Canova, O. Albert, D. Boschetto, L. Antonucci, Y.-H. Cha, J. P. Rousseau, P. Chaudet, G. Chriaux, J. Etchepare, S. Kourtev, N. Minkowski, and S. M. Saltiel, *Appl. Phys. B* **87**, 595 (2007).
4. L. Lepetit, G. Chériaux, and M. Joffre, *J. Opt. Soc. Am. B* **12**, 2467 (1995).
5. C. Iaconis and I. A. Walmsley, *Opt. Lett.* **23**, 792 (1998).
6. F. Verluise, V. Laude, Z. Cheng, Ch. Spielmann, and P. Tournais, *Opt. Lett.* **25**, 575 (2000).
7. A. Jullien, X. Chen, A. Ricci, J.-P. Rousseau, R. Lopez-Martens, L. P. Ramirez, D. Papadopoulos, A. Pellegrina, F. Druon, and P. Georges, "High-fidelity frontend for high-power, high temporal quality few-cycle lasers," *Appl. Phys. B* (to be published).

Annexe G

Etude préliminaire de la génération d'impulsions large bande stabilisées en CEP

Les expériences d'amplification paramétrique optique menées dans cette thèse s'inscrivent dans un contexte double :

- le besoin de disposer, sur la chaîne LUCA, d'impulsions, dans le proche infrarouge ($\lambda \sim 1.5 \mu\text{m}$), de quelques cycles optiques et stabilisées en CEP pour la génération d'harmoniques d'ordre élevé,
- la poursuite de développements sur la stabilisation de la CEP par AOPDF.

G.1 Etude expérimentale de la génération de continuum dans le proche infrarouge

La génération de continuum a été étudiée dans de nombreux milieux non-linéaires transparents [103]. L'utilisation de matériaux solides de quelques millimètres d'épaisseur conduit à l'obtention de continuum de spectre large et régulier, de très grande cohérence spatiale et temporelle et d'excellente stabilité [104][105]. L'élargissement spectral du continuum a été étudié dans différents milieux par Brodeur et Chin [106][107]. Cette étude, surtout axée sur la partie des courtes longueurs d'onde, a notamment montré l'importance de la largeur du gap sur cet élargissement spectral. Le saphir est un matériau très couramment utilisé, en particulier pour la génération du signal pour amplification dans des OPA ou NOPA pompés à 800 nm ou 400 nm [108][109][110][111]. D'autres matériaux présentent des caractéristiques intéressantes. C'est le cas de l'Yttrium Aluminium Garnet ou YAG [112]. La partie visible du continuum généré dans un tel cristal est assez similaire à celui généré dans du saphir. En revanche, sous certaines conditions expérimentales, la génération dans le proche infrarouge entre 800 nm et 1500 nm est plus efficace avec un plateau observé de 800 à 1200 nm [113]. Il constitue donc un très bon candidat pour

générer le signal d'un OPA large bande proche infrarouge qui est le sujet ici.

Le dispositif de génération de continuum mis au point dans cette thèse a été dimensionné à partir des travaux d'Aschcom et al. [114] et Bradler et al. [113]. Aschcom et al. ont démontré que l'ouverture num  rique¹ en entrée de matériau est un paramètre clé pour l'optimisation de l'efficacité de génération du continuum. Bradler et al présentent une étude expérimentale détaillée de la génération de continuum dans le proche infrarouge dans différents matériaux. Outre les propriétés intéressantes du YAG, les résultats expérimentaux montrent que l'utilisation d'une lentille de focale longue (par rapport au 30 mm usuellement utilisé) permet d'améliorer l'efficacité cette génération.

Après une première section consacrée à la description du montage expérimental dans sa globalité (génération et caractérisation du continuum, caractérisation des impulsions utilisées pour le générer), nous présentons les résultats expérimentaux de l'optimisation de la génération de continuum dans le proche infrarouge dans une lame de YAG. Ces résultats ont été obtenus en sortie de la ligne d'expérience n  2 de la ch  ene LUCA (tableau 2.3 , chapitre 2).

G.1.1 Montage expérimental

Caractérisation des impulsions avant génération du continuum

Les impulsions servant à générer le continuum sont caractérisées temporellement par une mesure FROG réalisée à partir d'un dispositif de type Phazzler [115], inventé et commercialisé par la société Fastlite et dont le principe est donnée figure G.1. Le spectre du signal d'autocorrélation est obtenu par génération de seconde harmonique dans un cristal non-linéaire (type I) en géométrie colinéaire, de deux répliques temporellement décalées de τ , pour différents retards. Les deux répliques de l'impulsion à caractériser sont réalisées à l'aide d'un AOPDF (section 5.5, chapitre 5). Dans ces conditions, l'expression du signal FROG I_{FROG} est :

$$I_{FROG}(\omega, \tau) = \left| \int (\mathcal{E}(t) + \mathcal{E}(t - \tau))^2 \exp(-i\omega t) dt \right|^2 \quad (G.1)$$

La figure G.2 correspond à la photographie du montage réalisé en sortie de la ch  ene LUCA. L'énergie en entrée de système est de l'ordre de 20 μ J. La génération de seconde harmonique se fait dans un cristal de BBO d'épaisseur 100 μ m coupé à $\theta = 29.2^\circ$ (type I). La résolution du spectromètre (Avantes, fente 10 μ m, réseau 2400 traits/mm, 3648 pixels) est de 0.07 nm. La valeur du retard τ entre les deux répliques est balayé entre -300 et 300 fs.

1. L'ouverture numérique ON est définie par : $ON = n \sin(\theta)$ où n est l'indice du milieu et θ le demi-angle d'ouverture.

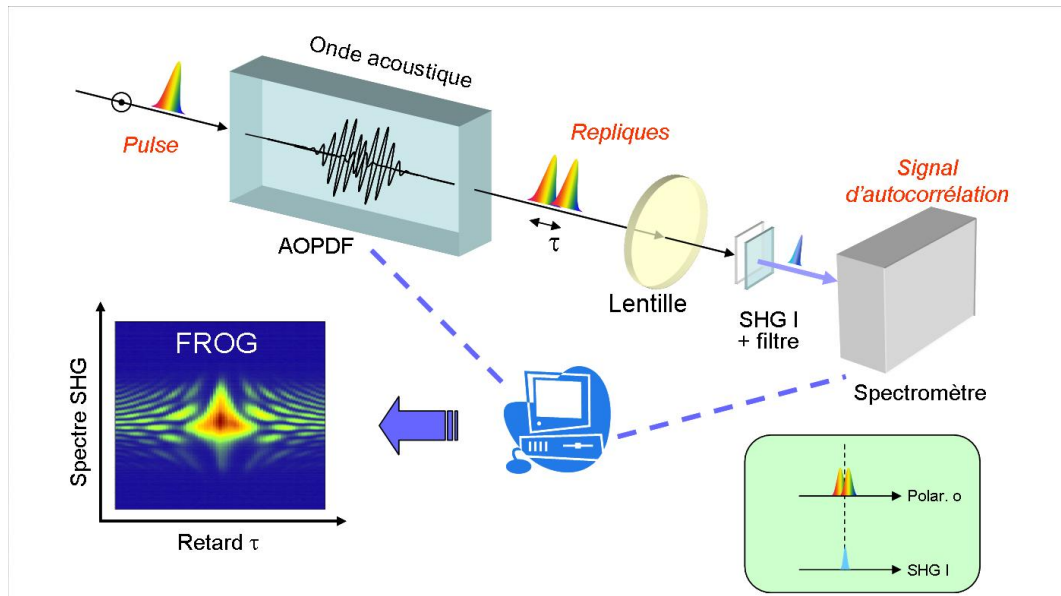


FIGURE G.1 – Principe d'une mesure FROG avec un dispositif de type Phazzler

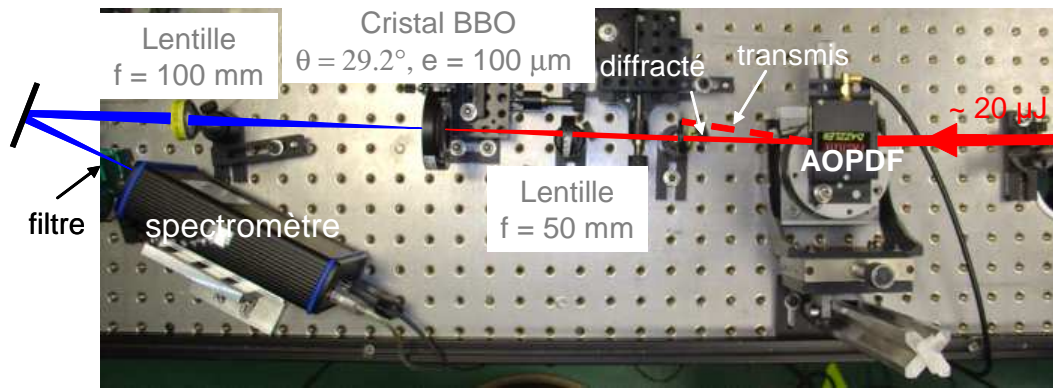


FIGURE G.2 – Photographie du montage de type Phazzler implémenté pour la caractérisation des impulsions avant génération de continuum

Génération du continuum

La génération du continuum se fait par focalisation du faisceau contenant une fraction de l'énergie des impulsions en sortie de chaîne dans un cristal de YAG d'épaisseur 4 mm coupé perpendiculairement à l'axe [001]² (Fig. G.3a). La focale de la lentille utilisée est $f = 100$ mm. Un atténuateur variable (lame demi-onde - polariseur) sert à ajuster finement l'énergie tandis que le diaphragme permet de jouer sur l'ouverture numérique en entrée de cristal. En sortie de cristal, un doublet achromatique (corrigé dans le domaine 1050-1620 nm) de courte focale ($f = 25$ mm) collimate le continuum.

La photographie du montage, sans la lame demi-onde et le polariseur, est donnée figure G.3b.

2. Du fait de l'anisotropie de la non-linéarité d'ordre 3, ce matériau est susceptible de générer une polarisation croisée (XPW, chapitre 8) lorsqu'il est correctement orienté. La lame doit donc être orientée pour empêcher cette génération.

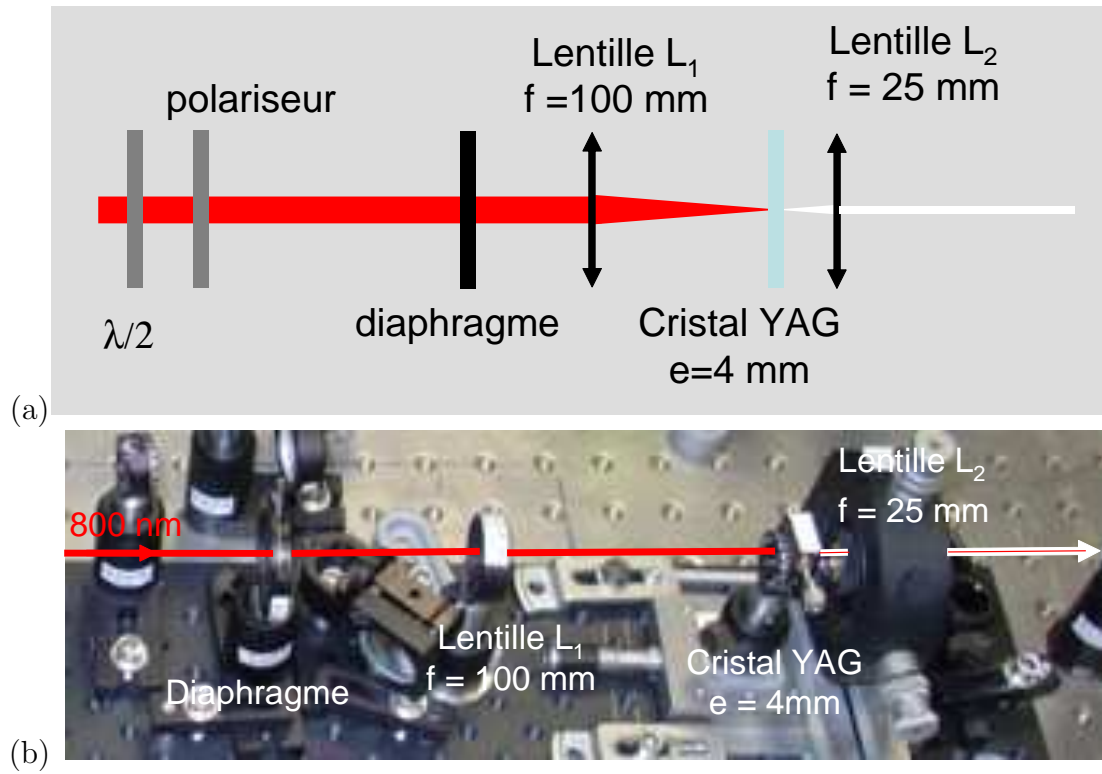


FIGURE G.3 – (a) Schéma du montage de génération de continuum, (b) Photographie du montage

Filtrage spatial

L'ouverture numérique en entrée de cristal YAG est un paramètre essentiel pour l'optimisation de la génération de continuum [114]. La qualité spatiale du faisceau incident est de première importance [114].

Dans la situation de départ, la qualité spatiale du faisceau incident n'était pas suffisante pour pouvoir optimiser le continuum. L'implémentation d'un filtrage spatial en amont de la génération du continuum s'est donc avérée nécessaire. L'installation d'un premier filtre spatial sur la chaîne LUCA, en amont du compresseur, n'a pas permis d'obtenir la qualité spatiale nécessaire au niveau du banc de génération de continuum situé à environ 1.5 m de la sortie du compresseur. Un second filtre spatial a donc dû être monté juste avant la génération du continuum. Le dépointé du faisceau incident ne permet pas l'utilisation d'un dispositif de filtrage similaire à celui présenté dans le chapitre 5 (section 5.1.2). J'ai opté pour une solution proposée par Aschcom et. al [114] qui consiste à utiliser la partie centrale de la tache d'Airy obtenue, en champ lointain, après diffraction d'une zone quasi-uniforme (spatialement) du faisceau incident.

Le montage comporte quatre éléments : un trou, un afocal constitué de deux lentilles L_3 et L_4 et un diaphragme d'ouverture variable (Fig. G.4). Celui-ci doit répondre à deux critères :

- le diamètre du faisceau en sortie d'afocal doit être supérieur à 7 mm pour permettre la variation de l'ouverture numérique sur une plage suffisante (jusqu'à 0.035),
- l'obtention d'une tache d'Airy dans le plan du diaphragme situé à une distance d_2

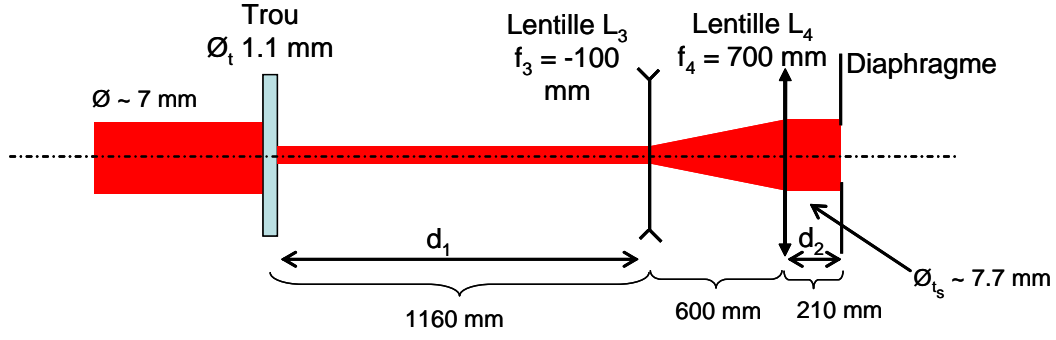


FIGURE G.4 – Schéma du montage de génération de continuum

de la lentille L_4 .

Le premier critère impose une relation entre le diamètre du trou \emptyset_t et le grossissement G_a de l'afocal. Le second critère peut être formalisé de la manière suivante. Tout d'abord, dans l'approximation de l'optique géométrique, l'image du trou à travers l'afocal a un diamètre $\emptyset_{ts} = G_a \emptyset_t$ et est situé dans un plan à une distance d_s de la lentille L_4 :

$$d_s = ((f_3 - d_1)G_a - f_3) G_a \quad (\text{G.2})$$

où f_3 est la focale de la lentille L_3 .

Enfin, pour s'approcher d'une tache d'Airy dans le plan du diaphragme en sortie d'afocal, il est nécessaire de se placer en champ lointain par rapport à l'image (virtuelle) du trou à travers l'afocal, ie à une position z (par rapport à cette image) telle que le nombre de Fresnel N_F (Eq. G.3) vérifie la relation $N_F \ll 1$.

$$N_F = \frac{a^2}{\lambda z} \quad (\text{G.3})$$

où $a = \frac{\emptyset_{ts}}{2}$ et λ est choisie égale à 800 nm.

La distance z_0 correspondant à N_F égal à 1 est :

$$z_0 = \frac{G_a^2 \emptyset_t^2}{4\lambda} \quad (\text{G.4})$$

La distance z doit donc vérifiée la relation $z \gg z_0$, soit :

$$d_s + d_2 \gg z_0 \quad (\text{G.5})$$

Compte-tenu de ces critères, les paramètres choisis sont : $\emptyset_t = 1.1$ mm, $f_3 = -100$ mm, $f_4 = 700$ mm (soit $G_a = 7$), $d_1 = 1.16$ m (Fig. G.4). Dans ces conditions, l'image du trou par l'afocal se situe à une distance $d_s = -61.04$ m de la lentille L_4 et $\emptyset_{ts} = 7.7$ mm. La distance z_0 correspondant à $N_F = 1$ vaut alors : $z_0 \sim 18.528$ m. En plaçant le diaphragme en sortie d'afocal, on s'assure donc une distance au moins égale au triple de la distance z_0 , soit un nombre de Fresnel inférieur à $\frac{1}{3}$.

Ce dispositif a été inséré sur le montage de génération de continuum entre le polariseur et le diaphragme (Fig. G.3a).

Caractérisation du continuum généré

La photographie du montage expérimental utilisé est donné sur la figure G.5. Le spectre du continuum généré est caractérisé à l'aide d'un analyseur de spectre optique (OSA). Ce dispositif est constitué d'un filtre passe-bande de largeur ajustable qui effectue un balayage périodique sur toute la plage de longueurs d'onde mesurée (plage utilisable : 800 - 1700 nm). Ce filtre est suivi d'un photo-détecteur de grande sensibilité et d'un amplificateur électronique permettant la détection de signaux jusqu'à -110 dBm, soit 10 pW ($P_{dBm} = 10 \log P_{mW}$). Le couplage dans l'OSA se fait par l'intermédiaire d'un objectif x10 d'ouverture numérique 0.25 associé à une fibre optique monomode de diamètre de coeur 9 μm . Un filtre RG1000 (Schott), ajouté en amont de l'objectif, atténue d'un facteur 10^{-5} les composantes spectrales du continuum autour de 800 nm.

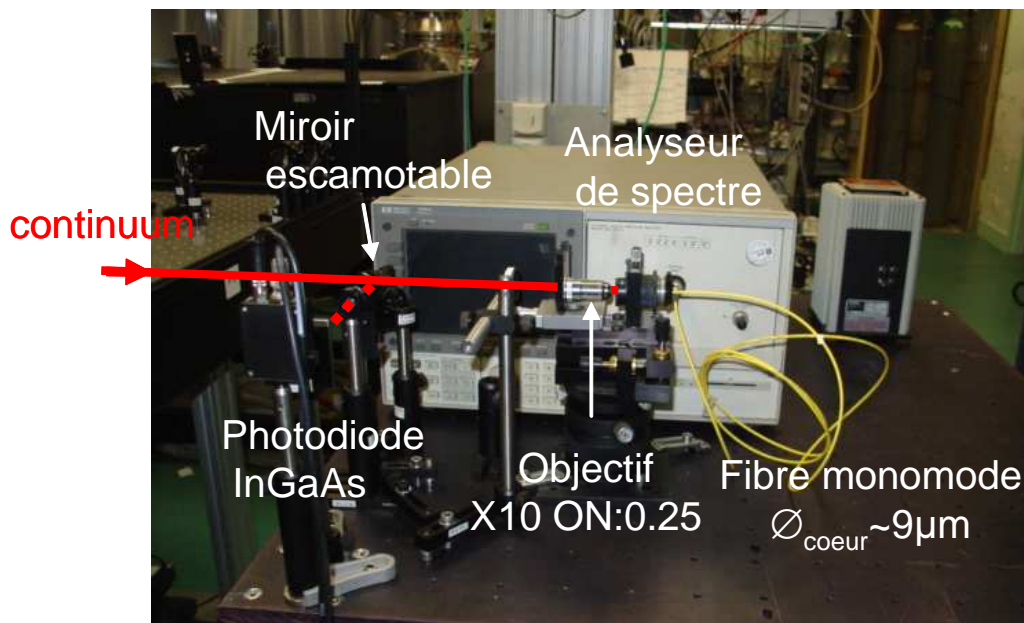


FIGURE G.5 – Photographie du montage de caractérisation du continuum

Ce système de caractérisation ne donne pas une mesure quantitative de l'énergie pour chaque longueur d'onde balayée³ mais il permet l'optimisation de la génération du continuum jusqu'à 1700 nm. Le continuum est envoyé sur une photodiode (InGaAs, 1.2-2.6

3. Une mesure quantitative de l'énergie correspondant à chaque longueur d'onde balayée nécessiterait

μm) grâce à un miroir escamotable. Elle sert à définir des conditions de génération de façon à minimiser les fluctuations de l'énergie intégrée dans le domaine spectral de la photodiode ($1\ \mu\text{m} - 2.6\ \mu\text{m}$).

G.1.2 Optimisation expérimentale de la génération de continuum dans le proche infrarouge

L'optimisation de la génération du continuum a été faite expérimentalement en jouant sur les paramètres suivants :

- l'énergie des impulsions utilisées pour la génération,
- leur durée temporelle,
- l'ouverture du diaphragme (Fig.G.3), ie l'ouverture numérique en entrée de cristal YAG,
- la position de la lentille L_1 par rapport au cristal pour changer la position du plan focal à l'intérieur du cristal.

La génération la plus efficace et conduisant au spectre le plus large dans le proche infrarouge a été obtenu dans les conditions suivantes :

- des impulsions initiales de largeur spectrale $\Delta\lambda \sim 19.1\ \text{nm}$ quasi-limitées par transformée de Fourier de durée $\Delta t \sim 50.5\ \text{fs}$ (trace FROG figure G.6, spectre et phase spectrale figure G.7a, intensité temporelle figure G.7b),
- une énergie en sortie de diaphragme de l'ordre de 400 nJ (estimée par une simulation à l'aide du logiciel Zemax à partir des 400 μJ mesurés en entrée de la lame demi-onde),
- une ouverture du diaphragme de 5.8 mm de diamètre, soit une ouverture numérique de 0.029 en entrée de cristal.

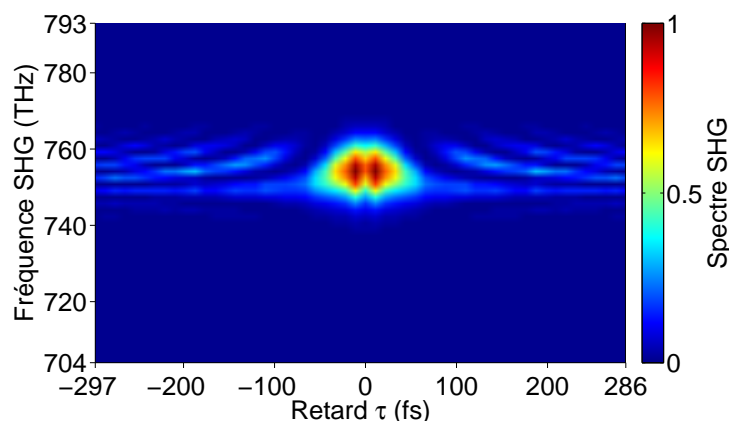


FIGURE G.6 – *Trace FROG des impulsions utilisées pour générer le continuum*

la calibration de la transmission du système de couplage et de l'OSA pour chacune de ces longueurs d'onde.

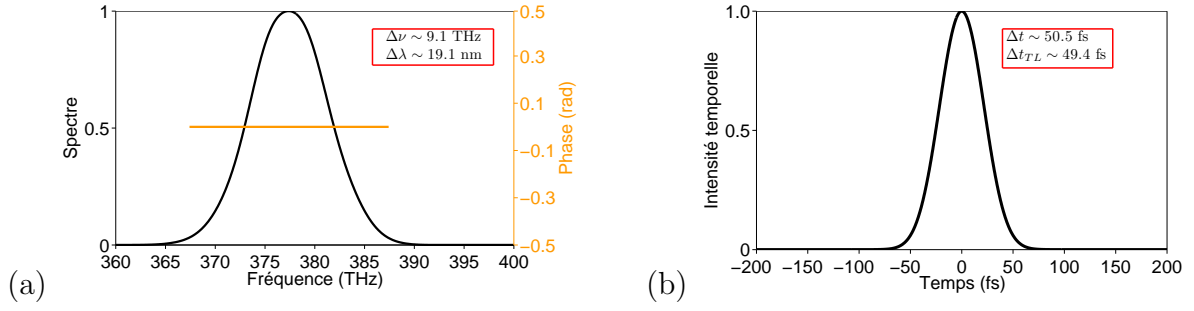


FIGURE G.7 – (a) Spectre et phase spectrale reconstruite à partir de la trace FROG (Fig. G.6), (b) Intensité temporelle reconstruite à partir de la trace FROG

La mesure à l'OSA du spectre du continuum⁴, obtenu après optimisation, est présentée figure G.8. Un continuum, en régime monofilament, a été généré expérimentalement jusqu'à 1650 nm.

Sa photographie en sortie de cristal montre l'absence de dispersion chromatique (Fig.G.9).

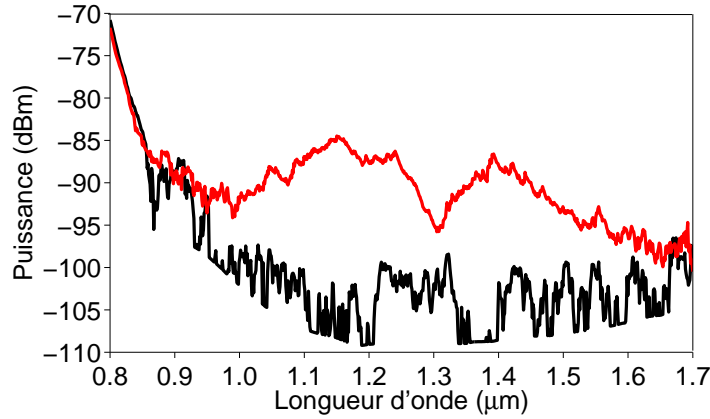


FIGURE G.8 – Mesure OSA du continuum optimisé. En rouge, signal mesuré. En noir : bruit de mesure de l'OSA

Si le continuum généré reste stable sur une durée de l'ordre de deux heures, ce n'est plus le cas sur des périodes plus grandes du fait essentiellement de la dérive du pointé. Un réaligement complet de l'ensemble du montage est donc nécessaire afin de se replacer dans les conditions optimales de génération. Le continuum présente alors les mêmes caractéristiques que lors de la première optimisation. La dérive lente du pointé en amont du montage complique l'amplification d'un tel signal.

4. maximum du signal obtenu pour chaque longueur d'onde balayée sur une durée de 15 min.



FIGURE G.9 – Photographie du continuum en sortie de cristal

G.2 Amplification paramétrique optique large bande dans le proche infra-rouge

Cette partie est consacrée à l'amplification paramétrique optique du continuum généré dans les conditions énoncées section G.1.2. Après un bref rappel de la théorie de l'amplification paramétrique optique et de sa capacité à générer des impulsions auto-stabilisées en CEP, nous décrivons le montage expérimental utilisé. On présente, ensuite, les premiers résultats d'amplification obtenus.

G.2.1 Amplification paramétrique optique large bande et stabilisation de la CEP

L'évolution de trois ondes planes couplées dans un milieu non-linéaire de susceptibilité d'ordre 2 non-nulle est décrite en détail dans les références [42][116][117][118]. Le champ électrique scalaire \mathcal{E}_j associé à chaque onde j ($j=p$ pour pompe, $j=s$ pour signal et $j=c$ pour complémentaire) supposée quasi-mochromatique, polarisée linéairement et se déplaçant suivant un axe z dans un milieu non-linéaire d'extension transverse infinie, transparent et isotrope pour chaque onde, s'écrit sous la forme du produit d'une porteuse $\exp(ik_j z - \omega_j t)$ par une enveloppe complexe $A_j(z)$:

$$\mathcal{E}_j(z, t) = A_j(z) \exp[i(k_j z - \omega_j t)] \quad (\text{G.6})$$

où ω_j est la pulsation de l'onde j et k_j le module du vecteur d'onde associé.

En faisant les hypothèses supplémentaires suivantes :

1. angle de double réfraction négligé ($\rho = 0$),
2. approximation de l'enveloppe lentement variable suivant z $\left(\left| \frac{\partial^2 A_j}{\partial z^2} \right| \ll k_j \left| \frac{\partial A_j}{\partial z} \right| \right)$,
3. effets non-linéaires autres que l'amplification paramétrique optique négligés ($\chi^3 = 0$,

génération de seconde harmonique négligée),

4. réponse non-linéaire du milieu instantanée ($\chi^{(2)}$ indépendant de la pulsation),

le système d'équations couplées se réduit à :

$$\begin{cases} \frac{dA_s}{dz} = i \frac{\omega_s}{cn_s} d_{\text{eff}} A_p A_c^* \exp(i\Delta k z) \\ \frac{dA_c}{dz} = i \frac{\omega_c}{cn_c} d_{\text{eff}} A_p A_s^* \exp(i\Delta k z) \\ \frac{dA_p}{dz} = i \frac{\omega_p}{cn_p} d_{\text{eff}} A_s A_c \exp(-i\Delta k z) \end{cases} \quad (\text{G.7})$$

où Δk correspond au désaccord de phase entre les trois ondes :

$$\Delta k = k_p - k_s - k_c \quad (\text{G.8})$$

et d_{eff} est la susceptibilité non linéaire effective décrivant la force de couplage entre les trois ondes, reliée à la susceptibilité non-linéaire d'ordre 2 $\chi^{(2)}$ par [119] :

$$d_{\text{eff}} = \frac{\chi^{(2)}}{2} \quad (\text{G.9})$$

Un développement détaillé des solutions de ces équations est donné dans la thèse de N. Forget [120]. Nous nous limiterons ici à l'évolution de l'éclairement des ondes signal et complémentaire dans l'approximation de non-dépletion de l'onde pompe ($|A_p(z)| = |A_p(0)|$) et de l'absence d'onde complémentaire initiale ($|A_c(0)| = 0$). Le système d'équations G.7 se réécrit alors :

$$\begin{cases} \frac{dA_s}{dz} = i \frac{\omega_s}{cn_s} d_{\text{eff}} A_p A_c^* \exp(i\Delta k z) \\ \frac{dA_c}{dz} = i \frac{\omega_c}{cn_c} d_{\text{eff}} A_p A_s^* \exp(i\Delta k z) \end{cases} \quad (\text{G.10})$$

La résolution de ce système conduit à l'expression suivante des éclairagements⁵ $\mathcal{I}_s(L)$ et $\mathcal{I}_c(L)$ des ondes signal et complémentaire en sortie de cristal [111][120] :

$$\mathcal{I}_s(L) = \mathcal{I}_s(0) \left[1 + \frac{\Gamma^2}{g^2} \sinh^2(gL) \right] \quad (\text{G.11})$$

$$\mathcal{I}_c(L) = \mathcal{I}_s(0) \frac{\omega_c}{\omega_s} \frac{\Gamma^2}{g^2} \sinh^2(gL) \quad (\text{G.12})$$

où $z = 0$ correspond au plan d'entrée dans le cristal, L à la longueur du cristal et :

$$g = \sqrt{\Gamma^2 - \left(\frac{\Delta k}{2} \right)^2} \quad (\text{G.13})$$

$$\Gamma^2 = \frac{8\pi^2 d_{\text{eff}}^2 \mathcal{I}_p(0)}{n(\omega_c) n(\omega_s) n(\omega_p) \lambda_s \lambda_c \varepsilon_0 c} \quad (\text{G.14})$$

5. L'éclairement a été défini dans l'équation 1.46 au chapitre 1.

Le gain paramétrique réduit g n'est défini que pour $\Gamma^2 > \left(\frac{\Delta k}{2}\right)^2$. Pour $\Gamma^2 < \left(\frac{\Delta k}{2}\right)^2$, les expressions G.11 et G.12 restent cependant valables en remplaçant les fonctions sinus hyperboliques par des fonctions sinus trigonométriques.

Le gain G_{OPA} de l'amplificateur paramétrique optique peut alors être défini par le rapport entre l'éclairement de l'onde signal en sortie de cristal et celui en entrée :

$$G_{OPA} = 1 + \frac{\Gamma^2}{g^2} \sinh^2(gL) \quad (\text{G.15})$$

G_{OPA} dépend donc essentiellement des quatre grandeurs suivantes :

- le désaccord de phase Δk ,
- la longueur du cristal L ,
- l'éclairement $\mathcal{I}_p(0)$ de l'onde pompe à l'entrée du cristal,
- la susceptibilité non-linéaire effective d_{eff} .

Acceptance spectrale

Si l'accord de phase est réalisé pour certaines pulsations ω_{s_i} du signal ($\Delta k(\omega_{s_i}) = 0$), ce n'est pas le cas pour toutes les pulsations du signal. En supposant l'onde pompe monochromatique de pulsation ω_p^0 et l'accord de phase vérifié pour une pulsation signal ω_s^0 , le désaccord de phase au voisinage de ω_s^0 peut s'écrire par son développement limité au second ordre, soit en géométrie colinéaire [120][100] :

$$\Delta k(\omega_s) = \left(\frac{\partial k_c}{\partial \omega} - \frac{\partial k_s}{\partial \omega} \right) (\omega_s - \omega_s^0) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 k_c}{\partial \omega^2} + \frac{\partial^2 k_s}{\partial \omega^2} \right) (\omega_s - \omega_s^0)^2 \quad (\text{G.16})$$

où les dérivées $\frac{\partial k_s}{\partial \omega}$ et $\frac{\partial k_c}{\partial \omega}$ sont respectivement évaluées en ω_s^0 et $\omega_c^0 = \omega_p^0 - \omega_s^0$.

L'équation G.16 se réécrit en fonction des vitesses de groupe v_{g_s} et v_{g_c} des impulsions signal et complémentaire respectivement en ω_s^0 et ω_c^0 :

$$\Delta k(\omega_s) = \left(\frac{1}{v_{g_c}} - \frac{1}{v_{g_s}} \right) (\omega_s - \omega_s^0) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 k_c}{\partial \omega^2} + \frac{\partial^2 k_s}{\partial \omega^2} \right) (\omega_s - \omega_s^0)^2 \quad (\text{G.17})$$

L'acceptance spectrale $\Delta\omega_s$ est définie comme la largeur à mi-hauteur de la variation du gain G_{OPA} avec la pulsation signal $\Delta\omega_s$. Dans l'approximation des gains élevés, $\Delta\omega_s$ s'écrit, en utilisant le développement à l'ordre 1 du désaccord de phase [111] :

$$\Delta\omega_s \sim 4\sqrt{\ln(2)} \frac{\Gamma}{L} \frac{1}{\left| \frac{1}{v_{g_c}} - \frac{1}{v_{g_s}} \right|} \quad (\text{G.18})$$

Pour obtenir des impulsions signal et complémentaire de largeur spectrale importante, l'acceptance spectrale doit être maximisée. Une solution consiste à travailler autour de la dégénérescence ($\omega_s^0 = \omega_c^0$) avec un accord de phase de type I ($o + o \rightarrow e$). L'expression

G.18 n'est plus valable et l'acceptance spectrale est alors limitée par les dispersions de vitesse de groupe des impulsions signal et complémentaire dans le cristal [111] :

$$\Delta\omega_s = 4\sqrt[4]{\ln(2)} \frac{\Gamma}{L} \frac{1}{\sqrt{\left|\frac{\partial^2 k_c}{\partial \omega^2} + \frac{\partial^2 k_s}{\partial \omega^2}\right|}} \quad (\text{G.19})$$

Largeur de gain théorique de l'OPA dimensionné dans cette thèse

Afin de maximiser l'acceptance spectrale, on cherche à amplifier un signal autour de 1600 nm (à la dégénérescence) à l'aide d'impulsions pompe à 800 nm. Dans les conditions expérimentales données section G.2.2, la variation du gain G_{OPA} avec la longueur d'onde est donnée figure G.10⁶.

L'acceptance spectrale est $\Delta\omega_s \sim 0.23 \text{ rad fs}^{-1}$, soit $\Delta\lambda_s \sim 317 \text{ nm}$.

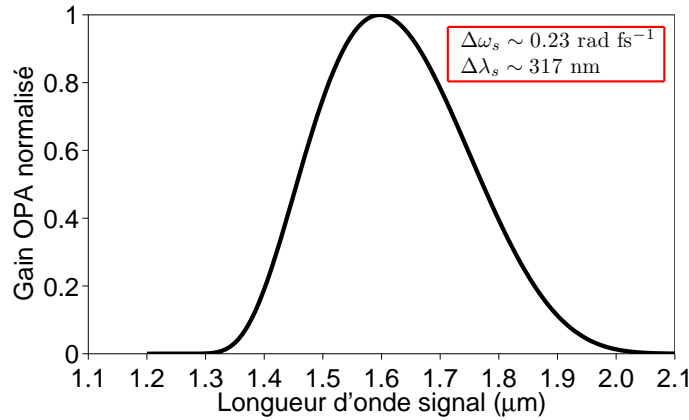


FIGURE G.10 – Largeur de gain théorique de l'OPA dimensionné et utilisé dans cette thèse

Remarque : Il est possible d'augmenter l'acceptance spectrale en jouant sur l'angle θ d'accord de phase [121].

Stabilisation de la CEP

A partir du système d'équation G.7, on peut démontrer que dans les conditions d'accord de phase, les phases φ_p , φ_s et φ_c des ondes pompe, signal et complémentaire sont reliées par l'expression [120] :

$$\varphi_s + \varphi_c - \varphi_p = \frac{\pi}{2}[\pi] \quad (\text{G.20})$$

Il apparaît clairement, à partir de cette formule, que si les impulsions pompe et signal ont même CEP alors les impulsions complémentaires sont stabilisées en CEP [34][122][123].

6. Le gain est tracé en fonction de la longueur d'onde du signal en géométrie colinéaire

G.2.2 Montage expérimental

Le schéma simplifié du montage OPA réalisé est présenté figure G.11. En sortie de la ligne d'expérience n°2, des impulsions de 1.5 mJ, 20 Hz, 50.5 fs (Fig. G.7) sont séparées en deux voies. L'énergie sur la voie signal est de 375 μ J et l'énergie sur la voie pompe de 1.125 μ J. La pompe est, dans un premier temps remise en forme temporellement et spatialement par un dispositif décrit plus loin. En sortie de ce dispositif, les impulsions d'environ 400 μ J, de durée $\Delta t \sim 550$ fs de diamètre environ 3 mm ajusté par un diaphragme sont focalisés, avec une lentille de focale $f = 1500$ mm dans un cristal de BBO d'épaisseur 2 mm coupé à $\theta = 19.8^\circ$. L'éclairement de la pompe au niveau du cristal est de l'ordre de 110 GW/cm². Sur la voie signal le continuum est généré dans les conditions exposé section G.1.2 et suivant le montage décrit section G.1.1. L'amplification dans le cristal de BBO se fait en géométrie légèrement non-colinéaire $\alpha_{ext} \sim 1^\circ$ pour pouvoir séparer signal et complémentaire en sortie de cristal.

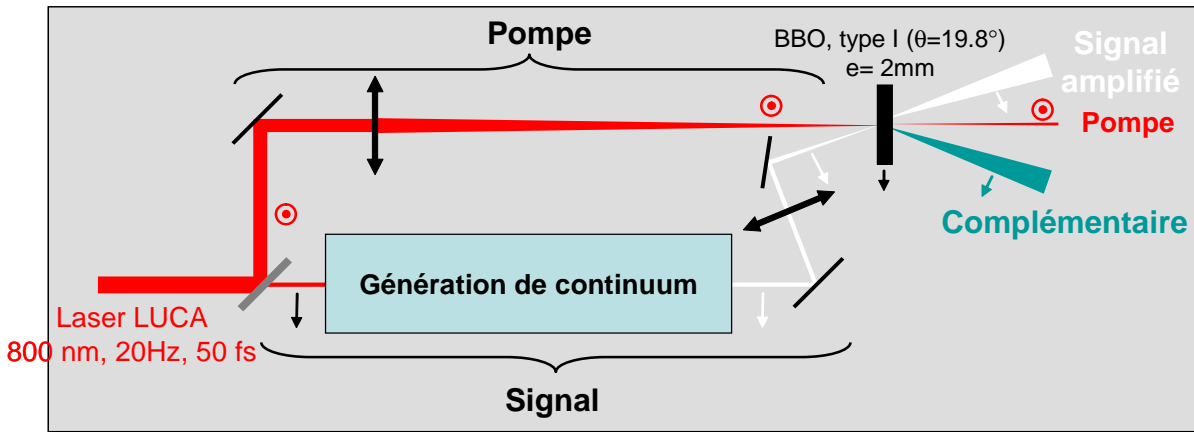


FIGURE G.11 – Schéma simplifié du montage d'OPA

Dimensionnement de la pompe

Mise en forme spatiale

Du fait de la présence du dispositif de filtrage spatial (Fig. G.4) sur la voie signal, le chemin optique parcouru sur cette voie est de plusieurs mètres (3.5 m). Celui parcouru sur la voie pompe doit donc être le même pour synchroniser les impulsions pompe et signal au niveau du cristal de BBO. En champ proche, le profil spatial présente des défauts. En champ lointain, les distorsions de phase se retrouvent sur l'amplitude. Or, dans le processus d'amplification paramétrique optique, la qualité spatiale de ce faisceau est primordiale [124]. Pour améliorer la qualité spatiale du faisceau, plusieurs solutions ont été testées expérimentalement. Le premier filtre spatial en amont du compresseur de la chaîne n'a pas permis une amélioration suffisante. Compte-tenu du dépointé du faisceau et des énergies de l'ordre de 1.1 - 2 mJ avant séparatrice et sur la voie pompe, à nouveau, un filtre spatial analogue à celui utilisé dans le chapitre 3 (section 4.4) ne convient pas pour un fonctionnement journalier (usinage des bords du trou de filtrage observé sur une

journée d'expérience). Une solution alternative consiste à installer un système d'imagerie qui permet d'imager un plan en amont du système et ainsi de limiter les effets de la propagation. J'ai donc installé un afocal constitué de deux lentilles convergentes L_{p1} et L_{p2} de focales respectives $f = 1500$ mm et $f = 1000$ mm. Le plan de sortie de L_{p1} est l'image à travers l'afocal d'un plan situé à 6.25 m en amont.

La puissance crête des impulsions de pompe (22 GW) excède la puissance critique d'auto-focalisation dans l'air de 0.3 GW. Pour éviter l'apparition d'effets non-linéaires dans l'air au niveau du point focal de la première lentille, le système optique est mis sous vide. L'éclairement au niveau des hublots d'entrée et de sortie du dispositif sous vide est diminué en étirant temporellement les impulsions en amont du système, comme décrit ci-après.

Mise en forme temporelle

Pour limiter l'effet du dépointé du laser sur la synchronisation des voies pompe et signal et disposer d'une pompe dont le profil temporel est uniforme sur la durée du signal (< 100 fs), j'ai choisi d'étirer temporellement les impulsions de pompe jusqu'à 550 fs (mesure FROG). Cet étirement est réalisé par un passage dans deux réseaux en transmission de 1250 traits/mm orientés à Littrow (-30°), parallèles entre eux.

Montage final

La photographie de l'ensemble du montage expérimental est présentée figure G.12. Le

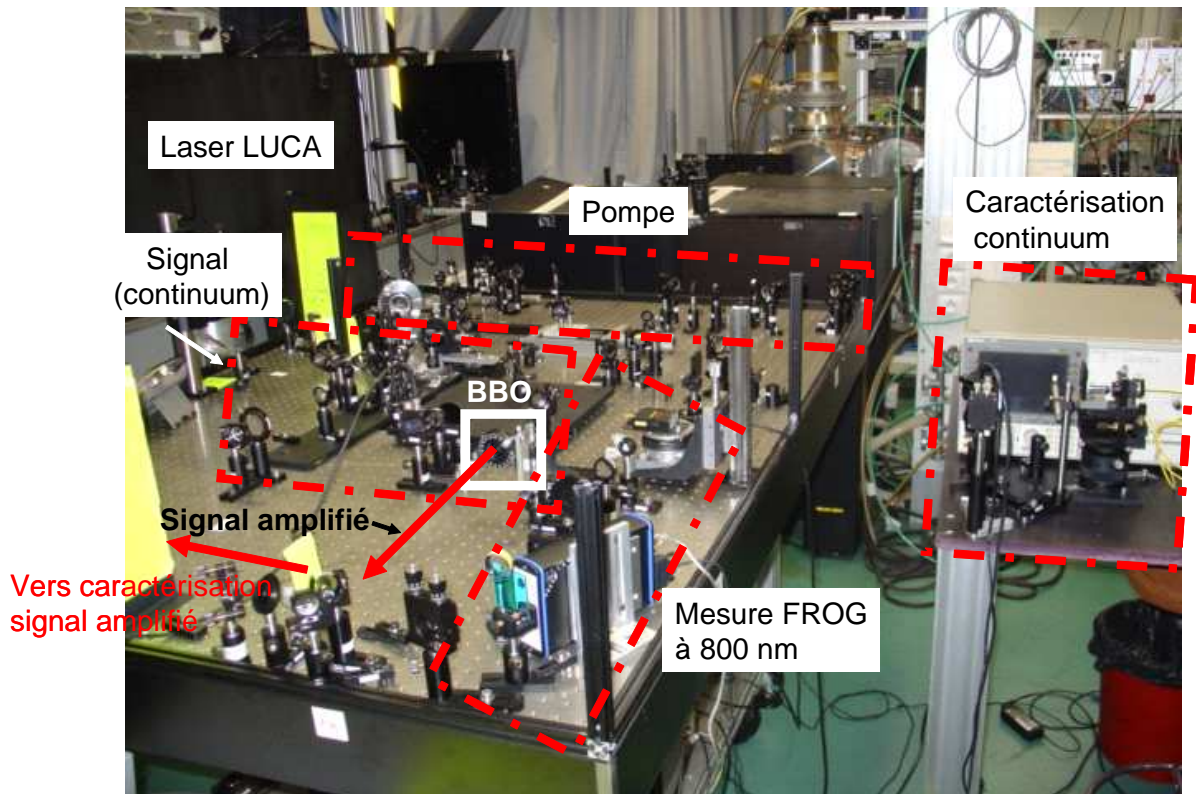


FIGURE G.12 – Photographie du montage final d'amplification paramétrique optique

signal amplifié est caractérisé, à la fois, par son énergie et par son spectre de seconde

harmonique. Pour obtenir ce spectre, on focalise le signal amplifié dans un cristal de BBO coupé à $\theta = 19.8^\circ$, d'épaisseur $e = 150 \mu\text{m}$. Deux informations sont tirées de celui-ci :

- la largeur spectrale du signal amplifié, en faisant une hypothèse sur sa phase spectrale,
- une estimation qualitative des fluctuations du signal amplifié en fonction de la longueur d'onde.

Les impulsions large bande stabilisées en CEP sont les impulsions complémentaires et non celles du signal. Ces impulsions complémentaires étant plus complexes à caractériser en l'absence de spectromètre dans le proche infrarouge (longueur d'onde $> 1600 \text{ nm}$, dispersion angulaire), nous avons choisi, dans un premier temps, de caractériser le signal amplifié. Son énergie, sa largeur spectrale et ses fluctuations renseignent directement sur celles du complémentaire.

G.2.3 Résultats préliminaires d'amplification d'un continuum dans le proche infra-rouge

Les impulsions de pompe obtenues dans la section G.2.2 ont été utilisées pour amplifier le continuum généré dans les conditions exposées section G.1.2. Le signal amplifié présente alors d'importantes fluctuations à la fois en terme d'énergie et de longueur d'onde amplifiée. Il est alors raisonnable de supposer que le même type de fluctuations se retrouvent sur les impulsions complémentaires dont l'amplification dans un nouvel étage d'OPA ou l'utilisation directe comme source, devient problématique.

Expérimentalement, nous avons noté que ces fluctuations sont observées lorsque le continuum généré présente un anneau rouge, et ce, même après suppression de l'anneau avec un diaphragme.

Un bon compromis entre stabilité et largeur spectrale du signal amplifié consiste à amplifier, pour les mêmes paramètres de l'onde pompe, un continuum généré dans les conditions suivantes :

- une énergie des impulsions à 800 nm plus faible de l'ordre de 340 nJ (au lieu de 400 nJ),
- un diamètre du diaphragme plus petit, $\emptyset \sim 4.8 \text{ mm}$, soit une ouverture numérique de 0.024 (au lieu de 0.029).

L'énergie du signal amplifié est alors de l'ordre de 5 - 6 μJ . La moyenne sur 100 tirs du spectre de seconde harmonique est présentée en noir figure G.13. Les fluctuations rms tir à tir sont tracées en rouge. Il est à noter qu'en dépit des variations d'énergie observées la forme du spectre n'est pas modifiée d'un tir à l'autre. Ce régime de fonctionnement de l'OPA peut donc être considéré suffisamment stable pour utilisation ultérieure des impulsions signal ou complémentaire.

Le spectre doublé moyen est centré sur $\lambda_{2w} \sim 719 \text{ nm}$, de largeur spectrale à $1/e$, $\Delta\lambda_{1/e_{2w}} \sim 121 \text{ nm}$.

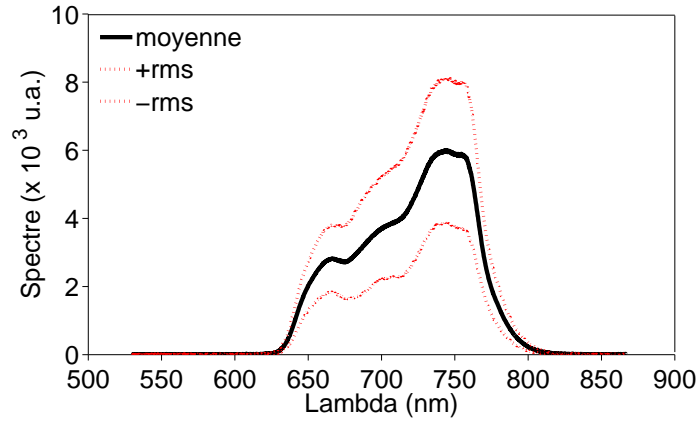


FIGURE G.13 – *Spectre doublé du continuum amplifié dans l’OPA. En noir : moyenne sur 100 tirs, en rouge : fluctuations rms sur 100 tirs*

Sur plusieurs heures d’expériences, nous nous retrouvons confronter au problème des fluctuations lentes du laser et en particulier du dépointé qui impose, comme déjà expliqué dans la section G.1.2, un réalignement complet sur l’ensemble du montage.

Bibliographie

- [1] H. W. Mocker and R. J. Collins. Mode Competition and Self-Locking Effects in a Q-Switched Ruby Laser. *Appl. Phys. Lett.*, 7 :270–273, November 1965.
- [2] D. Strickland and G. Mourou. Compression of amplified chirped optical pulses. *Opt. Comm.*, 56 :219–221, December 1985.
- [3] R. Trebino and D. J. Kane. Using phase retrieval to measure the intensity and phase of ultrashort pulses : frequency-resolved optical gating. *J. Opt. Soc. Am. A*, 10(5) :1101–1111, May 1993.
- [4] C. Iaconis and I.A. Walmsley. Spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction of ultrashort optical pulses. *Opt. Lett.*, 23(10) :792–794, 1998.
- [5] D. Meshulach and Y. Silberberg. Coherent quantum control of two-photon transitions by a femtosecond laser pulse. *Nature*, 396(6708) :239–242, November 1998.
- [6] J.D. Jackson. *Classical electrodynamics*. John Wiley and Sons, New York, 1975.
- [7] E. Hecht. *Optics*. Addison Wesley, 4th edition, 2002.
- [8] M. Joffre. Optique non-linéaire en régimes continu et femtoseconde. Cours.
- [9] J.-C. Diels and W. Rudolph. *Ultrashort Laser Pulse Phenomena : Fundamentals, Techniques, and Applications on a Femtosecond Time Scale*. Academic Press.
- [10] L. Cohen. *Time-frequency Analysis, Theory and Applications*. Prentice-Hall signal processing series, Saddle River, NJ, 1995.
- [11] A. M. Weiner. Femtosecond pulse shaping using spatial light modulators. *Rev. of Sci. Instrum.*, 71 :1929–1960, May 2000.
- [12] P. Bowlan. *Measuring the spatiotemporal electric field of ultrashort pulses with high spatial and spectral resolution*. PhD thesis, 2009.
- [13] J.D. McMullen. Chirped-pulse compression in strongly dispersive media. *J. Opt. Soc. Am.*, 67(11) :1575–1578, 1977.
- [14] B. Arfken and H.J. Weber. *Mathematical Methods For Physicists*. Elsevier, 2005.
- [15] N. Dudovich, D. Oron, and Y. Silberberg. Coherent transient enhancement of optically induced resonant transitions. *Phys. Rev. Lett.*, 88(12) :1–4, 2002.
- [16] D. E. Spence, P. N. Kean, and W. Sibbett. 60-fsec pulse generation from a self-mode-locked ti :sapphire laser. *Opt. Lett.*, 16(1) :42–44, January 1991.

- [17] O. E. Martinez, J. P. Gordon, and R. L. Fork. Negative group-velocity dispersion using refraction. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1(10) :1003, 1984.
- [18] P. F. Moulton. Spectroscopic and laser characteristics of $\text{Ti:Al}_2\text{O}_3$. *J. Opt. Soc. Am. B*, 3(1) :125–133, January 1986.
- [19] R. Szipöcs, K. Ferencz, C. Spielmann, and F. Krausz. Chirped multilayer coatings for broadband dispersion control in femtosecond lasers. *Opt. Lett.*, 19(3) :201–203, February 1994.
- [20] A. Cotel. *Réseaux de diffraction à multicouches diélectriques pour la compression d’impulsions laser Petawatt par mosaïques de réseaux*. PhD thesis, Ecole Doctorale de l’Ecole Polytechnique, 2007.
- [21] V. Bagnoud and F. Salin. Global optimization of pulse compression in chirped pulse amplification. *IEEE J. Quant. elec.*, 4 :4445–4448, 1998.
- [22] J. Squier, C. P. J. Barty, F. Salin, C. Le Blanc, and S. Kane. Use of mismatched grating pairs in chirped-pulse amplification systems. *Appl. Opt.*, 37(9) :1638–1641, March 1998.
- [23] E. Treacy. Optical pulse compression with diffraction gratings. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 5(9) :454–458, September 1969.
- [24] A. Offner. New concepts in projection mask aligners. *Opt. Eng.*, 14 :131, 1975.
- [25] G. Cheriaux, P. Rousseau, F. Salin, J. P. Chambaret, B. Walker, and L. F. Dimmauro. Aberration-free stretcher design for ultrashort-pulse amplification. *Opt. Lett.*, 21(6) :414–416, March 1996.
- [26] O. E. Martinez. Grating and prism compressors in the case of finite beam size. *J. Opt. Soc. Am. B*, 3(7) :929, 1986.
- [27] A. Monmayrant. *Façonnage et caractérisation d’impulsions ultracourtes. Contrôle cohérent de systèmes simples*. PhD thesis, Ecole Doctorale de l’Université Paul Sabatier, 2005.
- [28] O. Gobert, S. Grabielle, and D. Garzella. Longitudinal pulse shaper test at cea. Technical report, EUROFEL report D1.1, 2007.
- [29] A. Baltuska, T. Udem, M. Uiberacker, M. Hentschel, E. Goulielmakis, Ch. Gohle, R. Holzwarth, V. S. Yakovlev, A. Scrinzi, T. W. Hansch, and F. Krausz. Attosecond control of electronic processes by intense light fields. *Nature*, 421(6923) :611–615, February 2003.
- [30] T. Brabec and F. Krausz. Intense few-cycle laser fields : Frontiers of nonlinear optics. *Reviews of Modern Physics*, 72 :545–591, April 2000.
- [31] S. T. Cundiff. Phase stabilization of ultrashort optical pulses. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 35(8) :R43–R59, 2002.
- [32] E. Gagnon, I. Thomann, A. Paul, A. L. Lytle, S. Backus, M. M. Murnane, H. C. Kapteyn, and A. S. Sandhu. Long-term carrier-envelope phase stability from a grating-based, chirped pulse amplifier. *Opt. Lett.*, 31(12) :1866–1868, 2006.

- [33] M. Kakehata, H. Takada, Y. Kobayashi, K. Torizuka, H. Takamiya, K. Nishijima, T. Homma, H. Takahashi, K. Okubo, S. Nakamura, and Y. Koyamada. Carrier-envelope-phase stabilized chirped-pulse amplification system scalable to higher pulse energies. *Opt. Express*, 12(10) :2070–2080, 2004.
- [34] A. Baltuska, T. Fuji, and T. Kobayashi. Controlling the carrier-envelope phase of ultrashort light pulses with optical parametric amplifiers. *Phys. Rev. Lett.*, 88(13) :133901, March 2002.
- [35] F. Verluise. *Filtre acousto-optique programmable en amplitude et en phase : application aux impulsions laser ultrabrèves*. PhD thesis, Ecole Doctorale de l'Ecole Polytechnique, 1999.
- [36] T. Oksenhendler. *Mesures et contrôles temporels dans le domaine des lasers ultrabrefs*. PhD thesis, Ecole Doctorale de l'Ecole Polytechnique, 2004.
- [37] D. Kaplan and P. Tournois. Theory and performance of the acousto-optic programmable dispersive filter used for femtosecond pulse shaping. *J.Phys.IV*, 2002.
- [38] S. Coudreau, D. Kaplan, and P. Tournois. Ultraviolet acousto-optic programmable dispersive filter laser pulse shaping in kdp. *Opt. Lett.*, 31(12) :1899–1901, June 2006.
- [39] R. Maksimenka, P. Nuernberger, K. F. Lee, A. Bonvalet, J. Milkiewicz, C. Barta, M. Klima, T. Oksenhendler, P. Tournois, D. Kaplan, and M. Joffre. Direct mid-infrared femtosecond pulse shaping with a calomel acousto-optic programmable dispersive filter. *Opt. Lett.*, 35(21) :3565–3567, November 2010.
- [40] P. Tournois. Acousto-optic programmable dispersive filter for adaptive compensation of group delay time dispersion in laser systems. *Opt. Comm.*, 140(4-6) :245 – 249, 1997.
- [41] J. Xu and R. Stroud. *Acousto-Optic Devices : Principles, Design and Applications*. Wiley Series in Pure and Applied Optics.
- [42] W.R. Boyd. *Nonlinear Optics*. 3rd edition, 2007.
- [43] Fastlite. *Dazzler*.
- [44] C. Froehly, A. Lacourt, and J.C. Vienot. Notions de réponse impulsionnelle et de fonction de transfert temporelles des pupilles optiques, justifications expérimentales et applications. *J.Opt. (Paris)*, 4 :183–196, 1973.
- [45] L. Lepetit, G. Chériaux, and M. Joffre. Linear techniques of phase measurement by femtosecond spectral interferometry for applications in spectroscopy. *J. Opt. Soc. Am. B*, 12(12) :2467–2474, 1995.
- [46] D.C. Ghiglia and M.D. Pritt. *Two-Dimensional Phase Unwrapping. Theory, Algorithms, and Software*. Wiley-Interscience, 1998.
- [47] D.W. Robinson and G.T. Reid. *Interferogram Analysis, Digital Fringe Pattern Measurement Techniques*. Taylor & Francis, 1993.

- [48] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery. *Numerical Recipes The Art of Scientific Computing. 3rd edition*. Cambridge University Press, 2007.
- [49] T. Oksenhendler, S. Coudreau, N. Forget, V. Crozatier, S. Grabielle, R. Herzog, O. Gobert, and D. Kaplan. Self-referenced spectral interferometry. *Appl. Phys. B - Lasers and Optics*, 99(1-2) :7–12, April 2010.
- [50] B. Picinbono. *Théorie des signaux et des systèmes*. Dunod, 1989.
- [51] C. Dorrer. *Caractérisation et modulation d’impulsions laser femtosecondes*. PhD thesis, Ecole Doctorale de l’Ecole Polytechnique, 1999.
- [52] R.M. Bracewell. *The Fourier Transform and its Applications*. 1986.
- [53] C. Dorrer, N. Belabas, J.-P. Likforman, and M. Joffre. Experimental implementation of fourier-transform spectral interferometry and its application to the study of spectrometers. *Appl. Phys. B*, 70 :99–107, 2000.
- [54] G. Perrin. *Une unité de recombinaison à fibres pour l’interféromètre IOTA. Application à l’étude des étoiles de type tardif*. PhD thesis, Ecole Doctorale d’Astronomie d’Ile-de-France, 1996.
- [55] C. Dorrer. Influence of the calibration of the detector on spectral interferometry. *J. Opt. Soc. Am. B*, 16 :1160–1168, 1999.
- [56] Horiba Jobin Yvon. Diffraction gratings tutorial. <http://www.horiba.com/fr/scientific/products/optics-tutorial/diffraction-gratings/>, section 1.
- [57] V. N. Kumar and D. N. Rao. Determination of the instrument function of a grating spectrometer by using white-light interferometry. *Appl. Opt.*, 36(19) :4535–4539, July 1997.
- [58] V. J. Coates and H. Hausdorff. Interferometric method of measuring the spectral slit width of spectrometers. *J. Opt. Soc. Am.*, 45(6) :425–430, June 1955.
- [59] N. Minkovski, G. I. Petrov, S. M. Saltiel, O. Albert, and J. Etchepare. Nonlinear polarization rotation and orthogonal polarization generation experienced in a single-beam configuration. *J. Opt. Soc. Am. B*, 21(9) :1659–1664, 2004.
- [60] T. Oksenhendler, P. Rousseau, R. Herzog, O. Gobert, M. Perdrix, and P. Meynadier. 20hz femtosecond laser amplifier optimization using an aopdf pulse shaper and a spider. In *Conference on Lasers and Electro-Optics/Quantum Electronics and Laser Science Conference*, page CWE1. Optical Society of America, 2003.
- [61] A. Borzsonyi, M. Mero, A. P. Kovacs, M. P. Kalashnikov, and K. Osvay. Measurement of the spectral phase shift and the residual angular dispersion of an aopdf. *AIP Conference Proceedings*, 1228(1) :138–143, 2010.
- [62] D. J. McCabe, D. R. Austin, A. Tajalli, S. Weber, I. A. Walmsley, and B. Chatel. Space-time coupling of shaped ultrafast ultraviolet pulses from an acousto-optic programmable dispersive filter. *J. Opt. Soc. Am. B*, 28(1) :58–64, January 2011.

- [63] S. Weber, M. Barthelemy, and B. Chatel. Direct shaping of tunable uv ultra-short pulses. *Applied Physics B : Lasers and Optics*, 98 :323–326, 2010.
- [64] R. Trebino. *Frequency Resolved Optical Gating : The Measurement of Ultrashort Laser Pulses*. Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [65] A. Monmayrant, S. Weber, and B. Chatel. A newcomer’s guide to ultrashort pulse shaping and characterization. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 43(10) :103001, 2010.
- [66] N. Uchida. Optical properties of single-crystal paratellurite (TeO_2). *Phys. Rev. B*, 4(10) :3736–3745, November 1971.
- [67] G. Georgiev, D. A. Glenar, and J. J. Hillman. Spectral characterization of acousto-optic filters used in imaging spectroscopy. *Appl. Opt.*, 41(1) :209–217, January 2002.
- [68] K. Takizawa, M. Okada, and S. Ieiri. Refractive indices of paratellurite and lithium iodate in the visible and ultraviolet regions. *Opt. Comm.*, 23(2) :279 – 281, 1977.
- [69] W.C. Marlow. Hakenmethode. *Applied Optics*, 6(10), 1967.
- [70] D. Meshulach, D. Yelin, and Y. Silberberg. Real-time spatial-spectral interference measurements of ultrashort optical pulses. *J. Opt. Soc. Am. B*, 14(8) :2095–2098, 1997.
- [71] P. Bowlan, P. Gabolde, A. Shreenath, K. McGresham, R. Trebino, and S. Akturk. Crossed-beam spectral interferometry : a simple, high-spectral-resolution method for completely characterizing complex ultrashort pulses in real time. *Opt. Express*, 14(24) :11892–11900, 2006.
- [72] P. Bowlan, U. Fuchs, R. Trebino, and U. D. Zeitner. Measuring the spatiotemporal electric field of tightly focused ultrashort pulses with sub-micron spatial resolution. *Opt. Express*, 16(18) :13663–13675, 2008.
- [73] V. Wong and I. A. Walmsley. Linear filter analysis of methods for ultrashort-pulse-shape measurements. *J. Opt. Soc. Am. B*, 12(8) :1491–1499, 1995.
- [74] A. Monmayrant, M. Joffre, T. Oksenhendler, R. Herzog, D. Kaplan, and P. Tournois. Time-domain interferometry for direct electric-field reconstruction by use of an acousto-optic programmable filter and a two-photon detector. *Opt. Lett.*, 28(4) :278–280, 2003.
- [75] Fastlite. *DazScope*.
- [76] V. V. Lozovoy, I. Pastirk, and M. Dantus. Multiphoton intrapulse interference. IV. Ultrashort laserpulse spectral phase characterization and compensation. *Opt. Lett.*, 29(7) :775–777, 2004.
- [77] B. Xu, J. M. Gunn, J. M. Dela Cruz, V. V. Lozovoy, and M. Dantus. Quantitative investigation of the multiphoton intrapulse interference phase scan method for simultaneous phase measurement and compensation of femtosecond laser pulses. *J. Opt. Soc. Am. B*, 23(4) :750–759, 2006.

- [78] V. V. Lozovoy, B. Xu, Y. Coello, and M. Dantus. Direct measurement of spectral phase for ultrashort laser pulses. *Opt. Express*, 16(2) :592–597, January 2008.
- [79] E. Sidick, A. Knoesen, and A. Dienes. Ultrashort-pulse second-harmonic generation. I. Transform-limited fundamental pulses. *J. Opt. Soc. Am. B*, 12(9) :1704–1712, 1995.
- [80] E. Sidick, A. Dienes, and A. Knoesen. Ultrashort-pulse second-harmonic generation. II. Non-transform-limited fundamental pulses. *J. Opt. Soc. Am. B*, 12(9) :1713–1722, 1995.
- [81] E. Chassande-Mottin and P. Flandrin. On the stationary phase approximation of chirp spectra. In *Proc of IEEE Int. Symp. on Time-Frequency and Time-Scale Analysis*, pages 117–120, Pittsburgh (US), 1998.
- [82] E. Chassande-Mottin and P. Flandrin. On the time-frequency detection of chirps. *Appl. Comp. Harm. Anal.*, 6(9) :252–281, 1999.
- [83] C. Iaconis and I.A. Walmsley. Self-referencing spectral interferometry for measuring ultrashort optical pulses. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 35(4) :501–509, 1999.
- [84] O. Gobert. Etudes dans les domaines de l’interaction laser (ns)-atomes et des lasers femtosecondes. HDR. 2009.
- [85] C. Dorrer and I. A. Walmsley. Accuracy criterion for ultrashort pulse characterization techniques : application to spectral phase interferometry for direct electric field reconstruction. *J. Opt. Soc. Am. B*, 19 :1019–1029, 2002.
- [86] C. Dorrer. Implementation of spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction with a simultaneously recorded reference interferogram. *Opt. Lett.*, 24(21) :1532–1534, 1999.
- [87] A. Müller and M. Laubscher. Spectral phase and amplitude interferometry for direct electric-field reconstruction. *Opt. Lett.*, 26(23) :1915–1917, 2001.
- [88] D. Kaplan, T. Oksenhendler, and N. Forget. Method and device for measuring the spectral phase or the combined spectral and spatial phases of ultra-short light pulses - us 2009/0168070, 2009.
- [89] A. Jullien. *Génération d’impulsions laser ultra-brèves et ultra-intenses à contraste temporel élevé*. PhD thesis, Ecole Doctorale de l’Ecole Polytechnique, 2006.
- [90] L. Canova. *Generation and shaping of ultra-short, ultra-high contrast pulses for high repetition rate relativistic optics*. PhD thesis, Ecole Doctorale de l’Ecole Polytechnique, 2009.
- [91] A. Jullien, L. Canova, O. Albert, D. Boschetto, L. Antonucci, Y.-H. Cha, J.P. Rousseau, P. Chaudet, G. Cheriaux, J. Etchepare, S. Kourtev, N. Minkovski, and S.M. Saltiel. Spectral broadening and pulse duration reduction during cross-polarized wave generation : influence of the quadratic spectral phase. *Applied Physics B : Lasers and Optics*, 87 :595–601, 2007.

- [92] L. Canova, O. Albert, N. Forget, B. Mercier, S. Kourtev, N. Minkovski, S. Saliel, and R. Lopez-Martens. Influence of spectral phase on cross-polarized wave generation with short femtosecond pulses. *Applied Physics B : Lasers and Optics*, 93(2) :443–453, November 2008.
- [93] S. Grabielle, A. Moulet, N. Forget, V. Crozatier, S. Coudreau, R. Herzog, T. Oksenhendler, C. Cornaggia, and O. Gobert. Self-referenced spectral interferometry cross-checked with spider on sub-15 fs pulses. *Nucl. Instr. and Meth. A*, 2011.
- [94] S. Grabielle, A. Moulet, N. Forget, V. Crozatier, S. Coudreau, O. Gobert, C. Cornaggia, and T. Oksenhendler. Sub-12fs pulses characterization by self-referenced spectral interferometry. In *CLEO Europe and EQEC 2011 Conference Digest*, page CFP20. Optical Society of America, 2011.
- [95] S. Grabielle, A. Moulet, N. Forget, V. Crozatier, S. Coudreau, O. Gobert, C. Cornaggia, and T. Oksenhendler. Sub-12 fs pulses characterization by self-referenced spectral interferometry. In *CLEO :2011 - Laser Applications to Photonic Applications*, page JWA77. Optical Society of America, 2011.
- [96] P. E. Ciddor. Refractive index of air : new equations for the visible and near infrared. *Appl. Opt.*, 35(9) :1566–1573, March 1996.
- [97] S. Huard. *Polarisation de la lumière*. Masson, 1994.
- [98] V.G. Dmitriev, G. G. Gurzadyan, D. N. Nikogosian, and A. L. Schawlow. *Handbook of nonlinear optical crystals*. 1999.
- [99] J. Paye. The chronocyclic representation of ultrashort light pulses. *IEEE J. Quant. elec.*, 28 :2262–2273, 1992.
- [100] T. Kobayashi. *Femtosecond noncollinear parametric amplification and carrier-envelope phase control*, chapter 6. Springer, 2005.
- [101] A. B. Shafer, L. R. Megill, and L. Droppleman. Optimization of the czerny-turner spectrometer. *J. Opt. Soc. Am.*, 54(7) :879–886, July 1964.
- [102] A. Thévenon, J. Flamand, J.P. Laude, B. Touzet, and J.M. Lerner. Aberration corrected plane gratings. *SPIE Proc*, 815 :136–145, 1987.
- [103] R. R. Alfano. *The Supercontinuum laser source*. 2006.
- [104] M. K. Reed, M. S. Armas, M. K. Steiner-Shepard, and D. K. Negus. 30-fs pulses tunable across the visible with a 100-khz ti :sapphire regenerative amplifier. *Opt. Lett.*, 20(6) :605–607, 1995.
- [105] M. K. Reed, M. K. Steiner-Shepard, M. S. Armas, and D. K. Negus. Microjoule-energy ultrafast optical parametric amplifiers. *J. Opt. Soc. Am. B*, 12(11) :2229–2236, November 1995.
- [106] A. Brodeur and S. L. Chin. Ultrafast white-light continuum generation and self-focusing in transparent condensed media. *J. Opt. Soc. Am. B*, 16(4) :637–650, 1999.

- [107] A. Brodeur and S. L. Chin. Band-gap dependence of the ultrafast white-light continuum. *Phys. Rev. Lett.*, 80(20) :4406–4409, May 1998.
- [108] A. Baltuska, T. Fuji, and T. Kobayashi. Visible pulse compression to 4 fs by optical parametric amplification and programmable dispersion control. *Opt. Lett.*, 27(5) :306–308, 2002.
- [109] G. Cerullo, M. Nisoli, and S. De Silvestri. Generation of 11 fs pulses tunable across the visible by optical parametric amplification. *Appl. Phys. Lett.*, 71 :3616–3618, 1997.
- [110] E. Riedle, M. Beutter, S. Lochbrunner, J. Piel, S. Schenkl, S. Spörlein, and W. Zinth. Generation of 10 to 50 fs pulses tunable through all of the visible and the nir. *Applied Physics B : Lasers and Optics*, 71(3) :457–465, September 2000.
- [111] G. Cerullo and S. De Silvestri. Ultrafast parametric amplifiers. *Rev. Sci. Instrum.*, 74 :1–18, 2003.
- [112] Optical Society of America. *Handbook of Optics : Devices, Measurements, and Properties*, volume 2. 1995.
- [113] M. Bradler, P. Baum, and E. Riedle. Femtosecond continuum generation in bulk laser host materials with sub-100 fs pump pulses. *Applied Physics B : Lasers and Optics*, 97(3) :561–574, November 2009.
- [114] J. B. Ashcom, R. R. Gattass, C. B. Schaffer, and E. Mazur. Numerical aperture dependence of damage and supercontinuum generation from femtosecond laser pulses in bulk fused silica. *J. Opt. Soc. Am. B*, 23(11) :2317–2322, 2006.
- [115] N. Forget, V. Crozatier, and T. Oksenhendler. Pulse-measurement techniques using a single amplitude and phase spectral shaper. *J. Opt. Soc. Am. B*, 27(4) :742–756, April 2010.
- [116] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P. S. Pershan. Interactions between light waves in a nonlinear dielectric. *Physical Review*, 127 :1918–1939, September 1962.
- [117] J. Garnier. High-frequency asymptotics for maxwell’s equations in anisotropic media part i : Linear geometric and diffractive optics. *Journal of Mathematical Physics*, 42(4) :1612–1635, 2001.
- [118] J. Garnier. High-frequency asymptotics for maxwell’s equations in anisotropic media part ii : Nonlinear propagation and frequency conversion. *Journal of Mathematical Physics*, 42(4) :1636–1654, 2001.
- [119] Y.R. Shen. *The principles of Nonlinear Optics*. 1984.
- [120] N. Forget. *Des amplificateurs laser aux amplificateurs paramétriques : études de l’amplification paramétrique à dérive de fréquence et du blocage de modes dans les oscillateurs paramétriques optiques*. PhD thesis, Ecole Doctorale de l’Ecole Polytechnique, 2005.

- [121] D. Brida, G. Cirimi, C. Manzoni, S. Bonora, P. Villoresi, S. De Silvestri, and G. Cerullo. Sub-two-cycle light pulses at $1.6\ \mu\text{m}$ from an optical parametric amplifier. *Opt. Lett.*, 33(7) :741–743, 2008.
- [122] G. Cirimi, C. Manzoni, D. Brida, S. De Silvestri, and G. Cerullo. Carrier-envelope phase stable, few-optical-cycle pulses tunable from visible to near ir. *J. Opt. Soc. Am. B*, 25(7) :B62–B69, July 2008.
- [123] X. Fang and T. Kobayashi. Self-stabilization of the carrier-envelope phase of an optical parametric amplifier verified with a photonic crystal fiber. *Opt. Lett.*, 29(11) :1282–1284, June 2004.
- [124] I. Jovanovic, B. J. Comaskey, and D. M. Pennington. Angular effects and beam quality in optical parametric amplification. *Journal of Applied Physics*, 90 :4328–4337, November 2001.